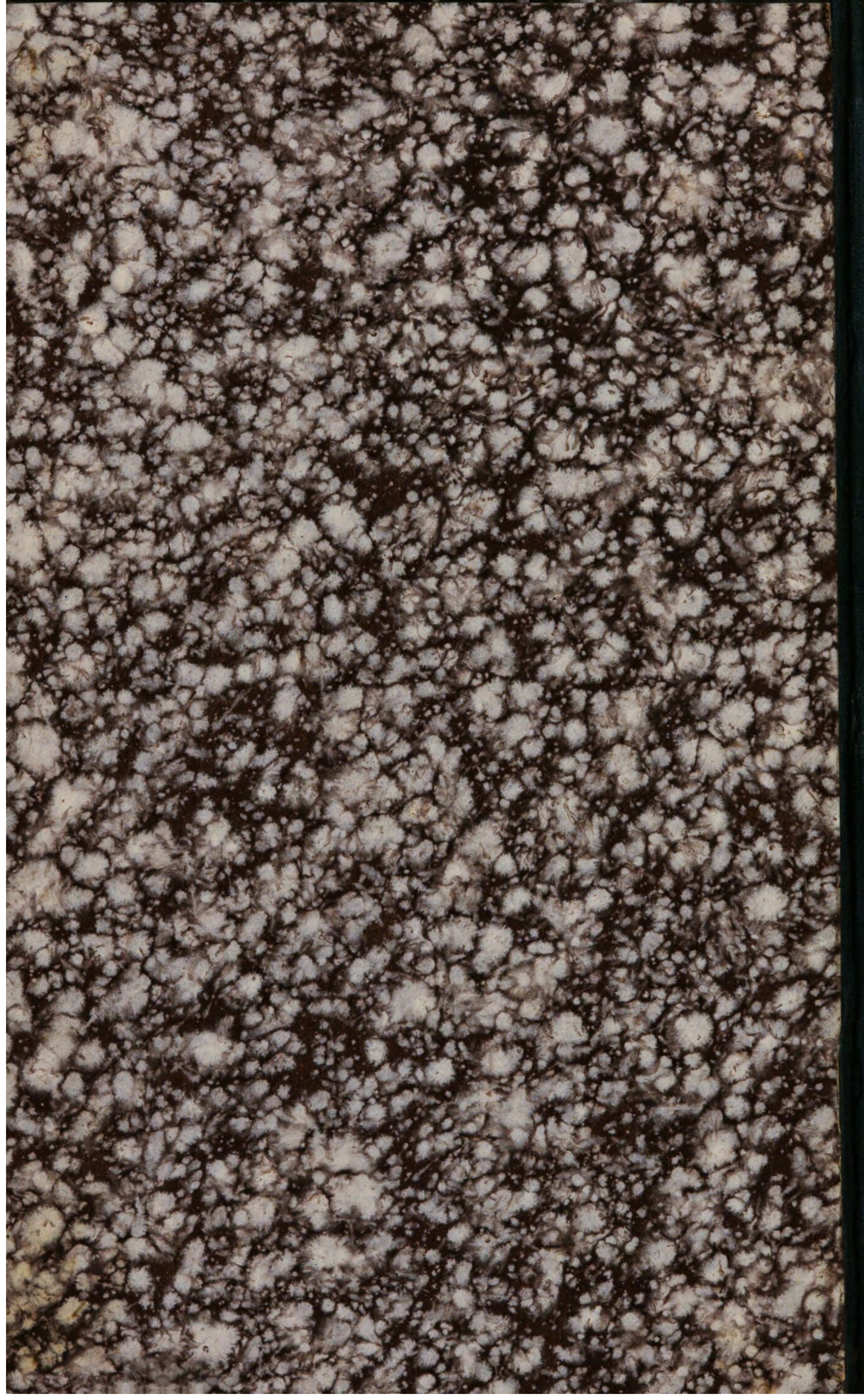


8²
* Oecon.*

2008

£



8^o Decem.

Schulze

2008 x

S. 97.

Landwirtschaftliches
RECHENWESEN

für

Landwirtschafts- und Fortbildungs-Schulen

wie auch

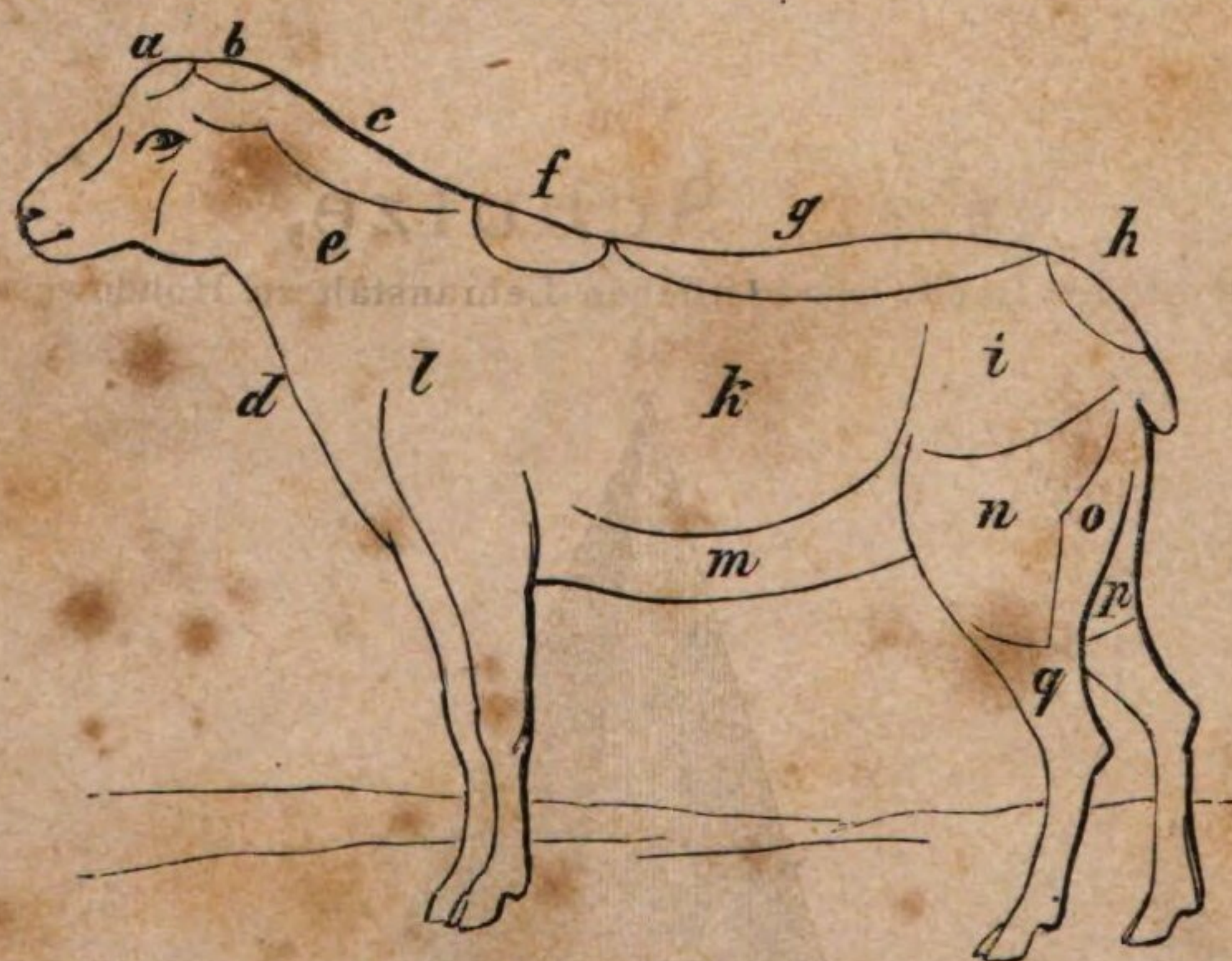
für den Selbstunterricht.

IN DREI TEILEN

von

Carl Schulze,

Lehrer an der Landwirtschaftlichen Lehranstalt zu Hohenwestedt.



LEIPZIG,
KARL SCHOLTZE

1877.

6 Landwirtschaftliches



RECHENWESEN

für

Landwirtschafts- und Fortbildungs-Schulen

wie auch

für den Selbstunterricht.

I. THEIL.

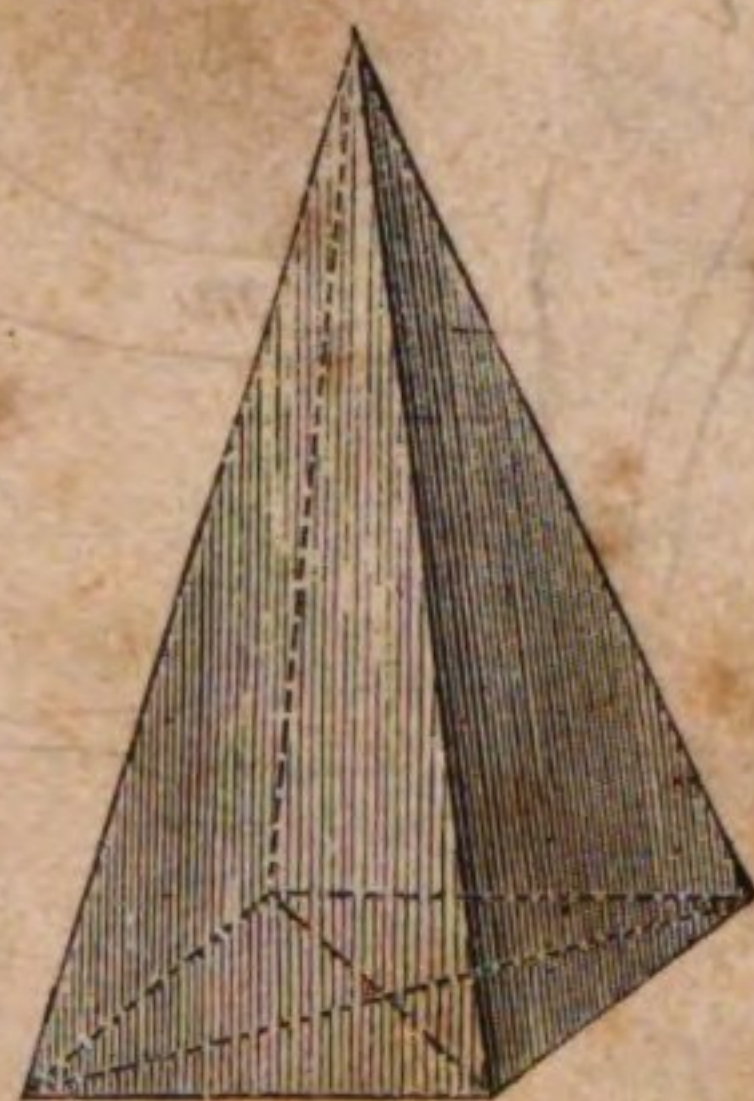
Aritmetik nebst Anleitung zum Feldmessen, Nivelliren und Berechnen der Körper.

Mit 64 Holzschnitten.

Von

Carl Schulze,

Lehrer an der Landwirtschaftlichen Lehranstalt zu Hohenwestedt.



LEIPZIG,
KARL SCHOLTZE

1877.

G. n. 1811





VORWORT.

Der Verfasser des vorliegenden Lerbuches würde es niemals gewagt haben, seine Feder diesem Unternehmen zu widmen, wenn er sich nicht durch das wiederholte Ersuchen seiner Schüler dazu bewogen gefunden hätte. Zwar felt es nicht an guten landwirtschaftlichen Rechenbüchern, wir erinnern nur an Dr. Krämer, Kick, Erzinger, Schubert, Löser und Zeeb, welche selbst teilweise hier benutzt worden sind, aber sie geben entweder zu viel oder zu wenig.

Die Bestimmung des Lerbuches für den Schulunterricht verlangt zunächst ein gewisses Maass in der Auswahl des Stoffes, wobei insbesondere die Zeit, über welche der Unterricht zu verfügen hat, entscheidet. Ich habe die Grenzen nicht all zu eng gezogen, denn zuweilen gestatten günstige Umstände, über das übliche Pensum hinauszugehen. Mit Rücksicht hierauf habe ich die Lere von den Logarithmen noch angefügt.

Das vorliegende Lernbuch ist in dem Sinne für den Selbstunterricht bestimmt, dass es eine sichere Stütze für den häuslichen Fleiss sein soll, die nicht sofort versagt, sobald das erklärende Wort des Lehrers felt, oder aus dem Gedächtnisse entschwunden ist.

Aber nicht der Schule allein, auch dem praktischen Landwirt soll die Arbeit dienen. Sie bietet ihm als

Hand- und Nachschlagebuch die Anweisungen zu den für eine rationelle Geschäftsführung nötigen Berechnungen.

Um die Anschaffung des Buches zu erleichtern erscheint es in drei Teilen. Der vorliegende erste Teil behandelt das allgemeine Rechnen; der zweite die Haustiere und der dritte die Kulturpflanzen.

So möge denn dies Buch seine Wanderung antreten und versuchen, dem Landwirte auch eine kaufmännische Bildung zu geben, damit er auch den Rechenstift führen lerne.

Der Verfasser.

INHALTS-VERZEICHNISS.

	Seite
Vorwort.	

I. Abschnitt.

§. 1. Einfache Zinsrechnung	1
§. 2. Termin-Rechnung	4
§. 3. Von den Verhältnissen und Proportionen	7
§. 4. Kettensatz	14
§. 5. Rabatt-Rechnung	19
§. 6. Tara-Rechnung	20
§. 7. Teilregel	22
§. 8. Gesellschafts-Rechnung	23

II. Abschnitt.

Münz- und Wechsel-Rechnung.

§. 9. Münzen	35
§. 10. Reichsmünzen	37
§. 11. Münzverhältnisse in verschiedenen Ländern	41
§. 12. Bank	45
§. 13. Staatsschuldscheine	48
§. 14. Aktien	52
§. 15. Berechnung der Staatspapiere und Aktien	53
§. 16. Wechsel	54
§. 17. Kurszettel	60

III. Abschnitt.

Quadrat- und Kubikwurzel.

§. 18. Quadratwurzel	69
§. 19. Kubikwurzel	74

IV. Abschnitt.

Flächen-Berechnung.

§. 20. Das Dreieck	82
§. 21. Das Viereck	86
§. 22. Unregelmässige Vielecke	90
§. 23. Regelmässige Vielecke	92

VIII

	Seite
§. 24. Der Kreis	94
§. 25. Die Ellipse	96
§. 26. Gewichts-Berechnungen	97
§. 27. Berechnungen fließender Wassermassen	102

V. Abschnitt.

Körperberechnung.

§. 28. Das Prisma	104
§. 29. Der Zylinder	109
§. 30. Die Pyramide	114
§. 31. Der Kegel	119
§. 32. Bauhölzer, Gefässe und Fässer	123
§. 33. Die Kugel	127
§. 34. Von der Festigkeit der Körper	130
§. 35. Entschädigungs-Berechnung für entzogenes Triebwasser . .	138

VI. Abschnitt.

Die Logarithmen und ihre Anwendung.

§. 36. Die Logarithmen	142
§. 37. Rechnung mit Logarithmen	149
§. 38. Zinseszinsrechnung	154
§. 39. Rentenrechnung	161
§. 40. Versicherungswesen	166

VII. Abschnitt.

Vom Feldmessen und Nivelliren.

§. 41. Vom Feldmessen	177
§. 42. Das Messen der Linien	180
§. 43. Das Aufzeichnen der Messungsergebnisse	185
§. 44. Flächenberechnung	188
§. 45. Das Theilen und Verwandeln der Grundstücke	191
§. 46. Aufgaben über die Theilung der Flächen	195
§. 47. Das Nivelliren und Höhenmessen	199
§. 48. Die Ausführung von Höhenmessungen und Nivellements . .	202
§. 49. Einrichtung und Führung des Manuals	205
§. 50. Das Auftragen der Profile	208
§. 51. Das Nivellement von Flächen	209
§. 52. Das Planzeichnen	210

Anhang.

Verhältnisszahlen für die Umrechnung der Maasse und Gewichte .	212
Abkürzung der Benennung im neuen Maass-System	232



I. ABSCHNITT.

§. I. Einfache Zinsrechnung.

Wird ein bestimmtes Kapital (R) auf eine bestimmte Zeit (n) ausgeliehen, so erhält man Zinsen (Interessen I) dafür. Die Höhe der Zinsen wird durch die sogenannten Prozente % (p) bestimmt, worunter man den Betrag an Zinsen für 100 Mark Kapital für die Zeit eines Jahres versteht.

Bei dieser Rechnung hat man es demnach mit 4 Grössen zu thun, nämlich mit dem Kapitale, den Zinsen, der Zeit und den Prozenten.

Soll nun aus drei gegebenen Grössen die vierte Grösse gefunden werden, so geschieht dies nach der zusammengesetzten Regeldetri.

Z. B. Wenn 100 Mark Kapital in 1 Jahr p Mark Zinsen bringen, welches Kapital wird nötig sein, um in n Jahren I Mark Zinsen zu geben?

	Mark Kapital	Jahre	Mark Zinsen
Bedingungssatz	100	1	p
	K?	n	I.

daraus ergibt sich:

$$\begin{aligned}
 P:100 &= 1:n \\
 &= I:p \\
 \hline
 K &= \frac{I \cdot 100}{p \cdot n}
 \end{aligned}$$

Das Kapital wird demnach berechnet, wenn man die Zinsen mit 100 multipliziert und dies durch das Produkt aus den Prozenten und der Zeit dividirt.

Ebenso findet sich:

$$I = \frac{K \cdot p \cdot n}{100}$$

$$n = \frac{I \cdot 100}{K \cdot p}$$

$$p = \frac{I \cdot 100}{K \cdot n}$$

Aufgaben.

1. Wie viel Mark Zinsen geben 768 Mark in 5 Jahren 4 Monaten zu $4\frac{1}{2}\%$?
2. Wie viel Mark Zinsen geben 1728 Mark in 84 Tagen zu $4\frac{1}{2}\%$?
3. Wie viel Zinsen geben 1260 Franken in 108 Tagen zu 4% ?
4. 450 Mark werden den 12. März zu 5% ausgeliehen und am 27. Oktober zurückgezahlt; wie viel Zinsen sind zu entrichten?
5. 840 Gulden wurden den 22. Mai 1872 ausgeliehen und den 27. März 1876 zurückgezahlt, wie viel Zinsen sind zu zahlen, wenn der Zinsfuss 4% beträgt?
6. Ein Wechsel von 1800 Franken wurde den 16. Oktober 1868 ausgestellt und den 27. Januar 1873 bezahlt; wie viel Zinsen sind dabei zu vergüten, wenn der Zinsfuss 6% gerechnet wird?
7. Welches Kapital gibt in 2 Jahren 8 Monaten zu 5% 175 Mark Zinsen?
8. Wie gross ist das Kapital, das zu 5% ausgeliehen in $3\frac{3}{4}$ Jahren 175 Gulden Zinsen abwirft?
9. Ein Kapital soll zu 4% ausgeliehen in 9 Monaten 228 Mark Zinsen tragen, wie gross muss dasselbe sein?
10. Man erhält von einem Kapitale, das zu $3\frac{3}{4}\%$ auf 168 Tage ausgeliehen worden ist 900 Mark Zinsen, wie gross ist dasselbe?
11. Eine Summe wurde den 12. Oktober 1869 zu 4% ausgeliehen und gab am 22. März 1873 an Zinsen 768 Mark. Wie gross war dieselbe?
12. Ein Kapital, welches vom 29. Mai 1868 bis zum

9. Januar 1876 zu 5% ausgeliehen worden ist, brachte 768 Mark Zinsen. Wie hoch belief sich dasselbe?
13. B's Gut, welches ihm baar 74,250 Mark gekostet hat, hat sich in 12 Jahren durchschnittlich zu $8\frac{1}{2}\%$ p. a. verinteressirt. Wie hoch musste sich ein anderes Gut zu 55,200 Mark verzinsen, um in 10 Jahren eben so viel einzubringen, als B's Gut in 12 Jahren eingebracht hat?
14. 1800 Mark gaben zu 5% 225 Mark Zinsen, wie lange sind dieselben ausgeliehen worden?
15. 1440 Mark wurden zu 4% den 25. März 1867 ausgeliehen und gaben bei der Zurückzahlung 336 Mark Zinsen, wann geschah dieselbe?
16. Nach wie viel Jahren erhält man von 832 Mark, die zu 5% ausgeliehen wurden, 156 Mark Zinsen?
17. 538,5 Mark sind zu 4% am 16. März 1864 geliehen worden und haben 250 Mark Zinsen getragen, wann sind sie zurückgezahlt worden?
18. 1123 Mark haben bei der Zurückzahlung am 16. Oktober 1876 375 Mark Zinsen getragen; wann sind sie zu 5% ausgeliehen worden?
19. 1296 Mark geben nach 4 Jahren 6 Monaten 288 Mark Zinsen, wie hoch beläuft sich hierbei der Zinsfuß?
20. 6400 Mark geben in 72 Tagen 48 Mark Zinsen, wie viel beträgt der Zinsfuß?
21. 723,5 Mark haben in 5 Jahren 4 Monaten 145,5 Mark Zinsen getragen, zu welchem Zinsfuß hat man dieselben ausgeliehen?
22. H. kaufte ein Haus für 3600 Mark, einen Garten für 750 Mark, eine Wiese für 1020 Mark und einen Acker für 1125 Mark. Er verkaufte das Haus nach $3\frac{1}{2}$ Jahren für 4800 Mark, den Garten nach 5 Jahren für 1050 Mark, die Wiese nach 4 Jahren für 1200 Mark und den Acker nach einem Jahre für 1350 Mark. Wie hoch verinteressirte sich jedes Kapital p. a.?
23. Zu wie viel % muss ich mein Kapital belegen, damit es in 5 Jahren eben so viel Zinsen bringt, als es mir in $6\frac{1}{2}$ Jahren zu $3\frac{1}{3}\%$ p. a. eingebracht hat?

24. Was betragen 3780 Mark in $6\frac{1}{2}$ Monat an Kapital und Zinsen zu 4%?
25. Wie viel betragen die Zinsen, wenn für ein zu 3% am 13. Oktober 1869 bis 23. Mai 1870 ausgeliehenes Kapital 1568 Mark an Kapital und Zinsen zurückgezahlt werden?
26. Wie gross war das ursprüngliche Kapital, welches auf 5 Monate 12 Tage ausgeliehen, mit 866 Mark an Kapital und Zinsen zurückgezahlt wurde?

§. 2. Termin-Rechnung.

Unter mittlerem Zahlungstermin versteht man einen Tag, an welchem mehrere Summen, welche zu verschiedenen Zeiten fällig waren, zugleich bezahlt werden können, ohne dass irgend einer der Beteiligten Schaden erleidet.

Die Beispiele werden das Weitere erläutern.

1. A hat an B 3 Kapitalien zu zahlen, nämlich 1500 Mark am 1. März, 1200 Mark am 1. Juni und 900 Mark am 1. September. An welchem Tage kann A die ganze Summe auf einmal bezahlen, ohne dass er, noch B Schaden erleidet?

Die Verpflichtung des A beginnt mit dem 1. März, von wo ab bis zum zweiten Termine 3 Monate und bis zum 3. Termine 6 Monate verfliessen. Hiernach kann A benutzen:

1500 Mark	0 Monat	=	0 Mark	1 Monat
1200 „	3 „	=	3600 „	1 „
900 „	6 „	=	5400 „	1 „
3600 Mark	? Monat	=	9000 Mark	1 Monat

woraus folgt, dass A die 3600 Mark $\frac{9000}{3600} = 2\frac{1}{2}$ Monat nach dem 1. März, d. i. am 16. Mai zahlen muss.

2. Es hat Jemand am 1. Januar 7200 Mark zu zahlen. Er zahlt aber schon 1000 Mark am 1. Oktober, 1800 Mark am 21. Oktober, 2400 Mark am 16. November. Wie lange nach dem 1. Januar wird er den Rest von 2000 Mark zahlen müssen, wenn durch den so erzielten Zinsengewinn der Zinsen-

verlust ausgeglichen werden soll, den er durch die drei verfrühten Zahlungen erlitten hat?

Lösung. Durch die zu frühe Zalung gingen die Zinsen verloren von:

1000 Mark auf 3 Monate = 3000 Mark 1 Monat

1800 „ „ $2\frac{1}{3}$ „ = 4200 „ 1 „

2400 „ „ $1\frac{1}{2}$ „ = 3600 „ 1 „

Er verliert also 10800 Mark.

Dafür zalt er den Rest von 2000 Mark x Monate später, und gewinnt dadurch die Zinsen von:

2000 Mark auf x Monate = 2000 x Mark.

Soll er nun keinen Schaden haben, so muss dieser Gewinn gleich dem Verlust sein, d. h. es muss sein

$$2000 x = 10800$$

$$x = \frac{10800}{2000} = 5\frac{2}{5} \text{ Monat} = 5 \text{ Mon. } 12 \text{ Tage.}$$

Der Rest ist also am 12. Juni abzutragen.

3. Es hat Jemand zu zalen 4000 Mark am 1. August.

5000 Mark am 6. September.

6000 Mark am 1. Oktober.

Er zalt aber statt dessen 7000 Mark schon am 1. Juni.

3000 Mark am 16. August.

An welchem Tage muss er den Rest von 5000 Mark zalen?

Lösung. Am 1. Oktober muss der Gläubiger befriedigt sein, durch die früheren Zalungen am 1. August und 6. September ist ihm aber das Recht auf Zinsen zugesprochen, und er hat zu fordern die Zinsen von:

4000 Mark auf 2 Monate = 8000 Mark auf 1 Monat

5000 „ „ $1\frac{4}{5}$ „ = 9000 „ „ 1 „

Der Gläubiger hat zu fordern von 17000 Mark die Zinsen.

Durch die beiden veränderten Zalungstermine am 1. Juni und 16. August gwinnt er die Zinsen von:

7000 Mark auf 4 Monate = 28000 Mark auf 1 Monat

3000 „ „ $1\frac{1}{2}$ „ = 4500 „ „ 1 „

der Gläubiger gewinnt 32000 Mark

er hatte aber nur zu fordern 17000 „

er erhält also zu viel 15500 Mark

Was der Gläubiger durch die Zalungen des Schuldners gewinnt, verliert der Letztere. Dieser Zinsenverlust kann aber nur dadurch ausgeglichen werden, dass der Schuldner den Rest von 5000 Mark erst nach dem 1. Oktober bezahlt; dadurch gewinnt er die Zinsen von:

$$5000 \text{ Mark auf } x \text{ Monate} = 5000 \times x \text{ Mark.}$$

Soll der Gewinn den Verlust ausgleichen, so muss der Gewinn gleich dem Verlust sein, also

$$5000 \times \text{Gewinn} = 15,500 \text{ Verlust}$$

$$x = \frac{15500}{5000} = 31 \text{ Monat.}$$

Der Schuldner hat demnach den Rest von 5000 Mark erst 3 Monate 3 Tage nach dem 1. Oktober zu zahlen.

Aufgaben.

1. D hat zu zahlen 4500 Mark sogleich, 4500 Mark in 1 Jahre und 4500 Mark in 2 Jahren. An welchem Tage kann D die ganze Summe zahlen, ohne dass er oder sein Gläubiger Schaden erleidet?
2. N soll zahlen $\frac{1}{5}$ des Kapitals am 1. Februar, $\frac{1}{6}$ am 1. April, $\frac{1}{4}$ am 1. Juli und den Rest des Kapitals am 1. Oktober. Welches ist der mittlere Zahlungstermin für die ganze Summe?
3. A verkauft sein Haus unter folgenden Bedingungen für 24,000 Mark. Der Käufer soll 6000 Mark sogleich anzahlen, 1500 Mark nach 6 Monaten, 4500 Mark nach 1 Jahr, 3000 Mark nach 1 Jahr 6 Monaten, 4500 Mark nach 2 Jahren und den Rest nach 3 Jahren, ohne Zinsen zu geben. Der Käufer zahlt nun sogleich 4500 Mark, 3000 Mark nach 6 Monaten, 6000 Mark nach 1 Jahr, und dann den Rest auf einmal, so dass keiner der Kontrahenden Schaden dabei hatte. Wann ist der Rest bezahlt?
4. R soll von einer Summe bezahlen $\frac{1}{8}$ zu $3\frac{1}{2}\%$ am 1. Januar, $\frac{1}{6}$ zu 4% am 1. April, $\frac{5}{24}$ zu $4\frac{1}{2}\%$ am 1. Juli, den Rest zu 5% am 1. Oktober. R entschliesst sich aber die ganze Summe nebst fälligen Zinsen auf einmal zu be-

zalen. a) Welches ist der mittlere Zalungstermin, b) welches der gemeinschaftliche Zinsfuss?

5. A zalte seinen Pacht jährlich, und zwar am 1. Oktober. Er kann $\frac{2}{3}$ der Pachtsumme schon am 16. Juni abtragen, wünscht dagegen den Rest noch länger zu benutzen. Wann ist dafür der äusserste Zalungstermin?
6. D hat 4500 Mark nach 6 Monaten zu zalen. Er zieht es jedoch vor, sogleich 900 Mark baar zu entrichten und für den Rest 4 gleich lange Termine, jedes Mal mit 900 Mark festzusetzen. Wann hat D seine Termnialzalungen zu leisten, damit der Gläubiger nicht benachteiligt wird?

§. 3. Von den Verhältnissen und Proportionen.

1. Werden zwei Zalen mit einander verglichen, so findet man ihr gegenseitiges Verhältniss, man erfährt wie beide Grössen sich zu einander verhalten. Diese Vergleichung kann nun auf zweifache Art stattfinden,

- 1) kann man angeben, um wie viel die eine Zal kleiner oder grösser ist, als die andere;
- 2) wie viel Mal die eine Zahl in der andern enthalten ist.

Das Verhältniss zweier Zalen kann demnach durch Subtrahiren und durch Dividiren gefunden werden.

Wird das Verhältniss durch Subtrahiren gefunden, so erhält man eine Differenz, und dieses Verhältniss nennt man ein arithmetisches (Differenz) Verhältniss.

Untersucht man durch Dividiren, so erhält man einen Quotienten; dieses Verhältniss wird ein geometrisches oder Divisionsverhältniss genannt.

Hat man z. B. zu ermitteln, um wieviel die Zal 16 (a) grösser sei als die Zal 4 (b), so hat man 4 (b) von 16 (a) zu subtrahiren. Fragt man aber, wie oft 4 (a) in 16 (b) enthalten sei, so hat man 16 durch 4 zu dividiren.

$16 - 4$ (a—b) ist demnach ein arithmetisches Verhältniss.

$16 : 4$ (a:b) ist ein geometrisches Verhältniss.

Jedes der beiden Verhältnisse wird gelesen:

16 (a) verhält sich zu 4 (b).

In jedem der beiden Verhältnisse $16—4$, $a—b$, $16:4$, $a:b$
 heisst 16 (a) Vorderglied,
 4 (b) Hinterglied.

In einem geometrischen Verhältniss ist noch eine dritte Zal, der Exponent, vorhanden. Der Exponent ist diejenige Zal, welche anzeigt, wie oft das Vorderglied im Hinterglied des Verhältnisses enthalten ist. In dem Verhältniss

$$4:16$$

ist $\sqrt[4]{16} = \sqrt[1]{4}$ der Quotient

$\sqrt[16]{4} = 4$ der Exponent des Verhältnisses.

Ist der Exponent grösser als 1, so hat man ein steigendes oder zunehmendes Verhältniss (z. B. $4:16$).

Ist der Exponent kleiner als 1, so heisst das Verhältniss ein fallendes oder abnehmendes: z. B. $16:4$.

Sind zwei Zalen gleich, so ist der Exponent dieses geometrischen Verhältnisses gleich 1. Verhältnisse sind also gleich, wenn sie gleiche Exponenten haben, z. B. $4:8$, $16:32$, $12:24$, wo der Exponent gleich 2 ist. Hieraus folgt sogleich; dass der Wert eines geometrischen Verhältnisses derselbe bleibt, wenn man beide Glieder durch ein und dieselbe Zal multipliziert oder dividirt.

Es verhält sich also

$$\sqrt[3]{4}:\sqrt[4]{5}$$

wie $15:16$

oder

$$a/b:c/d$$

wie $ad:bc$.

2. Werden zwei gleiche Verhältnisse durch das Gleichheitszeichen verbunden, so erhält man eine Proportion. Die Verbindung zweier Differenz-Verhältnisse ergibt eine arithmetische oder Differenz-Gleichung. Die Verbindung zweier geometrischen Verhältnisse gibt eine geometrische Proportion.

Beide Proportionen

$$a—b = c—d$$

$$a:b = c:d$$

werden gelesen, a verhält sich zu b wie c zu d.

Eine Proportion besteht aus vier Zalen oder Gliedern, welche der Reihe nach das erste, zweite, dritte, vierte Glied

heissen. a und d heissen die äusseren Glieder der Proportion, b und c die inneren Glieder; a und c heissen Vorderglieder, b und d Hinterglieder. Sind die Hinterglieder grösser als die Vorderglieder, so heisst die Proportion steigend; sind die Hinterglieder kleiner als die Vorderglieder, so heisst die Proportion fallend. Ist das zweite Glied gleich dem dritten

$$\text{z. B. } a - x = x - b$$

$$a : x = x : b$$

so ist die Proportion eine stetige und x wird die mittlere Proportionale genannt.

Arithmetische Proportionen.

In jeder arithmetischen Proportion ist die Summe der äusseren Glieder gleich der Summe der inneren.

$$\text{z. B. } 20 - 15 = 18 - x$$

$$+ 15 = + 15$$

$$+ x = + x$$

$$\hline 20 + x = 18 + 15$$

$$x = 18 + 15 - 20$$

$$x = 13$$

$$a - b = c - x$$

$$+ b = + b$$

$$+ x = + x$$

$$\hline a + x = c + b$$

$$x = b + c - a$$

Die Beispiele zeigen weiter, dass man ein äusseres Glied (a) findet, wenn man von der Summe der inneren Glieder das bekannte äussere subtrahirt.

$$\text{Das Beispiel: } 20 - x = 18 - 13$$

$$x = 20 + 13 - 18 = 15$$

zeigt, dass man ein inneres Glied findet, wenn man von der Summe der äusseren Glieder das bekannte innere abzieht.

In einer stetigen arithmetischen Proportion

$$\text{z. B. } 18 - x = x - 12$$

$$+ x = + x$$

$$+ 12 = + 12$$

$$\hline 18 + 12 = 2x$$

$$\frac{18 + 12}{2} = x$$

$$15 = x$$

$$a - x = x - b$$

$$+ x = + x$$

$$+ b = + b$$

$$\hline a + b = 2x$$

$$\frac{a + b}{2} = x$$

ist das Mittelglied gleich der halben Summe der äusseren Glieder.

Das arithmetische Mittel mehrerer Grössen wird gefunden, wenn man ihre Summe durch die Anzahl der Grössen dividirt.

Nach dem Amtsblatt kosteten im September 100 Kgm. Weizen in Rendsburg 23 Mk., in Kiel 21, 26 Mk., in Segeberg 22 Mk., in Altona 22, 17 Mk., in Neumünster 22, 27 Mk., in Itzehoe 21, 67 Mk. Welches ist der Durchschnittspreis für Holstein?

$$\frac{23 + 21,26 + 22 + 22,17 + 22,27 + 21,67}{6} = \frac{132,37}{6} =$$

22,06 Mk.

Geometrische Proportionen.

Stellt man eine geometrische Proportion in Form eines Bruches dar, so entsteht eine Gleichung in Bruchform. Die Proportion

$$\begin{array}{l} 4:5 = 8:10 \quad \text{oder } a:b = c:d \\ \text{ergeben} \quad \frac{4}{5} = \frac{8}{10} \quad \text{oder } a/b = c/d \end{array}$$

Um eine Gleichung von ganzen Zahlen hieraus zu erhalten, hat man die Brüche mit 5.10 (b. a) zu multiplizieren, wodurch sich findet:

$$4 \cdot 10 = 5 \cdot 8 \quad \text{oder } a \cdot d = b \cdot c.$$

Hieraus ergibt sich, dass das Produkt der äussern Glieder gleich ist dem Produkt der innern Glieder, und jede aus zwei Produkt-Ausdrücken bestehende Gleichung lässt sich in eine Proportion verwandeln, wenn man die Faktoren des einen Produktes zu äusseren Gliedern, die des andern Produktes zu innern Gliedern dieser Proportion macht.

Die Richtigkeit einer Proportion lässt sich demnach auf zwei Arten prüfen. Man untersucht entweder, ob die Exponenten gleich sind, oder ob das Produkt der äussern Glieder gleich dem Produkt der innern Glieder ist.

Dies benutzt man, um das fehlende Glied (x) einer Proportion zu finden.

$$\begin{array}{l} \text{z. B.} \quad 5:15 = 8:x; \quad x = 8 \times 3 \\ \quad \quad 5:x = 8:24; \quad x = 5 \times 3 \end{array}$$

$$5:15 = x:24; \quad x = 24/3$$

$$x:15 = 8:24; \quad x = 15/3$$

Sind 3 Glieder einer Proportion gegeben und soll ein mittleres Glied gefunden werden, so ist das Produkt der äusseren Glieder durch das bekannte mittlere zu dividiren; soll ein äusseres Glied berechnet werden, so ist das Produkt der mittleren Glieder durch das bekannte äussere zu dividiren.

Soll zu 2 gegebenen Grössen die mittlere Proportionale gefunden werden, so hat man aus dem Produkt der äussern Glieder die Quadratwurzel zu ziehen.

$$16:x = x:4$$

$$x^2 = 64$$

$$x = \sqrt{64} = 8$$

$$a:x = x:b$$

$$x^2 = a \cdot b$$

$$x = \sqrt{ab}$$

Durch Versetzung der einzelnen Glieder einer Proportion lassen sich 7 neue Proportionen bilden, so dass sich jede Proportion auf achterlei Art schreiben lässt.

$$10:5 = 6:3$$

$$10:6 = 5:3$$

$$6:3 = 10:5$$

$$6:10 = 3:5$$

$$5:10 = 3:6$$

$$5:3 = 10:6$$

$$3:6 = 5:10$$

$$3:5 = 6:10$$

$$a:n = b:m$$

$$a:b = m:n \quad \dots \text{I.}$$

$$n:b = m:a \quad \dots \text{II.}$$

$$a:m = b:n \quad \dots \text{III.}$$

$$n:m = b:a \quad \dots \text{IV.}$$

$$b:a = n:m \quad \dots \text{V.}$$

$$m:a = n:b \quad \dots \text{VI.}$$

$$b:n = a:m \quad \dots \text{VII.}$$

$$m:n = a:b \quad \dots \text{VIII.}$$

Bei Vergleichung dieser Proportionen ergeben sich folgende Sätze:

1. Die Proportion bleibt richtig, wenn man die äussern Glieder vertauscht,
2. wenn man die innern Glieder vertauscht,
3. wenn man sowol die innern als äusseren Glieder vertauscht,
4. wenn man die innern Glieder zu äusseren und die äusseren zu innern macht.

Anwendung der Proportionen.

1. Stehen zwei Grössen in solch einer Beziehung, dass eine Vermehrung der Grösse der einen Art eine Vermehrung oder Verminderung der Grösse der zweiten Art mit sich bringt, so bilden diese Zalen Glieder einer geometrischen Proportion. Das tägliche Leben bietet hierfür eine Menge von Beispielen. Waare und Preis sind solche Grössenarten; denn vermehrt sich die Waare, so steigt auch in demselben Verhältniss der Preis. Kosten z. B. 100 Klgm. Weizen 20 Mk., so werden 400 Klgm. auch $4 \times 20 = 80$ kosten, und die Zalen 100 und 400 stehen dann in demselben geometrischen Verhältnisse wie 20 und 80. Daraus ergibt sich die Proportion

$$100:400 = 20:80$$

Aus dem vorhergehenden § wissen wir, wie man, wenn ein Glied unbekannt, aus dem Bekannten das Unbekannte finden kann. Mit Rücksicht hierauf liefert das Beispiel 4 Aufgaben. 1. Wenn 100 Klgm. Weizen 20 Mk. kosten, wie hoch kommen 400 Klgm.? 2. Wenn 400 Klgm. Weizen 80 Mk. kosten, wie hoch kommen 100 Klgm.? 3. Wenn man für 20 Mk. 100 Klgm. Weizen erhält, wie viel erhält man für 80 Mk.? 4. Wenn man für 80 Mk. 400 Klgm. Weizen erhält, wie viel erhält man für 20 Mark?

Um solche Aufgaben schnell lösen zu können mittelst geometrischer Proportion, so schreibe man die zunächst gegebenen Zalen der beiden Grössen nebeneinander, nach unserem Beispiel

$$\begin{array}{rcl} 100 \text{ Klgm.} & = & 20 \text{ Mark (Bedingungssatz)} \\ 400 & = & x \quad \text{(Fragesatz)} \end{array}$$

bezeichne die zu bestimmende Grösse mit x und setze Bedingungs- und Fragesatz so untereinander, dass dieselben Grössen untereinander zu stehen kommen.

Um eine Proportion daraus entstehen zu lassen, setze man x in das erste Glied, 20 Mark in das zweite, 400 in das dritte und 100 als viertes Glied, so ergibt sich

$$x:20 = 400:100$$

$$x = \frac{20 \cdot 400}{100} = 80 \text{ Mark.}$$

2. Jede Aufgabe, in der zu den drei Grössen eine vierte gesucht werden soll, welche von der dritten in demselben Verhältniss abhängig ist, kann nach 1 gelöst werden. Ist aber ein umgekehrtes Verhältniss vorhanden, d. h. führt die Vermehrung der einen Grössenart eine Verminderung der anderen Grössenart herbei, so setze man den Fragesatz wie oben unter den Bedingungssatz, jedoch den Fragesatz umgekehrt.

Z. B.: Einen Graben würden 20 Arbeiter in 10 Tagen fertig bringen; wie viel Arbeiter wären nötig, um die Arbeit in 5 Tagen auszuführen?

20 Arbeiter 10 Tage (Bedingungssatz)

x „ 5 „

$$x:20 = 10:5$$

$$x = 40 \text{ Arbeiter.}$$

Sind bei derartigen Aufgaben nur zwei Grössenarten vorhanden, so gehören erstere der einfachen Regel de tri an, kommen mehrere Grössenarten in der Aufgabe vor, so gehört die Aufgabe zur zusammengesetzten Regel de tri.

Beispiel: 5 Arbeiter brauchen, um einen Graben von 200 M. Länge, 0,75 M. Tiefe und 1,5 M. Breite herzustellen, 40 Tage; in wie viel Tagen werden 8 Arbeiter mit einem 150 M. langen, 1 M. tiefen und 2 M. breiten Graben unter gleichen Bedingungen fertig?

	Arbeiter.	M. Länge.	M. Tiefe.	M. Breite.	Tage.
Bedingungssatz	5	200	0,75	1,5	40
Fragesatz	8	150	1	2	x

$$x:40 = 5:8 \quad 4 \text{ (indirekt)}$$

10

$$3 \quad 150:200 \quad 4 \quad \text{(direkt)}$$

$$1:0,75 \quad 0,15 \quad \text{„}$$

$$2:1,5 \quad 0,5 \quad \text{„}$$

$$x = \frac{10}{4 \times 0,5 \times 0,15} = \frac{10}{0,3} = 100:3 = 33\frac{1}{3} \text{ Tage.}$$

§ 4. Der Kettensatz.

Der Kettensatz dient zur Lösung derjenigen Aufgaben, deren Bestandteile durch Gleichungen ausgedrückt sind, welche unter sich in einem gewissen (kettenartigen) Zusammenhange stehen. Alle derartige Aufgaben haben die Eigenthümlichkeit, dass der Wert einer Grösse durch eine andere berechnet werden soll. Z. B.: A vertauscht 45 Hktl. Roggen gegen Weizen und erhält für je $4\frac{1}{2}$ Hktl. Roggen 3 Hktl. Weizen. Den Weizen vertauscht er gegen Gerste und erhält für je 2 Hktl. Weizen 5 Hktl. Gerste. Die Gerste vertauscht er gegen Hafer und erhält für je 3 Hktl. Gerste 4 Hktl. Hafer. Den Hafer verkauft er zum Preise von 6,40 Mark pro Hktl. Wieviel löst A im Ganzen?

Lösung: Ansatz vor der Abkürzung:

? Mark	45 Hktl. Roggen
4,5 Hktl. Roggen	3 Hktl. Weizen
2 Hktl. Weizen	5 Hktl. Gerste
3 Hktl. Gerste	4 Hktl. Hafer.
1 Hktl. Hafer	6,40 Mark

? Mark.

Ansatz nach vorgenommener Abkürzung:

?	45
45	3 10
2	5
3	4 2
100 1	640

$$64 \cdot 5 \cdot 2 = 640 \text{ Mark.}$$

Bei der Lösung solcher Aufgaben beachte man folgende Regeln:

1. Man ziehe einen senkrechten Strich und schreibe links oben die fragliche Grösse an, und setze rechts vom Striche auf derselben Zeile die Grösse an, welche der Aufgabe nach gleichwertig mit x ist.

2. Jede folgende Gleichung muss mit derjenigen Benennung beginnen, mit welcher die ihr unmittelbar vorhergehende Gleichung geschlossen hat.

3. In derselben Zeile dürfen nur gleichartige Grössen stehen.

4. Die letzte Gleichung muss mit der Benennung schliessen, welche x in der ersten Gleichung trägt.

Aufgaben.

1. Ein Acker ist 178 M. lang und 98 M. breit; in welchem Verhältniss stehen Länge und Breite?
2. A braucht 12 Hktl. Weizen, die er seinem Nachbar gegen Roggen eintauscht. Wie viel Hktl. Roggen muss A dem Nachbar geben, wenn 6 Hktl. Roggen gleich 5 Hktl. Weizen gerechnet werden?
3. Der tägliche Verdienst eines Mannes verhält sich zu dem einer Frau wie 5:3. — 35 Männer erhalten in 32 Tagen 5040 Mark; wieviel erhalten 39 Frauen in 35 Tagen?
4. Die Länge eines Gartens verhält sich zur Breite wie 51:38. Die Länge beträgt $318\frac{3}{4}$ M.; wie gross ist die Breite?
5. A verkauft 480 Klgm. Weizen, B 720 Klgm. Roggen. Wie verhält sich die Einnahme des A zu der des B, wenn 50 Klgm. Weizen gleich 10,25 Mark und 50 Klgm. Roggen gleich 8,50 Mark sind?
6. Auf einem Gute verhält sich der Verdienst aller Männer zu dem der Frauen wie 8:7. Das Tagelohn eines Mannes beträgt 2,40 Mark, das einer Frau 1,80 Mark. Es arbeiten 33 Männer 25 Tage; wie viel Tage sind 49 Frauen beschäftigt?
7. Der Ztr. Butter kostet eben soviel wie $\frac{7}{8}$ Ztr. Kaffee, wie verhält sich Butter zu Kaffee dem Preise nach?
8. Gerste verhält sich zu Hafer dem Preise nach wie 5:4; folglich ist ein Hktl. Gerste gleich wieviel Hktl. Hafer?
9. Bei dem Kornpreise von 6 Mark für den Scheffel verbraucht eine Familie wöchentlich 13 Pfd. Brot. Wieviel darf dieselbe wöchentlich nur verzehren, wenn sie bei dem Kornpreise von $6\frac{1}{2}$ Mark für den Scheffel den Geldbetrag für den Brotbedarf nicht erhöhen will?

10. B hat für seine Pferde Futter auf 14 Wochen. Um nun mit seinem Futtervorrat 20 Wochen zu reichen, verkauft er 3 Pferde. Wieviel Pferde besass B anfänglich?
11. 4 Arbeiter mähen in 3 Tagen à 10 Stunden eine Wiese von 1,50 Ht. *a.* Wieviel Ht. werden von 5 Arbeitern in 4 Tagen à 9 Stunden abgemäht, wenn die Kraft eines jeden dieser Arbeiter $\frac{1}{4}$ weniger beträgt als die jedes einzelnen der vorigen Arbeiter? *b.* Wieviel Arbeiter der ersten Gattung sind erforderlich, um 3 Ht. in 4 Tagen à 12 Stunden abzumähen, wenn sich die Schwierigkeit der Arbeit im Verhältniss von 5:6 steigert?
12. Auf 1 Ht. rechnet man 2,40 Hl. Aussaat Weizen. Wieviel beträgt hiernach die Aussaat auf einen Acker von 72 M. Länge und 60 M. Breite?
13. Ein Schäfereibesitzer hat 1500 Schafe; ihn trifft eine Missernte. Die Inventur ergibt am 1. Oktober, dass er statt 1500 nur 1200 Schafe bis zum 1. Juli erhalten kann. Er verkauft am 16. Oktober 100 Schafe, am 1. Januar wieder 100 Schafe. Vom 1. Februar ab will er nur noch so viel behalten, als sein Vorrat bis 1. Juli zulässt. Wieviel muss er dann noch verkaufen?
14. A hat einen Garten von 120 M. Länge, 80 M. Breite, $\frac{1}{2}$ M. tief umgraben lassen und dafür 60 Mark bezahlt. Sein Nachbar E will den seinigen, der 80 M. lang, 60 M. breit ist $\frac{2}{5}$ M. tief umgraben lassen. Wieviel wird er in demselben Verhältniss zahlen müssen?
15. Der Garten des E war aber schwerer zu bearbeiten als der des A. Während die Arbeiter bei A in einer Minute 32 Spatenstiche machten, brachten sie es bei E nur auf 24. Sie verlangten deshalb mehr Lohn. Wieviel musste E zahlen?
16. Nach Fresenius entzieht eine Rapsernte von einem Ht. im Stroh und Samen: Kali 50,53 Klgm., Natron 11,7 Klgm., Kalk 55,41 Klgm., Magnesia 15,57 Klgm., Phosphorsäure 50,4 Klgm., Kieselsäure 3,51 Klgm., Chlornatrium und Chlorkalium 55,47. Wieviel beträgt die Menge der entzogenen Bestandteile eines Ackers von 55,75 A.?

17. Ein Landwirt pachtet eine Wiese auf 5 Jahre und zahlt jährlich so viel Pacht, dass der Ztr. Heu auf 1 Mk. 20 Pf. zu stehen kommt, wenn er 70 Ztr. gewinnt. Im 1. Jahre gewann er 95 Ztr., im 2. 83, im 3. 74, im 4. 74, im 5. 66 Ztr. Heu. *a.* Wie teuer war in jedem Jahr der Ztr., *b.* wieviel kostet er durchschnittlich in den 5 Jahren?
18. Ein Stück Land von 96,25 M. Länge, 58,25 M. Breite soll gegen ein anderes von 87,75 M. Länge von gleicher Bodenbeschaffenheit umgetauscht werden. Wie breit muss das zweite sein?
19. Ein Ztr. Roggen gibt durchschnittlich 76 Pfd. Mehl, 12 Pfd. Kleie, 6,6 Pfd. Mahlgebühr, 5,4 Pfd. Verstäubung. Wie viel Mehl und Kleie erhält man demnach von 2,25 Ztr. Roggen?
20. Der Dinkel hat vor dem Mahlen das Schälen oder Groben zu bestehen. Wenn ein Hktl. Dinkel durchschnittlich 83 Pfd. wiegt, 100 Pfd. Dinkel durchschnittlich 73 Pfd. Kernen, 24,3 Pfd. Spreu und 2,7 Pfd. Staub geben; wie viel Kernen erhält man darnach von 1,75 Hktl.?
21. Beim Roggenmehl rechnet man, dass 3 Pfd. Mehl 5 Pfd. Teig geben, und man aus 9 Pfd. Teig 8 Pfd. Brot backen kann. Wie viel Brot erhält man demnach von 1 Ztr. Mehl?
22. Kostet der Scheffel Roggen 6 Mk., so erhält man für $\frac{1}{2}$ Mk. 5 Pfd. Brot. *a.* Wie viel Pfd. Brot erhält man für $\frac{3}{4}$ Mk., wenn der Scheffel Roggen $6\frac{1}{4}$ Mk. kostet? *b.* Wie viel gilt der Scheffel Roggen, wenn man für $\frac{2}{5}$ Mk. $3\frac{1}{5}$ Pfd. Brot erhält? *c.* Wie viel muss man für $3\frac{3}{5}$ Pfd. Brot bezahlen, wenn der Scheffel Roggen $6\frac{1}{2}$ Mk. gilt?
23. A besitzt 60 Ht., B 84 Ht. Acker. Ein Ht. des A liefert 80, ein Ht. des B 72 Scheffel Ertrag. Ausserdem sind mit Rücksicht auf Entfernung, Steuerlast u. s. w. 9 Ht. des A so viel wert, als 10 Ht. des B. Wie hoch ist hiernach das Besitztum des B zu schätzen, wenn die 60 Ht. des A mit 72000 Mk. bezahlt werden?
24. Eine Mühle mit 4 Gängen mahlt in 6 Tagen à 16 Stunden 240 Hktl. Getreide. *a.* Wie viel mahlen 3 Gänge in 8 Tagen à 18 Stunden? *b.* In wie viel Tagen mahlen 3 Gänge 150 Hktl. Getreide, wenn täglich 15 Stunden gemahlen wird? *c.* Wie

- viel Stunden muss täglich gemahlen werden, wenn 2 Gänge in 8 Tagen 143 Hktl. liefern sollen? *d.* Von wie viel Gängen werden 250 Hktl. in 10 Tagen à 12 Stunden gemahlen?
25. In 30 Tagen haben 110 Pferde 550 Ztr. Heu verbraucht.
a. Wie viel Ztr. Heu sind für 98 Pferde auf 20 Tage erforderlich, wenn die tägliche Ration jedes Pferdes um $\frac{1}{4}$ erhöht werden soll? *b.* Wie viel Pferde können mit 630 Ztr. 20 Tage lang versorgt werden, wenn jedes Pferd nur $\frac{9}{10}$ der ersten Ration erhalten soll? *c.* Wie viel Tage reichen 80 Pferde mit 330 Ztr. Heu, wenn die erste Ration um $\frac{1}{5}$ erhöht werden soll?
26. Beim Rindvieh verhält sich das lebende Gewicht zum Schlächtergewicht
a. bei wolgenährten Ochsen wie 9 : 5,
b. „ halbfetten „ „ 5 : 3,
c. „ ausgemästeten „ „ 8 : 5.
- Wie gross ist durchschnittlich das Schlächtergewicht, wenn das lebende Gewicht nach *a.* 1250 Pfd., *b.* 1350 Pfd. *c.* 1475 Pfd. beträgt?
27. Wenn der Pferch von 100 Schafen in einer Nacht in der Wirkung 5 Ztr. Stallmist gleichkommt und der Ztr. Stallmist mit 35 Pfg. berechnet wird, wie viel kann man darnach für den Pferch von 350 Schafen während einer Nacht Miete zalen?
28. 20 Kühe, von denen jede täglich durchschnittlich 14 Lit. Milch mit 5% Buttergehalt gibt, bringen in 4 Wochen 460 Mark Gewinn. *a.* Welchen Gewinn bringen 15 Kühe in 4 Wochen, wenn jede Kuh täglich im Durchschnitt 15 Lit. Milch gibt und der Buttergehalt der Milch $4\frac{1}{2}\%$ beträgt? *b.* Wie viel Kühe bringen in 15 Tagen 420 Mk. Gewinn, wenn jede von ihnen täglich 16 Lit. Milch von 5% Buttergehalt gibt? *c.* Wie viel % beträgt der Buttergehalt der Milch, wenn 12 Kühe, von denen jede 16 Lit. Milch gibt, in 3 Wochen 380 Mk. Gewinn bringen?

§. 5. Rabatt-Rechnung.

Unter Rabatt ist in allen Fällen ein Abzug von einer Zahlung zu verstehen, der dem Zahlungspflichtigen von Demjenigen, welcher das Geld zu fordern hat, bewilligt wird.

Der Rabatt kommt gewöhnlich als eine Zinsvergütung für eine vor der Verfallzeit gezahlte Summe vor und wird bei Waaren Skonto, bei reinem Geld- und Wechselgeschäft Diskonto genannt.

Rabatt und Diskonto werden sowol auf als auch in 100 gerechnet, doch ist es allgemein, bei Zahlungen auf Liegenschaften auf 100, dagegen bei Waaren und Geldgeschäften in 100 zu nehmen.

Bei der Berechnung in 100 wird der Zinsfuss von 100 abgezogen, bei auf 100 wird er addirt.

Soll der gegenwärtige Wert einer zukünftigen Summe genau berechnet werden, so muss man den Rabatt auf 100 berechnen. Wollte man ihn in 100 berechnen, so verzehrte bei 5% Rabatt der Rabatt das Kapital in 20 Jahren.

Aufgaben.

1. D erhält 4 Ztr. Butter à 96 Mk., zahlbar über 3 Monat. Gegen frühere Zahlung wird ein Rabatt von 6% in 100 pro anno bewilligt. Wie viel kann sogleich gezahlt werden?
2. B hat von A eine Wiese für 1500 Mk. gekauft, mit der Bedingung die Summe nach $1\frac{1}{2}$ Jahren ohne Zinsen zu zahlen. Nach 9 Monaten bezahlt B die Summe, wo ihm ein Rabatt von 5% auf 100 gestattet wird. Wie gross ist die Zahlung?
3. S kauft ein Grundstück mit 20,000 Mk. Er zahlt 10,000 Mk. an; 5000 Mk. soll er nach einen, und 5000 Mk. nach 2 Jahren ohne Zinsen abzahlen. Er will dem Verkäufer aber schon nach 6 Monaten, gegen einen Rabatt von 6% die 10,000 Mk. abtragen. a. Wie viel würde er demnach zu zahlen haben, wenn der Rabatt auf 100, b. in 100 gerechnet war?

4. Ein Wechsel von 5000 Mk., über 5 Monate fällig, soll mit $\frac{2}{3}\%$ Rabatt in 100 (per Monat) diskontirt werden. Wie viel wird gleich dafür gezalt?
5. Ein Landwirt kauft in einer landwirtschaftlich-chemischen Fabrik eine Ladung Dünger für 250 Mk. Bei barer Zalung erhält er 3% Skonto. Wie viel hat er bar zu zalen?
6. Bei einem 9% jährlichem Diskonto wird am 10. Dezember 1879 eine Schuldsumme von 1449 Mk. mit 1380 Mk. bar gelöscht. Wann sollte die Schuldsumme ursprünglich bezalt werden?
7. 5556 Mk., welche am 1. November 1877 fällig sind, wurden am 1. Februar 1876 mit 4800 Mk. bar berichtigt. Wie viel $\%$ beträgt der jährliche Diskonto?
8. S sendet dem G für 560 Mk. Waare und gibt ihm 4 Monate Kredit. Die Rechnung enthält aber die Bemerkung: Gegen bar bewillige ich 6% Rabatt pro anno. Wie viel würde G sogleich beim Rabatt auf 100 zalen?

§. 6. Tara=Rechnung.

Wenn Waaren mit den Gegenständen, worein sie gepackt sind und worin sie zur Versendung kommen, gewogen werden, so erhält man das Bruttogewicht, kurzweg Brutto. Bei fettigen Waaren sagt man statt Brutto auch Sporko. Das Gewicht der Waare ohne die Verpackung heisst Netto, das Gewicht der Verpackung heisst Tara.

$$\text{Brutto} - \text{Tara} = \text{Netto.}$$

$$\text{Brutto} - \text{Netto} = \text{Tara.}$$

$$\text{Netto} + \text{Tara} = \text{Brutto.}$$

Ist die Waare schadhaft oder unrein, so werden dem Käufer einige Prozente gewährt, welche vom Netto abgezogen werden und den Namen Fusti führen.

Der Gewichtsabzug wegen des Ausfalles, welcher durch das Eintrocknen, Einwägen u. s. w. entsteht, heisst Gutgewicht, er wird ebenfalls bald nach Prozenten, bald unmittelbar nach

dem Gewicht bestimmt. Gutgewicht kommt in der Regel nicht ohne Tara vor. Ist dasselbe nach Prozenten bestimmt, so wird es an manchen Handelsplätzen vor, an andern dagegen nach der Tara abgezogen.

Dekort nennt man den Gesamtabzug einer Waare, wenn durch Verschulden des Absenders ein Defekt entstanden ist. Wird ein freiwilliger Abzug der Zahlung für den Defekt gestattet, so heisst er Bonifikation.

Spesen sind die Kosten, welche durch die Besorgung und Versendung der Waaren entstehen.

Aufgaben.

1. 4 Fässer künstlichen Düngers wiegen Brutto 9 Ztr. 50 Pfd., die leeren Fässer wiegen $75\frac{3}{5}$ Pfd. und der Ztr. Netto kostet 7,50 Mk. *a.* Wie viel kostet der Dünger? *b.* wie viel müsste bezahlt werden, wenn 5% Tara gerechnet werden?
2. A erhält 3 Kisten Waare; sie wiegen zusammen Brutto 825 Pfd. Die zweite Kiste ist $12\frac{1}{2}$ Pfd. schwerer als die erste; die dritte $12\frac{1}{2}$ Pfd. schwerer als die zweite. Das Tara jeder Kiste beträgt 10% des Bruttogewichts. Fusti soll auf jede Kiste 4% des Netto gerechnet werden. *a.* Wie viel Pfd. Brutto wog jede Kiste? *b.* Wie viel Pfd. Tara wog jede Kiste? *c.* Wie viel Pfd. Netto waren in jeder Kiste? *d.* Wie viel Pfd. Waare hat er im Ganzen zu bezahlen?
3. 12 Ballen Schafwolle wogen in Leipzig 3825 Pfd. Brutto, Tara 3%, Gutgewicht 1%. Wie viel Pfd. Netto?
4. 12 Fässer Butter wogen Brutto 738 Pfd. Für jedes Fass werden 13 Pfd. Tara gerechnet. Das Pfd. Netto kostete 1,2 Mk. Wie teuer kam die Butter?
5. C bezahlt für seine Waarensendung im Ganzen 216 Mk., wovon 9 Mk. auf Fracht und Spesen kommen. Die Tara beträgt 8% des Bruttogewichts und 1 Pfd. Netto kostet 30 Pfg. Es soll hieraus Brutto, Tara und Netto gefunden werden?
6. E erhält 5 Ztr. Brutto, wovon erstlich 8% Tara, alsdann

- 1% Gutgewicht abgehen. Für das Pfd. Netto zahlt er 35 Pfg., für die Emballage aber 3,5 Mk., während auf Fracht und Spesen 12 Mk. gerechnet werden. Beim Verkauf im Einzelnen entsteht ein Gewichtsverlust von 6 Pfd. Jedoch verkauft E 220 Pfd. à 50 Pfg., den Rest aber das Pfd. zu 55 Pfg. und ausserdem löst er für die Emballage 2,4 Mk. Wie viel % beträgt der Gewinn des E?
7. Ein Ballen von 175 Pfd. ungewaschene Wolle wog nach dem Waschen 97 Pfd.; wie viel % beträgt der Abgang?
8. Ein Händler erhält 8400 Scheffel Roggen pro Scheffel 3 Mk. Der Transport kostet pro Scheffel 12 Pfg. und die Zölle im Ganzen 250 Mk. Er sieht sich veranlasst, die Hälfte des Getreides, weil es verdorben für 2200 Mk. zu verkaufen. Wenn er noch 4% gewinnen will, zu welchem Preise muss er den Scheffel guten Roggen verkaufen?

§. 7. Teilregel.

Soll eine Grösse (G) so geteilt werden, dass sich die einzelnen Teile wie gegebene Verhältnisszahlen a, b, c verhalten, so lehrt uns die Teilregel diese Aufgaben lösen.

Nehmen wir die Aufgabe als gelöst an und nennen die von G zu berechnenden Teile x, y und z, so ergibt sich die Proportion:

$$x : y : z = a : b : c$$

und nach §. 3

$$(x + y + z) : (a + b + c) = x : a$$

$$= y : b$$

$$= z : c.$$

Da nun $x + y + z = G$ sein muss, und ferner $a + b + c = g$ setzen, so entstehen die neuen Proportionen: $G : g = x : a$
 $= y : b$
 $= z : c.$

woraus folgt $x = \frac{G}{g} \cdot a, y = \frac{G}{g} \cdot b, z = \frac{G}{g} \cdot c.$

Die einzelnen Glieder werden demnach gefunden, wenn man die zu teilende Grösse durch die Summe der Verhältnisszahlen dividirt und den so erhaltenen Quotienten mit jeder Verhältnisszahl multipliziert.

Beispiel. 3 Landleute pachten gemeinschaftlich einen Hof, A gibt 50,000 Mk., B. 20,000 Mk. und C 70,000 Mk.; sie gewinnen 2842 Mk. Die Verteilung des Gewinnes soll im Verhältniss der eingezalten Summe geschehen.

Das Verhältniss der eingezalten Summe ist

$$50,000 : 20,000 : 60,000 \text{ oder } 5 : 2 : 7$$

$$G = 2842, g = 5 + 2 + 7 = 14$$

$$\text{daher } \frac{G}{g} = \frac{2842}{14} = 203.$$

Folglich hat zu erhalten A $203 \times 5 = 1015$ Mk.

$$B \text{ } 203 \times 2 = 406 \text{ „}$$

$$C \text{ } 203 \times 7 = \underline{1421} \text{ „}$$

$$2842 \text{ Mk.}$$

Das Teilen einer Grösse nach doppelten Verhältnissen ist im nächsten § näher erläutert.

§. 8. Gesellschaftsrechnung.

1. Die Repartitions- oder Teilungsrechnung wird in allen den Fällen angewandt, wo es sich darum handelt, eine bestimmte Grösse nach gegebenen Verhältnissen zu teilen. Solche Teilungen finden nur Anwendung bei allen gemeinschaftlichen Unternehmungen, wo der Gewinn oder Verlust nach Verhältniss der geleisteten Beträge berechnet wird. Z. B. bei Lebens-, Renten- und Brand-Anstalten, bei Verteilung von Dividenden, Kompagnie-Geschäften, Konkursen u. s. w., weshalb man die Teilungsrechnung auch „Gesellschaftsrechnung“ nennt.

Diese Rechnung ist entweder einfach, wenn die Verhältnisszahlen unmittelbar gegeben sind, oder sie ist zusammengesetzt, wenn die entsprechenden Verhältnisszahlen erst zu finden sind.

Einfache Gesellschafts-Rechnung.

1. Drei Kaufleute erhalten einen Wagen mit Waaren und müssen zusammen 18,50 Mk. Fracht bezahlen. Die Waaren des ersten wiegen 3100 Klgm., die des zweiten 4200 Klgm., die des dritten 5300 Klgm. Wie viel hat jeder an Fracht zu zahlen?

Lösung. Der 1. hat zu bez. d. Fracht für 3100 Klgm.

2. „ „ „ „ „ „ 4200 „

3. „ „ „ „ „ „ 5300 „

zusammen ist zu bez. d. Fracht für 12600 Klgm.

und sie kostet 18,50 Mk.

$$\text{also 1 Klgm.} = \frac{37}{252} \text{ Pfg.}$$

Der 1. hat demnach zu bez. $3100 \frac{37}{252} = 4 \text{ Mk. } 55^{10/63} \text{ Pfg.}$

„ 2. „ „ „ „ $4200 \frac{37}{252} = 6 \text{ „ } 16^{2/3} \text{ „}$

„ 3. „ „ „ „ $5300 \frac{37}{252} = 7 \text{ „ } 78^{11/63} \text{ „}$

Alle zusammen haben bezahlt = 18 Mk. 50 Pfg.

2. Ein Kaufmann erhält 600 Klgm. Zucker für 700 Mk., 940 Hktl. Spiritus für 640 Mk., 500 M. Leinwand für 960 Mk., Fracht und andere Unkosten betragen zusammen 200 Mk. Es fragt sich nun 1. wie viel von diesen Unkosten kommen auf jeden einzelnen Posten? 2. Wie hoch beläuft sich der Selbstkostenpreis jeder einzelnen Waarenart? 3. Wie theuer muss er verkaufen *a.* das Klgm. Zucker, *b.* das Lit. Spiritus, *c.* das Meter Leinwand, wenn er an jeder Waare 20% verdienen will?

Lösung: 1. Der Zucker kostet 700 Mk.

Der Spiritus „ 640 „

Die Leinwand „ 960 „

Sämmtliche Waaren kosten 2300 Mk.

und diese verursachen 200 Mk. Unkosten,

1 Mk. verursacht $\frac{2}{23}$ Mk. Unkosten.

Demnach betragen die Unkosten

für den Zucker $\frac{700 \cdot 2}{23} = 60,87 \text{ Mk.}$

„ „ Spiritus $\frac{640 \cdot 2}{23} = 55,65 \text{ „}$

„ die Leinwand $\frac{960 \cdot 2}{23} = 83,48 \text{ „}$

2. Wie hoch kommt der Selbstkostenpreis einer jeden einzelnen Waare?

a. Einkaufspreis des Zuckers 700 Mk.

Unkosten 60,87 „

Selbstkostenpreis 760,87 Mk.

b. Einkaufspreis des Spiritus 640 Mk.

Unkosten 55,65 „

Selbstkostenpreis 695,65 Mk.

c. Einkaufspreis der Leinwand 960 Mk.

Unkosten 83,48 „

Selbstkostenpreis 1043,48 Mk.

3. Wie teuer muss er das Klgm. Zucker verkaufen, wenn er 20% verdienen will? Diese Frage lässt sich am bequemsten durch einen Kettensatz lösen:

x Mk. Verkaufspreis kommen auf 1 Klgm. Zucker.

600 Klgm. machen 760,87 Mk. Selbstkostenpr.

1 Mk. Selbstkostenpreis soll bringen 1,20 Mk. Verkaufspreis

1 Klgm. Zucker muss er für 1,53 Mk. verkaufen.

3. Man soll die Zal 126 so in drei Teile zerlegen, dass sich dieselben zu einander verhalten wie die Zalen 15, 18, 21. Welches sind diese drei Teile?

4. Es sollen 400 Mk. so geteilt werden, dass auf einen Teil das 3fache einer gewissen Zal, auf den andern aber das 4fache derselben kommt. Welches sind diese beiden Teile?

5. Zu einem gemeinschaftlichen Geschäft gab A 1000 Mk., B 2400 Mk. und C 3100 Mk. Wie viel erhielten A, B und C wenn der Gewinn 21000 Mk. betrug?

6. A, B, C und D kaufen zusammen einen Besitz. A zalte 4100 Mk., B. 3900 Mk., C 1000 Mk., D nur den achten Theil der ganzen Summe. Der Besitz wird jährlich für 2100 Mk. verpachtet. Wie viel zalte D ein und was erhält jeder von der Pacht?

7. Ein Kornhändler kauft 4 Kornarten, von jeder gleichviel, nämlich Roggen für 12,75 Mk., Gerste für 7,40 Mk., Buchweizen für 7,20 Mk. und Hafer für 6 Mk. à Hktl. Wie viel hat er von jeder Kornart erhalten, da er im Ganzen 2001 Mk. bezahlte (C).

8. Wie viel würde er von jeder Kornart erhalten haben, wenn die Preise dieselben gewesen wären und er 2mal soviel Hktl. Gerste und $\frac{3}{4}$ mal soviele Hktl. Buchweizen als Roggen, ferner $1\frac{1}{2}$ mal soviele Hl. Hafer als Gerste gekauft, und im Ganzen 2038 Mk. bezahlt hätte?
9. A, B und C kaufen für 10,000 Mk. Bauholz und gewannen durch den Wiederverkauf des Holzes 2500 Mk. Zum Einkauf gab A $\frac{1}{5}$, B $\frac{3}{7}$ und C den Rest. Wie viel trug jeder bei und wie viel erhielt er vom Gewinn?
10. Ein Neuscheffel Roggen, welcher 75 Pfd. wiegt, gibt 59 Pfd. Mehl und $12\frac{1}{2}$ Pfd. Kleie, während $3\frac{1}{2}$ Pfd. verstäuben. *a.* Wie viel Mehl und Kleie erhält man von 10 Hktl. Roggen? *b.* Wie viel $\%$ beträgt der Gewichtsverlust?
11. 3 Söhne, A, B und C sollen sich in die 17 gleich guten Kühe ihres verstorbenen Vaters so teilen, dass, so oft es A $\frac{1}{2}$ Kuh trägt, es dem B $\frac{1}{3}$ und dem C $\frac{1}{9}$ Kuh trage. Wie viele Kühe erhält jeder?
12. 4 Kreise A, B, C und D sollen 20,000 Mk. Steuern entrichten und zwar so, dass, wenn der Kreis A $1\frac{1}{3}$ entrichtet, es dem Kreise B $2\frac{1}{6}$, dem Kreise C $3\frac{1}{8}$, und dem Kreise D $4\frac{1}{2}$ Mk. trägt. Wie viel Mk. sind von jedem Kreise zu erheben?
13. Eine Handlung fallirt und es melden sich folgende Kreditoren: A mit 5700 Mk., B mit 8300 Mk., C mit 4665 Mk. und D mit 3900 Mk. Das Kuratorium aber findet, dass die Aktiva nur $40\frac{2}{3}\%$ gestatten. Wie viel erhält A, B, C und D und wie viel beträgt die Konkursmasse?
14. Bei einer Brand-Assekuranz, welche auf Gegenseitigkeit ihrer Interessenten gegründet ist, betrug die Summe aller Taxen in einem Jahre 50,440,000 Mk. und der zu ersetzende Feuerschaden 120,000 Mk. Die Taxe des A war 14,550 Mk., des B 9825 Mk., des C 12,300 Mk., des D 8550 Mk. Wie gross war die Abgabe in diesem Jahre *a.* für 1000 Mk. Taxe? *b.* für A, B, C, D.?
15. 4 Bauern L, M, N und O übernahmen gemeinschaftlich

- 200 Fuhren zu leisten, und zwar jede für 3 Mk. Von diesen 200 hat L 50 Fuhren, M 100 Fuhren, N 150 Fuhren, D aber 1 Pferd zu allen Fuhren gestellt. Wie viel Fuhrgeld gebührt einem jeden?
16. 4 Dörfer haben an ihr Kirchdorf jährlich zu entrichten: A 64 Mk., B 52 Mk., C 58 Mk. und D 86 Mk. Nach diesem Verhältnisse sollen sie die Reparaturkosten der Kirche 2265 Mk. zusammenbringen. Wie viel hat jedes zu tragen?
17. Von einer Hinterlassenschaft soll H $\frac{1}{6}$, L $\frac{3}{5}$ und C den Rest und noch 1200 Mk. erhalten. Wie viel betrug die ganze Hinterlassenschaft und wie viel erhielt H und L aus derselben?
18. Das beste Rezept zu schwarzem Tintenpulver besteht aus 3 Teilen türkischer Galläpfel, 2 Teilen grünen (Eisen-) Vitriol und $\frac{1}{2}$ Teil arabischen Gummi. Alles zusammen pulverisirt. Wie viel aber zu 10 Pfd.?
19. 4 Dithmarscher Bauern hatten einen Verlust von 200 Pfd. Sterling so unter sich zu teilen, dass A doppelt so viel als B, C 3mal so viel als A und D 4mal so viel als C erhalte. Wie viel beträgt es jedem?
20. Ein römisches Gesetz bestimmt, dass wenn in einem Testamente die auszuzalenden Legate $\frac{3}{4}$ des hinterlassenen Vermögens übersteigen, der Haupterbe $\frac{1}{4}$ des Vermögens im Voraus nehmen dürfe, und dass dann die übrigen $\frac{3}{4}$ unter die Legatarien nach der im Testamente festgesetzten Bestimmung verteilt werden sollen. So z. B. habe A, welcher in einem Testamente zum Universalerben ernannt worden, an B ein Legat von 800 Mk., an C von 1000 Mk., an D von 600 Mk. zu zalen. Wenn nun aber der ganze Nachlass nur 2600 Mk. betrüge, so fragt es sich hiernach, wie viel jeder dieser 4 Erben nach diesem Gesetz zu erhalten habe? (M).
21. Ein Schiff hatte für den Kaufmann A für 7500 Mk. Kaffee, für B für 4500 Mk. Tabak, für C für 6000 Mk. Zucker, für D für 10,500 Mk. Baumwolle, für E für 9000 Mk. Flachs und für F für 13,500 Mk. Wein ge-

laden. Die Fracht betrug 75,000 Mk., und der Wert des Schiffes 48,000 Mk. Auf der See musste bei einem heftigen Sturme der Kaffee und der Tabak über Bord geworfen werden und das Schiff litt überdies einen Schaden, welcher zu 5250 Mk. taxirt wurde. *a.* Wie gross war die gesammte Havarie? *b.* Wie viel musste jeder zum Ersatz derselben beitragen? Anmerk. Unter Havarie-Rechnung versteht man die Zusammenstellung der Schäden, die Feststellung des betreffenden Kapitals und dessen Verteilung bei Seeschäden. Unter Havarie versteht man die Schiffskosten, Schiffszoll, Lootsenlohn u. s. w.

22. A hat in einem Schiff $\frac{1}{4}$ Part, B $\frac{1}{8}$, C $\frac{3}{16}$ und D den Rest von 2100 Mk. an Wert. Das Schiff nimmt für E 24,000 Mk. und für F 30,000 Mk. Waare ein. Die Fracht beträgt 3750 Mk. Es leidet für 13,500 Mk. Havarie. Wie viel muss jeder davon tragen?
23. Ein Landmann glaubt mit einer gewissen Summe seine 3 Gläubiger A, B und C befriedigen zu können; allein A liquidirt $\frac{5}{11}$, B $\frac{7}{22}$ und C $\frac{12}{33}$ der ganzen zu entrichtenden Summe, wodurch die vom Landmanne zur Deckung vermeintliche Summe nicht reicht und er noch 90 Mk. zulegen muss. Wie gross war die zur Zahlung von ihm bestimmte Summe und wie viel hatte jeder Gläubiger liquidirt?
24. 7 Personen kauften gemeinschaftlich ein Gut für 70,000 Mk., welches für 10,000 Mk. verpachtet wurde. Von dieser Pacht trägt es dem Teilnehmer A für sein Kapital 1800 Mk., dem B 1100 Mk., dem C 1000 Mk., dem D 1150 Mk., dem E 900 Mk., dem F 2000 Mk. und dem G den Rest. Wie viel erhält G und wie viel hat jeder zum Ankaufe beigetragen?
25. 5 Personen legen gleich grosse Kapitalien zu einem gemeinschaftlichen Unternehmen zu folgenden Zeiten ein: A am 1. April, B am 1. November, C. am 1. Februar, D am 16. Juli und E am 2. August. Am Jahresschluss ergab sich ein Gewinn von 6575 Mk. Wie viel erhält jeder davon?

Zusammengesetzte Gesellschafts-Rechnung.

1. Drei Schachtmeister haben sich an dem Bau eines Eisenbahndammes beteiligt; der erste beschäftigte 15 Arbeiter 20 Tage lang; der zweite 18 Arbeiter 30 Tage lang, der dritte 12 Arbeiter 40 Tage lang. Sie erhalten zusammen eine Abschlagszahlung von 2000 Mark; wie viel beträgt es einem Jeden?

Lösung. Es hat beschäftigt der

1.	15	Arb.	20	Tage	lang,	macht	300	Arbeitstage	
2.	18	„	30	„	„	„	540	„	„
3.	12	„	40	„	„	„	480	„	„
also für								1320 Arb. erhält. 2000 Mk.	

für 1 Arbeitst. erhält $\frac{2000}{1320} = 50/33$ Mark

Demnach erhält

$$\begin{aligned} \text{der 1.} & \frac{300 \cdot 50}{33} = 454 \text{ Mark } 54^{6/11} \text{ Pfg.} \\ \text{„ 2.} & \frac{540 \cdot 50}{33} = 818 \text{ „ } 18^{2/11} \text{ „} \\ \text{„ 3.} & \frac{480 \cdot 50}{33} = 727 \text{ „ } 27^{3/11} \text{ „} \\ & \underline{\hspace{10em}} \\ & 2000 \text{ Mark — Pfg.} \end{aligned}$$

2. Drei Personen unternahmen gemeinschaftlich eine Spekulation, welche ihnen einen reinen Gewinn von 5400 Mark brachte. A gab am 1. Oktober 1876 dazu 1200 Mark, B am 1. April 1877 1500 Mark, und C legte 1000 Mark am 1. August 1877 ein. Wie viel erhält jeder vom Gewinn beim Bücherabschluss am 31. Dezember 1877?

Lösung:

		100								
A	1200	Mark	=	12	Mk.	auf	15	Monate	=	12 · 15 = 180 Mk. auf 1 Monat
B	1500	„	=	15	„	„	9	„	=	15 · 9 = 135 „ „ 1 „
C	1000	„	=	10	„	„	5	„	=	10 · 5 = 50 „ „ 1 „
										Zusammen 365 Mk.

$$\begin{aligned} \text{daher: } & \frac{365 : 5400}{\text{und } 5) \frac{73 : 1080}{\text{oder } \frac{1080}{73} : 14,8}} = \left\{ \begin{array}{l} 180 : 2664 \text{ Mark Gew.-Anth. des A} \\ 135 : 1998 \text{ „ „ „ „ B} \\ 50 : 740 \text{ „ „ „ „ C} \end{array} \right. \\ & \text{Summa 5402 Mark für alle Drei.} \end{aligned}$$

26. 5 Landleute mieten für 360 Mark eine Wiese, wie viel muss jeder zahlen, wenn A 120 Rinder 2 Monate, B 110 Rinder 20 Tage, C 350 Rinder 12 Tage, D 130 Rinder 20 Tage, und E 350 Rinder 10 Tage lang weiden liess?
27. In 4 Dörfern stehen 120 Pferde und erhalten 400 Scheffel Hafer. Im Dorfe A stehen 30 Pferde auf 30 Tage, im Dorfe B 55 Pferde auf 36 Tage, im Dorfe C 10 Pferde 66 Tage und im Dorfe D 30 Pferde auf 54 Tage. Wie viele Scheffel Hafer erhalten die Pferde in jedem dieser 4 Dörfer?
28. Jemand hinterlässt eine Frau, 6 Kinder aus der ersten und 4 Kinder aus der zweiten Ehe nebst 50,000 Mark Vermögen. Er hat in seinem Testament bestimmt, dass seine noch lebende Frau 2000 Mark, jedes seiner Kinder aus der zweiten Ehe 300 Mark, für die Stadt-Armen 100 Mark, sein Mündel 180 Mark und seine Schwester 1000 Mark voraus erhalten, und sodann der Rest unter seine noch lebenden 10 Kinder und Frau zu gleichen Teilen geteilt werden soll. Wie viel erhält jeder dieser 11 Personen?
29. Unter A, B, C, D, E, F, G und H sollen 5379 Mark so verteilt werden, dass sich verhält Anteil $A:B = 10:9$, $B:C = 6:5$, $C:D = 3:4$, $D:E = 8:5$, $E:F = 3:2$, $F:G = 4:5$, $G:H = 4:3$. Wie viel gebürt Jedem?
30. Der Bau einer Chaussée kostete 480,000 Mark, welche durch Aktien à 600 Mark aufgebracht wurden. Nach Abzug aller Unkosten ergab sich nach Verlauf des ersten Betriebsjahres ein Reingewinn von 30,000 Mark als Dividende. Es fragt sich nun: 1. wie viele Prozente beträgt die Dividende, und 2. wie viele Zinsen würde Jemand erhalten der 20 Aktien besäße?
31. Drei Kinder erbten von ihrem Vater ein Vermögen von 20,000 Mark, wovon A 6000 Mark, B 6000 Mark und C 8000 Mark haben sollte. Weil indessen die Kinder noch unmündig waren, so wurde ihr Vermögen gemeinschaftlich verwaltet. Es gab jährlich 5% Zinsen. Die Ausgaben betrugen am Ende des ersten Jahres für A

176 Mark, für B 126 Mark, für C 168 Mark, die gemeinschaftlichen 80 Mark; am Ende des zweiten Jahres für A 175,5 Mark, für B 178,4 Mark, für C 169 Mark, die gemeinschaftlichen 102,75 Mark; am Ende des dritten Jahres für A 240 Mark, für B 243 Mark, für C 292 Mark, die gemeinschaftlichen 70,5 Mark; am Ende des vierten Jahres für A 143 Mark, für B 144 Mark, für C 198 Mark, die gemeinschaftlichen 70,5 Mark. Zu Anfange des 5. Jahres gingen 2155 Mark von dem Gesamt-Vermögen der Kinder verloren. Wie gross wird das Vermögen eines jeden noch gewesen sein?

32. Bei einem Konkurse im Jahre 1782 wurde das Arrangement getroffen, dass die einzelnen Schulden nach und nach mit 5% einfachen Zinsen von dem Ertrage zweier Güter des Kridars abgetragen werden sollen. Nach dem Prioritäts-Erkenntniss kommt nun unter andern eine Obligation von 1500 Mark warscheinlich erst 1886 zur Auszahlung.
- a.* Wie hoch ist dann das Kapital mit den Zinsen angewachsen? *b.* Wie viel war diese Summe 1864, wo man die Obligation verkaufen konnte bar wert, wenn man 4% Rabatt nach Zinseszinsen rechnet?
33. Drei Kaufleute A, B und C vereinigen sich zu einem gemeinschaftlichen Unternehmen, zu welchem A 2000 Mark, B 1600 Mark und C 1400 Mark beiträgt. Da sie aber Jemand bedürfen, der alle bei diesem Unternehmen vorfallenden Geschäftsarbeiten besorgt, so erbot sich C, alle diese Arbeiten zu besorgen, falls ihm vom etwaigen Gewinne 5% mehr zugesichert würden, als ihm nach Verhältniss seiner Einlage zu den Einlagen der beiden andern Kompagnons zukommt. Man geht auf C's Vorschlag ein, und findet beim ersten Bücherabschluss einen reinen Gewinn von 5000 Mark. Wie viel von demselben gebürt daher dem A, B und C?
34. Von den drei Gängen A, B und C einer Mühle mahlt A in 2 Stunden 3 Scheffel, B in 3 Stunden 4 Scheffel, C in 4 Stunden 5 Scheffel. Die Zeiträume, während welchen die drei Gänge benutzt werden, stehen im Ver-

hältniss von $4:3:2$. Es sollen 100 Scheffel gemahlen werden. *a.* Wie viel mahlt jeder Gang hiervon? *b.* Wie viel Stunden wird jeder Gang benutzt? *c.* In wie viel Stunden würden die drei Gänge bei gleichzeitiger Tätigkeit 98 Scheffel gemahlen haben?

35. In einem Kriegsmagazin liegen $1689\frac{1}{2}$ Scheffel Roggen, welcher in möglichst kurzer Zeit auf den 4 Mühlen M, N, O und P gemahlen werden soll. Wenn nun die Mühle M in 3 Stunden 11 Scheffel, die Mühle N in 4 Stunden 18 Scheffel; die Mühle O in $4\frac{1}{2}$ Stunden 18 Scheffel und die Mühle P in $2\frac{1}{2}$ Stunden 15 Scheffel gemahlen liefern kann, so fragt sich's: 1. wie viele Scheffel sind jeder Mühle zuzuteilen, damit sie alle 4 zu gleicher Zeit fertig werden, und 2. in wie vielen Stunden wird der Roggen fertig gemahlen sein?
36. Bei einer Feuersbrunst, bei welcher 3 Häuser fast gänzlich niederbrannten, ward der erlittene Schaden des Besitzers A auf 3500 Mark, der des B auf 45500 Mark, der von C auf 2100 Mark geschätzt. Wenn nun an milden Beiträgen für diese Abgebrannten 3500 Mark eingegangen waren, das Haus des A aber 4020 Mark, das des B auf 4786 Mark und das des C auf 2450 Mark taxirt wurde, so fragt sich's 1. wie viel wird ein jeder der Abgebrannten nach Verhältniss seines wirklich erlittenen Verlustes davon zu erhalten haben, und 2. wie viel beträgt dann der eigentliche Verlust noch bei einem Jeden?
37. Den vier Bürgern F, G, H und K brennen ihre Wohn- und Nebengebäude ab. Durch eine freiwillige Kollekte gehen für sie nach und nach 26,810 Mark beim Magistrate ein, welche jedoch nach dem Verhältniss ihres erlittenen Brandschadens, ihrer Schulden, ihres Alters und nach der Zahl ihrer Kinder unter sie verteilt werden sollen. Nun hat F 5000 Mark Brandschaden, 2000 Mark Hypothekschulden, 1 Frau nebst 8 Kindern und ist 63 Jahre alt. G hat 2800 Mark Brandschaden, keine Schulden, aber eine Frau nebst 10 Kindern und ist 56 Jahre alt. H hat 8000 Mark Brandschaden, 6000 Mark Hypothekschulden, eine

Frau, aber keine Familie, und ist 35 Jahre alt. K hat nur 800 Mk. Brandschaden, 600 Mk. Hypotekschulden, eine Frau nebst 4 Kindern, und ist 28 Jahre alt. Wie viel von den eingesammelten 20,810 Mk. wird es hiernach dem F, G, H und K tragen? (M)

38. Die Stadt B soll 600,000 Mk. Kriegssteuer und 26,000 Hklt. Roggen entrichten. Die Einwohner von B sind in 8 Klassen geteilt. Die erste Klasse besteht aus 3000 Einwohnern und jeder derselben kann 900 Mk. und 130 Hklt. Roggen geben; die zweite Klasse aus 2000 Einwohnern zu 540 Mk. und 42 Hklt. Roggen; die dritte Klasse aus 6000 Einwohnern à 360 Mk. und 13 Hklt. Roggen; die vierte Klasse aus 8000 Einwohnern à 240 Mk. und 26 Hklt. Roggen; die fünfte Klasse aus 7000 Einwohnern zu 120 Mk. und 6,5 Hklt. Roggen; die sechste Klasse aus 10,000 Einwohnern zu 45 Mk. und 3,5 Hklt. Roggen; die 7. Klasse aus 18,000 Einwohnern zu 15 Mk. und die 8. Klasse aus 20,000 Einwohnern à 6 Mk. Wie viel muss hiernach jede Klasse, und in derselben jeder Einwohner beitragen?
39. Die 4 Aemter A, B, C und D müssen zusammen 6000 Mk. Kontribution zahlen und repartiren dieselben nach dem Steuerverhältniss der einzelnen Aemter, nach welchem es dem Amte A 1256,25 Mk., dem Amte B 1568,5 Mk., dem Amte C 983,25 Mk. und dem Amte D 2192 Mk. zukommen.

Das Amt A verteilt seinen Anteil auf die ihm zugehörigen 4 Dörfer a, b, c und d, von welchem a 398 Mk., b 445,5 Mk., c 253 Mk. und d den Rest 159,75 Mk. geben muss. — Im Dorfe a werden hierzu 256,5 Mk. von den Aeckern, das Uebrige aber als Viehsteuer gezalt.

In dem Amte B muss von den 3 ihm zugehörigen Dörfern α , β , γ , das Dorf α 613 Mk., β 566,5 Mk. und das Dorf γ den Rest, mit 389 Mk. beitragen.

Im Amte C werden die 983,25 Mk. so erhoben, dass das zu ihm gehörige Dorf I 385,5 Mk., das Dorf II 404,25 Mk. und das Dorf III die übrigen 193,5 Mk. zalt.

Das Amt D endlich erhebt seinen Anteil von den

4 Klassen seiner Einwohner nach dem festgesetzten Steuer-
verhältnisse, nach welchem die 1. Klasse 707,25 Mk., die
2. Klasse 530,25 Mk., die 3. Klasse 610,5 Mk. und die
4. Klasse das Uebrige (also 344 Mk.) entrichten muss.

Nun sollen diese 4 Aemter bei einer andern Gelegen-
heit 4575 Mk. entrichten. Es fragt sich daher: wie viel
muss hierzu jedes Amt, und insbesondere jedes seiner
Dörfer, Klassen u. s. w. beitragen? (M)

40. Ein Landmann will 3,5 Hklt. Land mit Gerste besäen: er
braucht dazu 17,5 Scheffel Aussaat und rechnet 192,5 Scheffel
Ertrag à Scheffel 5 Mk. Besäet er das Land mit Weizen,
so entsteht ihm an Düngungs- und anderen Unkosten eine
Mehrausgabe von 78,75 Mk., und er würde auf 14 Scheffel
Aussaat 140 Scheffel Ertrag à Scheffel 7,50 Mk. rechnen.
Da er nun den Weizen an Ort und Stelle verkaufen kann,
um die Gerste zu verkaufen, er aber 3 Meilen hin und
3 Meilen zurückfahren müsste, und dazu 7 Wagen gebrauchte,
deren jeder à Meile 0,75 Mk. Unkosten verursacht, so wird
er was vorziehen? Wie viel beträgt die Mehreinnahme?
41. Verkauft G den Scheffel mit 7 Mk., so gewinnt er an
seinem ganzen Vorrat 96 Mk.; verkauft er ihn zu 7,25 Mk.
so gewinnt er 144 Mk. *a.* Wie gross war sein Vorrat?
b. Wie viel % gewinnt er nach dem ersten Preise? *c.* Wie
viel % nach dem zweiten?
42. L hatte 43 Scheffel Getreide zu Markte gefahren, 24,5 Scheffel
konnte er mit 7,50 Mk. à Scheffel verkaufen; 18,5 Scheffel,
welche Schaden gelitten, musste er à Scheffel mit 5,75 Mk.
verkaufen. Er gab gerade beim zweiten Verkauf das zu,
was er beim ersten gewonnen hatte. Wie teuer wollte er
den Scheffel verkaufen?
43. B verpflichtet sich kontraktlich, auf einen bestimmten Tag
eine Quantität Getreide á Scheffel 6 Mk. an C zu liefern,
und wenn er seinen Kontrakt nicht ganz oder nur teil-
weise innehält, eine Strafe von 10% für das fehlende
Quantum zu zahlen. Er kann aber zur festgesetzten Zeit
nur $\frac{7}{8}$ liefern und muss deshalb 15 Mk. zahlen. Wie
viel Scheffel sollte er liefern?

44. In N starb G, der seinen reichen Weinkeller den drei Referendarien des dortigen Kreisgerichts unter der Bedingung vermachte, dass dieselben sich den Flaschenvorrat in gleiche Teile verteilt, zu Gemüte ziehen und fröhlich leeren sollten. Nun fanden sich in G's Keller neben vielen anderen Weinen auch 21 Flaschen alter Johannisberger, davon waren jedoch 7 voll, 7 halbvoll und 7 leer. Da aber die Wirtin um die leeren Flaschen gebeten hatte, so entstand die schwierige Frage: Wie sind die Flaschen zu verteilen, dass jeder Referendar gleich viel Wein und gleich viel Flaschen erhält, ohne dass der Wein umgefüllt zu werden braucht?

II. ABSCHNITT.

§. 9. Münz- und Tauselrechnung.

Unter Münzen versteht man Stücke Metalls von einer bestimmten Form, einem bestimmten Gewicht, einem bestimmten Gehalt, welche entweder als Geld oder als Erinnerungszeichen dienen. Die Münzrechnung beschäftigt sich nur mit den Geldmünzen. In der Gegenwart werden die Münzen grösstenteils aus Gold, Silber und Kupfer geprägt und zwar kommen Gold und Silber nicht ganz rein in den Münzen vor, sondern sie erhalten einen Zusatz von geringerem Metall. In der Gegenwart benutzt man zu dieser Mischung (Legirung) Kupfer. Aber selbst die Kupfermünzen kommen in einigen Ländern nicht mehr rein vor, sondern in einer Verbindung mit Zink und Zinn. Gold- und Silbermünzen erhalten einen Zusatz um sie dauerhafter und grösser zu machen.

Das Münzrecht, d. h. das Recht Münzen zu prägen steht nur der Staatsregierung zu.

Das Gewicht einer Münze, d. h. das Gewicht des Metalls, aus welchem die Münze überhaupt besteht, heisst ihr Schrot (Bruttogewicht); diejenige Gewichtsmenge, welche sie an feinem oder edlem Metall enthält, heisst ihr Korn oder Feingewicht (Nettogewicht). Das Verhältniss, in welchem das zur Münze verwendete edle Metall mit geringerem legirt wird, heisst Feingehalt.

Münzfuss ist der gesetzlich bestimmte Maassstab, nach welchem ein Staat seine Münzen in Feingehalt oder Korn und im Gewicht oder Schrot ausprägt und nachdem sich daher der innere Wert derselben richtet. Der innere Wert der Münzen ist natürlich um so grösser, je weniger Zusatz von unedlem Metall sie bei gleichem Gewicht haben, und je weniger Stücke von gleicher Benennung aus einer bestimmten Quantität reinen Goldes oder Silbers geprägt werden. Man nennt daher einen solchen auch einen schweren Münzfuss, zum Unterschiede von einem leichteren, nach welchem mehr gleichartige Stücke auf das nämliche Quantum unvermischten edlen Metalls gehen.

Eine unmittelbare Vergleichung des Wertes zweier Münzen ist nur dann möglich, wenn bekannt ist, wie viel Einheiten von einer jeden auf eine und dieselbe Gewichtseinheit feinen Metalls gehen.

Hinsichtlich der Verwendung der edlen Metalle zur Herstellung der Hauptmünzeinheit eines Landes hat man zu unterscheiden:

- 1) die Hauptmünzeinheit ist eine Silbermünze;
- 2) sie ist eine Goldmünze;
- 3) sie ist beides zugleich.

Die reine Goldwährung findet sich in Deutschland, England, Portugal, in den Vereinigten Staaten von Nordamerika, Brasilien, Dänemark, Schweden und Norwegen.

Die reine Silberwährung ist die Grundlage des Münzwesens in Oesterreich, in den Niederlanden.

Da, wo die reine Goldwährung herrscht, bildet das Silbergeld die Scheidemünze; in den Ländern der reinen Silberwährung erscheint das Goldgeld als Handelsmünze,

d. h. die Goldmünzen werden als Waare betrachtet, ihr Wert steigt und fällt im Preise, je nach Angebot und Nachfrage.

In den Ländern gemischter Währung haben in der neueren Zeit die Goldmünzen als Zahlungsmittel das Uebergewicht erlangt, z. B. in Frankreich, Belgien, Schweiz, Italien.

Derjenige Wert, welcher einer Münze in dem Lande, in welchem sie geprägt ist, gesetzlich beigelegt wird und in der Regel auf der Münze selbst angegeben ist, heisst ihr Nominalwert. Er steht dem wirklichen — Real-Werte gegenüber. Der in der Regel zwischen dem Sachwerte und dem Nominalwerte in der Weise stattfindende Unterschied, dass letzterer den ersteren übersteigt, besteht gegenwärtig, soviel die Gold- und Silbermünzen betrifft, nur in dem Betrage der Fabrikationskosten, dem sogenannten Präge- oder Schlag-Schatze, während bei den Münzen, dessen Legirung die Hälfte des Gewichts der Münze oder mehr ausmacht, so wie bei den Kupfermünzen dieser Unterschied bei weitem mehr als die Münzkosten beträgt. Allein bei letzteren beiden Arten von Münzen sieht man vom Sachwerte ganz ab, da sie nur als Ausgleichungsmittel dienen, und in der Regel in gesetzlich bestimmten Quantitäten gegen Münzen von höherem Sachwerte ausgetauscht werden können.

§. 10. Deutsche Reichsmünzen.

Durch des Gesetz vom 4. Dezember 1871, betreffend die Ausprägung von Reichsgoldmünzen, wurde bestimmt im:

§. 1. Es wird eine Reichsgoldmünze ausgeprägt, von welcher aus einem Pfunde feinen Goldes $139\frac{1}{2}$ Stück ausgebracht werden.

§. 2. Der zehnte Teil dieser Goldmünze wird Mark genannt und in 100 Pfennige geteilt.

§. 3. Ausser der Reichsgoldmünze zu 10 Mark sollen ferner geprägt werden: Reichsgoldmünzen zu 20 Mark, von welchen aus einem Pfunde feinen Goldes $69\frac{3}{4}$ Stück ausgebracht werden.

§. 4. Das Mischungsverhältniss der Reichsmünzen wird auf 900 Tausendteile Gold und 100 Teile Kupfer festgestellt. Es wiegen demnach 125,55 X Markstücke und 62,755 XX Markstücke je ein Pfund.

§. 9. Reichsgoldmünzen, deren Gewicht um nicht mehr als fünf Tausendteile hinter dem Normalgewicht (§. 4) zurückbleibt (Passirgewicht), und welche nicht durch gewaltsame Beschädigungen am Gewicht verringert sind, sollen bei allen Zalungen als vollwichtig gelten.

Reichsgoldmünzen, welche das vorgedachte Passirgewicht nicht erreichen und an Zahlungsstelle von den Reichs-, Staats-, Provinzial- oder Kommunalkassen, sowie von Geld- und Kreditanstalten und Banken angenommen worden sind, dürfen von den gedachten Kassen und Anstalten nicht wieder ausgegeben werden.

Die Reichsgoldmünzen werden, wenn dieselben in Folge längerer Zirkulation und Abnutzung an Gewicht soviel eingebüsst haben, dass sie das Passirgewicht nicht mehr erreichen, für Rechnung des Reiches zum Einschmelzen eingezogen. Auch werden dergleichen abgenutzte Goldmünzen bei allen Kassen des Reiches und der Bundesstaaten stets voll zu demjenigen Werte, zu welchem sie ausgegeben sind, angenommen werden.

Vorstehendes Gesetz erhielt durch das Münzgesetz vom 9. Juli 1873 Ergänzungen, aus welchem Folgendes das Wichtigste ist:

Art. 1. An die Stelle der in Deutschland geltenden Landeswärungen tritt die Reichsgoldwärung. Ihre Rechnungseinheit bildet die Mark u. s. w.

Art. 2 verordnet, dass auch eine Goldmünze zu 5 Mark, 279 Stück auf ein Pfund feinen Goldes, geprägt werden soll. Die Abweichung im Mehr oder Weniger im Gewichte darf 4 Tausendteile, der Unterschied zwischen dem Normalgewichte und Passirgewichte 8 Tausendteile betragen.

Art. 3. Ausser den Reichsgoldmünzen sollen als Reichsmünzen und zwar:

- 1) als Silbermünzen: Fünf-, Zwei- und Einmarkstücke, Fünfzig- und Zwanzigpfennigstücke;
- 2) als Nickelmünzen: Zehn- und Fünfpfennigstücke;
- 3) als Kupfermünzen: Zwei- und Einpfennigstücke, nach Massgabe folgender Bestimmungen ausgeprägt werden.

§. 1. Bei Ausprägung der Silbermünzen wird das Pfund feinen Silbers in 20 Fünfmarkstücken, 50 Zweimarkstücken, 100 Einmarkstücken, 200 Fünfzigpfennigstücken und in 500 Zwanzigpfennigstücken ausgebracht. — Das Mischungsverhältniss beträgt 900 Teile Silber und 100 Teile Kupfer, so dass 90 Mark in Silbermünzen 1 Pfund wiegen.

Das Verfahren bei Ausprägungen dieser Münzen wird vom Bundesrat festgestellt. Bei den einzelnen Stücken darf die Abweichung im Mehr oder Weniger im Feingehalte nicht mehr als drei Tausendtheile, im Gewichte, mit Ausnahme der Zwanzigpfennigstücke, nicht mehr als zehn Tausendtheile betragen. In der Masse aber müssen das Normalgewicht und der Normalgehalt bei allen Silbermünzen inne gehalten werden.

Art. 4. Der Gesamtbetrag der Reichssilbermünzen soll bis auf Weiteres zehn Mark für den Kopf der Bevölkerung des Reiches nicht übersteigen.

Art. 5. Der Gesamtbetrag der Nickel- und Kupfermünzen soll $2\frac{1}{2}$ Mark für den Kopf der Bevölkerung des Reiches nicht übersteigen.

Art. 9. Niemand ist verpflichtet, Reichssilbermünzen im Betrage von mehr als 20 Mark und Nickel- und Kupfermünzen im Betrage von mehr als 1 Mark in Zahlung zu nehmen.

Art. 14. §. 4. In allen gerichtlich oder notariell aufgenommenen Urkunden, welche auf einen Geldbetrag lauten, desgl. in allen zu einem Geldbetrag verurteilenden gerichtlichen Entscheidungen ist dieser Geldbetrag, wenn für denselben ein bestimmtes Verhältniss zur Reichswährung gesetzlich feststeht, in Reichswährung auszudrücken, woneben jedoch dessen gleichzeitige Bezeichnung nach derjenigen Währung,

in welcher ursprünglich die Verbindlichkeit begründet war, gestattet bleibt.

Ueber die Form und Grösse der Reichsmünzen sind unter dem 5. Februar 1874 Bestimmungen erlassen, aus denen das Wichtigste ist.

Reichsgoldmünzen:

	Normalgewicht:	Durchmesser:	aus 1 Pfund fein:
XX-Markst.	0,015929 Pfd.	22,5 mm.	62,775 Stück
X „	0,007964 „	19,5 „	125,55 „
V „	0,003982 „	17 „	251,1 „

Reichssilbermünzen:

V-Markst.	0,0555 Pfd.	38 mm.	18 Stück
II „	0,0222 „	28 „	45 „
I „	0,0111 „	24 „	90 „
50-Pfennigst.	0,0055 „	20 „	180 „
20 „	0,0022 „	16 „	450 „

Reichsnickelmünzen:

10-Pfennigstück:	125 Stück = 1 Pfd.,	21 mm Durchm.
5 „	200 „ = 1 „	18 „ „

Reichskupfermünzen:

2 Pfennigstück:	150 Stück = 1 Pfd.,	20 mm Durchm.
I „	250 „ = 1 „	17,5 „ „

Gehalt:

Goldmünzen	enthalten:	900‰ Gold, 10‰ Kupfer,
Silbermünzen	„	900‰ Silber, 100‰ Kupfer,
Nickelmünzen	„	25‰ Nickel, 75‰ Kupfer,
Kupfermünzen	„	95‰ Kupfer, 4‰ Zinn, 1‰ Zink.

§. 11. Die Münzverhältnisse in verschiedenen Ländern.

Grossbritannien.

In Grossbritannien werden gesetzlich die edlen Metalle mit dem Troy-Pfunde à 12 Ounces (oz) à 20 Pennyweights (dwts) à 24 Grains (grs), das Pfund also = 5760 Grains gewogen. 1 Troypfund = 373,246 Gramm. Bei dem Bullion Office of the Bank of England, sowie im Handel wird jedoch seit längerer Zeit das Gold nach Ounces und Tausendteilen der Ounce, das Silber nach Ounces und Zehnteln der Ounce in der Weise gewogen, dass man beim Gold nicht weniger als 25 Tausendteile (0,025), beim Silber nicht unter 5 Zehntel (0,5) auswiegt.

Die Feinheit des Goldes bestimmt man nach 24 Karats (car) à 4 Grains, die Feinheit des Silbers nach 12 Ounces und zwar immer im Verhältniss zu dem sogenannten Standard- oder Münz-Metall, d. h. Metall von der Feinheit, in welcher die englischen Gold- und Silber-Münzen ausgeprägt und für welche auch die Preise von Gold und Silber notirt werden. Standard-Gold ist 22 carats fein, d. h. es enthält 22 carats ($\frac{11}{12}$) feines Gold und 2 carats ($\frac{1}{12}$) Legirung. Standard-Silber ist $11\frac{1}{10}$ oz. fein, d. h. es enthält $11\frac{1}{10}$ oz. oder 222 dwts. feines Silber und $\frac{9}{10}$ oz. oder 18 dwts. Legirung; oder es ist $\frac{222}{240}$ dwts. = $\frac{37}{40}$ fein. — Ist nun Gold z. B. angegeben W. 2 grains, so bedeutet dies, dass es 2 grains worse d. i. 2 grs. schlechter als Standard-Gold sei; also 21 car. 2 grs. Findet man ferner Silber B. oder M. 13 dwts. bezeichnet, so heisst dies: das Silber ist 13 dwts. better (besser) oder more (mehr) als Standard-Silber, also $222 + 13 = 235$ dwts. Die Angabe um wie viel besser oder schlechter als Standard ein gegebenes Metall ist, heisst report.

An Goldmünzen werden geprägt: Sovereigns, welche gerade 1 Pfund Sterling (£) gelten.

An Silbermünzen: Kronen zu 5 Schillingsterlinge, halbe Kronen, Schillinge und halbe Schillinge.

1 £ à 20 Schillinge (s.) à 12 Pence (d.)

Frankreich.

In Frankreich wiegt man mit dem Kilogramme und rechnet man nach Franken à 100 Centimen. Alle Silbermünzen sind $\frac{9}{10}$ fein und wiegt ein Frank 5 Gramm. Geprägt werden 5, 2, 1, $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{4}$ Frankenstücke. An Goldmünzen werden 20 Frankenstücke geprägt, 155 Stück aus 1 Kilogramm Münzgold, dessen Feingehalt $\frac{9}{10}$ ist.

In Belgien, Italien und der Schweiz ist das Geld dem französischen Gelde gleich.

Dänemark, Schweden und Norwegen.

In Dänemark hat man auch seit dem 1. Januar 1875 die Goldwährung eingeführt. Die Rechnungseinheit heisst Krone, welche in 100 Oerer geteilt ist. 1240 Kronen geben ein Pfund fein Gold. Geprägt werden 20 und 10 Kronenstücke. Eine Krone soll 6 Gramm feines Silber enthalten und ist gleich 1 Mark 50 Pfennig Reichsmünze. Scheidemünze wird aus Silber und Bronze geprägt und zwar in Silber, Stücke von 2 und 1 Krone, 50, 25 und 10 Oere und in Bronze, Stücke von 5, 2 und 1 Oere.

Durch das Gesetz vom 10. Februar 1854 war der Reichsbankmünzfuss eingeführt. Der Riegsdaler Reichsmünze hat 6 Mark à 16 Schillinge = 2 Mark 25 Pfennige. In Folge einer auf zehn Jahre zwischen den Regierungen in Schweden-Norwegen am 18. Dezember 1872 abgeschlossenen Münzkonvention, welche aber, da sie von dem norwegischen Storting verworfen worden war, zwischen Schweden und Dänemark allein abgeschlossen wurde, ist das oben gegebene Münzsystem eingeführt, wobei die Münzen des einen Staates auch in den beiden andern (denn Norwegens Beitritt lässt sich mit Bestimmtheit erwarten) als gesetzliche Zahlungsmittel anerkannt werden.

In Norwegen bildet jetzt noch die Münzeinheit ein Speziestaler à 5 Mark à 24 Schillinge. $9\frac{1}{4}$ Speziestaler werden aus einer Mark feinen Silbers geprägt.

In Holland

rechnet man nach Gulden à 100 Cents. Geprägt werden an Silbermünzen: Gulden, Taler oder $2\frac{1}{2}$ Gulden-Stücke mit einem Feingehalt von $\frac{945}{1000}$. Ein Gulden wiegt 10 Gramm; an Goldmünzen: Dukaten, einfache und doppelte, das Stück 3,494 Gramm wiegend und mit einem Feingehalt von $\frac{983}{1000}$.

In Russland

ist das Münzgewicht das Handelspfund von 409,512 Gramm. 100 Rubel sollen $5\frac{1}{16}$ Pfund wiegen und aus Silber $\frac{125}{141}$ fein geprägt werden. An Goldmünzen sind Pistolen à 5 Rubel 15 Kopeken vorhanden. 1 Rubel = 100 Kopeken.

In den Vereinigten Staaten von Nordamerika

wird Gold und Silber nach der Troy-Ounce (siehe unter England), die man in 100tel teilt gewogen. Man rechnet dort amtlich $102 = 31,09815$ Gramm.

Aufgaben.

1. Das Gewicht eines Goldbarren wiegt 1500 Gramm und hat einen Feingehalt gleich $\frac{5}{6}$. Wie viel Gold und Zusatz ist vorhanden?
2. Ein Barren Silber wiegt 6880 Gramm und enthält 5350 Gramm fein Silber. Welchen Feingehalt hat die Masse?
3. Wie gross ist das Bruttogewicht einer silbernen Dose, von 0,700 Feingehalt, welches 16 Neulot feines Silber enthält?
4. Wie gross ist das Feingewicht eines silbernen Löffels, wenn das Bruttogewicht 350 Tausendteile und der Zusatz 138 Tausendtheile ausmacht?
5. Wie viel feines Gold enthält in England ein Barren Gold, wiegend 5 Pfd. 3 oz. 12 dwts. 12 grs., report B. 1. car. $\frac{1}{2}$ gr.?
6. Wie viel feines Silber ist enthalten in 866,5 oz. Silber, report W. $7\frac{1}{2}$ dwts.?

7. Aus einem Pfund feinen Goldes werden $139\frac{1}{2}$ Zehnmarkstücke geprägt; der Feingehalt beträgt 900. Wie viel beträgt das Bruttogewicht eines X Markstückes?
8. Aus einem Klgm. Silber werden 200 Franken zu 900 Feingehalt geprägt, aus einem Klgm. Gold dagegen 3100 Franken zu 900 Feingehalt. Wie verhält sich Silber zu Gold?
9. 3 jüdische Legirungen, nämlich $8\frac{1}{2}$ Pfd. von 20 teiligem Gold und 640 teil. Silber und 5 Pfd. von 24 teil. Gold und 320 teil. Silber und $2\frac{1}{2}$ Pfd. von 44 teil. Gold und 480 teil. Silber enthalten welchen Feingehalt?
10. Wie viel kosten 400 Goldstücke à 20 Mark und 400 Stück à 20 Franken? Beide sind $\frac{9}{10}$ fein. Ein 20 Markstück wiegt Brutto 7,9648 gr., ein 20 Frankenstück 6,4516 gr. Das Pfd. fein Gold kostet 1390 Mark.
11. Wie viel kosten in Paris 12,175 Klgm. Gold, 850 fein $2\frac{0}{100}$ prime (*)Agio) und 18,325 Klgm. Silber, 800 fein mit $15\frac{0}{100}$ prime?
12. Wie viel kosten in Amsterdam 6,85 Pond (Klgm.) Gold, 875 fein, Agio $10\frac{0}{100}$, und 9,45 Pond Silber, 900 fein à 102,5 fl. p. Klgm. fein?
13. Wie viel kostet in London ein Barren Gold von 11 Pfd. 7 oz. 3 dwts. Gold rep. 2 M. à $77\frac{1}{2}$ s. und eine Plansche Silber von 18 Pfd. 8 oz. 15 dwts. 12 gr. rep. W. $3\frac{1}{2}$ dwts. à 5 s.?
14. Wie viel kosten

a) 25 Swer. à Mark	20,30?
b) 24 Nap. à „	16,10?
c) 36 h. Imp. à „	16,70?
d) 45 Duk. à „	9,55?

*) Frankreich hat Normalpreise, für feines Gold 3434,44 Fr., für feines Silber 218,89 Fr. p. Klgm. mit einem veränderlichen Agio. — Amsterdam hat für fein Gold den Normalpreis von 1442,60 fl. mit wechselndem Agio, aber für Silber keinen Normalpreis.

In den Ländern wo Silberwährung gilt, sind die Goldmünzen dem Kurs unterworfen. Man gibt ihren Wert zum Silbergeld in Prozenten an. Z. B. Gold steht gegen Kourant $12\frac{1}{2}\frac{0}{100}$ höher, heisst

$$100 \text{ Mark Gold} = 112\frac{1}{2} \text{ Mark Kourant.}$$

Der Mehrwert gegen Kourant heisst Agio.

15. Wie viel Mark (Gold) gilt ein Silberrubel, wenn Silber sich zu Gold wie $1:15\frac{1}{2}$ verhält?
16. Wie hoch stellt sich der Sachwert eines Sovereign in englischem Golde, wenn 1869 Sov. ein Gewicht von 40 Troypfund haben und die Unze Standard-Gold mit 7759 Pfd. notirt ist?
17. Nach dem Münzgesetz vom 3. Februar 1854 wiegt ein spanischer Duro 520 Granos bei einem Feingehalt von 900 Tausendteilen; wie gross ist sein Wert in Franken, den Silberpreis zu $17\frac{0}{100}$ prime angenommen?
18. Welchen Wert hat die neue deutsche Doppelkrone in englischem Gelde, unter Zugrundelegung der beiderseitigen gesetzlichen Ausmünzungen?
19. Um wie viel Prozent war preussisches Kourant (30 Tlr. aus einem Pfund feinen Silbers) besser, als Scheidemünze, von der für $34\frac{1}{2}$ Tlr. aus einem Pfund feinen Silbers geprägt wurden?
20. Wie vergleichen sich gesetzlich die deutschen Kronen mit dem preussischen Friedrichsd'or nach Prozenten auf und in Hundert?

§. 12. Bank.

Banken sind Anstalten, welche die Aufgabe haben, gewerbmässig den Geld und Kreditverkehr zu vermitteln. Sie haben zunächst den Geldumlauf zu ordnen und demselben durch Uebertragung von Werten und Eigenthums- resp. Forderungsrechten aus einer Hand in die andere, von einem Ort zum andern neue Mittel zuzuführen; ihnen fällt ferner die Rolle zu, die versteckt und brachliegenden Kapitalien hervor zu locken; endlich haben sie auch noch die Bestimmung, Schutz und Sicherheit für bewegliches wertvolles Besitztum zu bieten, indem sie Geld, Pretiosen, Effekten und andere Wertobjekte gegen geringe Gebühr in sichere Verwahrung nehmen. In solcher Stellung fördern und unterstützen die Banken mittelbar und unmittelbar den Handel, die Industrie und Landwirtschaft.

Ein Bank-Institut bewirkt die Zalung der von Einzelnen im Verkehr nicht aufzubringenden Summen, durch Teilnahme Vieler. Institute solcher Art wird es so vielerlei geben, als es denkbare Vereine gibt, um dahin zu wirken, Zalungen anstatt mit baarem Gelde durch Ab- und Zurechnung oder mit Kredit abzumachen. Man unterscheidet: Depositiv-, Diskonto-, Giro-, Leih-, Spar-, Zettel- u. s. w. Banken, die man aber nie rein und unvermischt mit andern antrifft. Der Unterschied zwischen den einzelnen Banken dürfte hauptsächlich darin bestehen, ob die Sache durch Ab- und Zurechnung oder durch Kredit abgemacht wird. Sobald als beim erweiterten Verkehre es einmal dahin gekommen war, dass die edlen Metalle, Gold und Silber zum Maassstabe für den Wert der im Verkehre befindlichen Gegenstände angenommen worden waren, so konnte es auch nicht felen, dass bei Vervielfältigung der Geschäfte der Begriff des Uebertragens der Quantität von dem Einen auf den Andern, ohne Dazwischenkunft der Metalle selbst, durch gegenseitige Ab- und Zurechnung der Summe sich entwickelte. Schon bei den Römern finden wir ausser der Anweisung und Delegation auch noch das mutuum (den Wechsel), vermöge dessen Jemanden eine Quantität von Verbrauchsgegenständen überlassen wurde mit der Bedingung, eine gleiche Quantität solcher Gegenstände dereinst wiederzugeben. Indess waren dies immer noch bloß Massregeln unter Einzelnen. Allein auch hier schaffte sich der menschliche Geist sehr bald Erleichterung: I. durch das Ab- und Zurechnen, welches man unter Dreien mit dem Namen Skonto belegt. Dieses jedoch unter Mehreren und sogar Vielen zu erweitern, traten Mehrere zusammen, die einen bestimmten Fond zusammenlegten, an welchem ein Jeder nach Verhältniss seiner Einlage Anteil hatte, solchen zu beliebigen Summen auf andere Teilnehmer übertragen und von Anderen wiederum andere Summen annehmen konnte, indem man bloß vom Konto des Einen das, was er weggab, ab- und auf das Konto des Empfängers überschrieb, ohne dass der eigentliche Fond in die geringste Berührung kam. Das Institut nannte man dann in Beziehung auf die dabei sich vorgestellte Kasse: „Bank“, und zwar in

sofern das Vermögen von Einem auf den Andern im Kreise herumwanderte, Girobank, in Beziehung auf die zur Deckung gegebene Einlage Depositobank. Die Banken dieser Art sind die ältesten. Das Verfahren bei der Geschäftsführung ist ganz einfach.

Z. B.: A, B und C sind Teilhaber der Bank, d. h. Miteigentümer des gemeinschaftlichen Fonds. Hat nun A an B 1000 Mark zu zahlen, so werden solche ihm von seinem Vermögen, welches ihm im Bankbuche gut geschrieben ist, ab- und dem B zugeschrieben. A ist nun um so viel ärmer, als B dagegen reicher wird. Das Vermögen der Bank aber bleibt sich gleich. Auf diese Weise lässt sich auf grossen Handelsplätzen ein ungeheurer Umsatz bewirken, ohne dass es mehr bedarf als einiger Federstriche im Bankbuche. Da nun der eigentliche Fond, nämlich das bare Geld oder die Gold- und Silberbarren, nie ausgegeben werden, sondern nur zur Deckung liegen bleiben, also auch für sich selbst keine Veränderung des Kurses erfahren können, so wird es dadurch erklärlich, wie das Bankgeld als Quantität unabhängig vom Werte des deponirten Gegenstandes seinen eigenen Kurs haben kann, welcher sich nach dem Verhältnisse des mehr oder weniger gesuchten Gebrauchs oder anderer Umstände richtet.

Eine spätere in ihrer Wirkung noch weit umfassendere Erfindung sind die Zettelbanken. Es wird dabei zwar auch ein Fond gelegt, der nicht blos in baarem Gelde oder Barren bestehen muss, sondern auch in sichern Schuldbriefen oder andern Effekten bestehen kann. Allein das Geschäft wird durch Ab- und Zuschreiben unter bestimmten Teilhabern bewirkt, sondern die Bank gibt eine dem Fond entsprechende, auf bestimmte Summen lautende Zettel als eigentliches Papiergeld aus, die man Banknoten nennt und deren Normalwert an jeden Inhaber einer solchen Note auf Verlangen im baren Gelde sofort aus der Bank ausgezahlt werden muss. Da es aber bei geschickten Operationen möglich wird, in solchen Noten einen ungleich grösseren Betrag nach dem Normalwerte auszugeben, als der Fond der Bank beträgt, so wird es dadurch möglich, dass die Zettelbank durch Erteilung

von Vorschüssen gegen sichere Unterpfänder bedeutenden Gewinn beziehen und den ursprünglichen Fond aus sich selbst vergrössern kann. Die Banknoten haben daher die Natur des eigentlichen Papiergeldes, die der Diskontokasse, welche jedoch mit dem Fond, so lange er nicht zur Einlösung gebraucht wird, Geschäfte treibt.

§. 13. Staatsschuld'scheine.

Staatsschuldscheine sind solche Schuldscheine, welche der Staat gegen bares Geld ausgibt. Der Staat leiht von Privatpersonen Geld, denen er dafür bestimmte Zinsen zahlt. Gezwungen wird der Staat, solche Anleihen zu machen, wenn er plötzlich mehr Geld nötig hat, als die Einkünfte betragen. Die Ursachen hiervon liegen einestheils in unserm heutigen Staatensysteme, andernteils aber auch in dem grösseren Aufwande, welchen die gesteigerten Verkehrs- und Bildungsbedürfnisse unserer Zeit für öffentliche Bauten (Strassen, Kanäle, Eisenbahnen u. s. w.), Kunst- und wissenschaftliche Anstalten notwendig machen.

Kapitalisten kaufen diese Schuldscheine, die auf 50, 100 u. s. w. Mark lauten können und erhalten halbjährlich oder jährlich die festgesetzten Zinsen. Zu diesem Zwecke erhält jeder Staatsschuldschein einen Bogen Zins-Kupons. Der beigegebene Bogen ist nämlich in lauter kleine Zettel eingeteilt, welche man, sobald sie fällig, abschneidet, und als bares Geld von jeder Staatskasse angenommen wird. Diese Kupons tragen dieselbe Nummern wie der Schuldschein, und ohne sie kann der Schuldschein nicht verkauft werden, mit den Kupons kann er aber verkauft werden, da der Schuldschein nicht auf eine bestimmte Person, sondern auf den Inhalt lautet. Ist der letzte Kupon ausgegeben, so erhält man gegen Vorzeigung des Schuldscheines oder gegen Auslieferung des den Kupons beigegebenen Talon eine neue Serie Kupons.

Gegen Diebstal schützt man seine Papiere, indem man Schuldscheine und Kupons getrennt aufbewahrt. Wie wir schon oben gesehen haben, kann der Schuldschein ohne

Kupons nicht verkauft werden, nützt somit dem Diebe nichts. Mit Hülfe des zurückbehaltenen Kupons kann der Besitzer seine Staatsschuldscheine von Neuem ausgestellt erhalten. Gehen bloß die Kupons verloren, so büßt man höchstens die nächsten Zinsen ein. Vor Allem hat man ein genaues Verzeichniss seiner Papiere in verschiedenen Exemplaren anzufertigen und an verschiedenen Orten aufzubewahren. Gehen auch dann die Scheine nebst den Kupons verloren, so macht man davon der Staatsschulden-Verwaltung Anzeige. Diese erlässt darauf eine Bekanntmachung in öffentlichen Blättern, worin sie anzeigt, dass dem N seine bezeichneten Papiere abhanden gekommen sind. Kommen während einer bestimmten Frist die Papiere nicht zum Vorschein, so erklärt die Verwaltung die Scheine für ungültig und fertigt dem N neue aus.

Behörden, welche solche Papiere besitzen, setzen dieselben ausser Kurs, d. h. sie schreiben auf die Rückseite des Papiers die Worte: „Ausser Kurs gesetzt.“ Mit diesen Worten bezeichnete Papiere können nicht früher verkauft werden, als bis eine Behörde unter Beidrückung eines amtlichen Siegels die Worte: „Wieder in Kurs gesetzt“, darauf geschrieben hat.

Trotzdem diese Schuldscheine einen bestimmten Wert haben, so wechseln sie doch; sie steigen oder fallen. Dieser Wechsel hängt von der Nachfrage nach diesen Papieren ab. Je weniger Nachfrage, desto mehr fallen die Staatsschuldscheine im Preise und umgekehrt. Oft ist es jedoch reine Spekulation, welche diesen Wechsel hervorruft.

Eine besondere Gattung von Papieren dieser Art sind die Lotterieranleihen, bei denen der Staat sich verpflichtet, die erhobene Summe in bestimmten Terminen bis zu einer festgesetzten Zeit zurückzuzahlen. Der in jedem dieser Termine zur Tilgung kommende Teil der Schuld wird nicht gleichmässig auf alle Obligationen verteilt, sondern es wird durch das Loos entschieden, welche Obligationen jedesmal eingelöst werden sollen, zu welchem Behufe das ganze Anleihekapital in gleiche Teile geteilt und für jeden derselben ein Schuldbrief ausgestellt wird, welcher Parketobligation (Partialloos oder Partiale) heisst. Die Regierung gibt über das ganze Geschäft einen Verloosungs-

plan aus, in welcher auch die Anzahl der jährlich zur Ziehung kommenden Loose festgesetzt ist. Der grössere Teil derselben kommt mit dem Kapital in einem niedrigeren als dem landesüblichen Zinsensbetrage heraus, wobei — da der Staat die ganze Summe zum gebräuchlichen Zinsfusse verinteressirt — ein namhafter Betrag an Interessen erübrigt wird, woraus auf einzelne glückliche Loose verschiedene höhere und geringere Gewinne, sogenannte Prämien, verteilt werden. Diese letzteren tragen zwei verschiedene Nummern, welche man durch Zalen oder durch Buchstaben bezeichnet, und diese dann in einzelne Nummern einteilt. Durch diese doppelte Nummerirung kann man sehr leicht die herauskommenden Nummern im Voraus bestimmen, indem man zuerst die Seriennummern zieht, wobei man von der ganzen Anzahl so viele nimmt, als dem Plan gemäss herauskommen sollen. Die Nummern der gezogenen Serien werden hierauf bekannt gemacht, und die darin enthaltenen Loose heissen nun Serienlose. Zu diesen Seriennummern werden später die einzelnen Loosnummern und dazu die bestimmte Anzahl Gewinne gezogen. Auf diese Weise fährt man fort bis zur Abzahlung der Anleihe. Indem die Staatspapiere eine tatsächliche Summe repräsentiren, heissen sie auch Renten, Rentenscheine u. s. w. Nach den Zinsen, welche Staatspapiere gewären, werden sie 3—4 u. s. w. prozentige genannt.

Durch die Gewährleistung des Staates in Betreff der Zinsen und die in bestimmten Zeiträumen zugesicherte Rückzahlung des Kapitals sind die Staatspapiere ein Gegenstand des Verkehrs geworden. Die hauptsächlichsten Geschäfte im Handel mit Staatspapieren sind folgende:

Einfache Kontantgeschäfte, bei denen der Käufer den Wert des gekauften Papiere nach dem bestimmten Kurs zahlt;

Lieferungs- oder Zeitgeschäfte, wobei sich der Verkäufer verbindlich macht, an einem bestimmten Tage zu einem kontrahirten Kurs zu liefern, und der Käufer, es alsdann so zu nehmen;

Differenz- oder ungedeckte Geschäfte, bei denen es sich nur um die Vergütung der Differenz des Kurses,

vom Tage des Abschlusses bis auf den Tag der Lieferung, handelt;

Prämiengeschäfte, die nur für den Verkäufer verbindlich sind, indem der Käufer beim Abschluss des Kontraktes eine gewisse Summe (Prämie) zahlt, gegen deren Verlust er von seiner Verbindlichkeit wieder frei ist;

Prolongationsgeschäfte, wobei der Käufer nach dem Kontantkurs abschliesst, mit Vorbehalt, an einem anberaumten Tage zu einem andern bestimmten Kurse dieselben Papiere zurückzuliefern, demnach Käufer und Verkäufer zugleich ist;

Arlitrageschäfte, die in der Umsetzung eines von einem gewissen Zinsfuss in ein anderes von einem andern Zinsfuss bestehen.

Zu den Geschäften mit Staatspapieren gehören auch:

die Faustpfandverträge, die in der Aufnahme eines Vorschusses gegen Versatz von Staatsschuldverschreibungen bestehen, unter der Bedingung, diese gegen Rückzahlung des Vorschusses zur bestimmten Zeit wieder einlösen zu können;

die Heuergeschäfte, welche sich auf solche Staatsanleihen erstrecken, mit welchen eine Lotterie verbunden ist, indem man mit dem Besitzer einig wird, auf dieses gegen eine Prämie, die man im Voraus bezahlt für eine Ziehung mitzuspielen, worauf man einen Schein (Promesse) erhält;

die Assekuranzgeschäfte, wobei der Versicherer gegen eine Prämie die Verbindlichkeit übernimmt, dem Versicherten eine ähnliche Staatsschuldenverschreibung zu einem bestimmten Kurs zu liefern, oder das etwaige Ueberpari zu vergüten, im Fall die seinige beim Verloosen herauskommen und abgetragen werden sollte.

§. 14. Aktien.

Grosse Unternehmungen, z. B. der Bau einer Eisenbahn u. s. w., werden, sobald sie der Staat nicht ausführt, von vielen Personen, die sich zu einer Gesellschaft vereinigen, in's Leben gerufen. Die öffentliche Aufforderung zur Teilnahme an einer solchen Gesellschaft muss aber, sowie die Vereinigung selbst, durch den Staat genehmigt werden.

Ueber die eingelegten Summen werden Scheine ausgestellt, welche Anteilsscheine oder Aktien heissen. Das Unternehmen selbst ist auf Aktien gegründet, die Gesellschaft führt den Namen Aktiengesellschaft. Die Besitzer solcher Aktien heissen Aktionäre und nehmen Anteil an dem Gewinne, je nach der Einzahlung, die das Unternehmen abwirft. Die Aktien lauten nur über runde Summen. (50, 100, 200 u. s. w.)

Hat die Gesellschaft im Laufe der Unternehmung mehr Geld nötig, so gibt sie neue Schuldscheine aus, welche Prioritäts-Aktien, Prioritäts-Obligationen oder auch kurzweg Prioritäten genannt werden. Wer Prioritäten nimmt, dem wird sein Geld wol verzinst, aber er geniesst keine Dividende. Die ursprünglichen Aktien führen zum Unterschied den Namen Stamm-Aktien.

Braucht die Gesellschaft noch mehr Geld, so gibt sie nochmals Prioritäten aus, welche durch die Benennung: erste, zweite, dritte u. s. w. Serie, oder auch: erste, zweite u. s. w. Emission unterschieden werden.

Zu den Stamm-Aktien kommen öfter auch Stamm-Prioritäten. Demnach haben wir drei grosse Gruppen von Aktien, nämlich: Stamm-Aktien, Stamm-Prioritäten und Prioritäten. Die Besitzer der Stamm-Aktien sind Eigentümer der Bahn, die Besitzer der Stamm-Prioritäten sind Miteigentümer, die Inhaber der Prioritäten sind die Gläubiger. Die Prioritäten gewähren nur Zinsen, die Prioritäten-Aktien Zinsen und bestimmte Dividende, die Stamm-Aktien Zinsen und den Rest der Dividende. Die Besitzer der letzteren können demnach, wenn das Unternehmen gelingt, höhere Zinsen erhalten, rentirt es sich nicht, so vermindert sich auch die Dividende. Demnach sind Stamm-

Aktien den Schwankungen mehr unterworfen, als die Prioritäts-Aktien, für welche oft der Staat die Zinsen garantirt.

Gleich den Staatspapieren wechseln auch die Aktien durch Kauf und Verkauf ihre Eigentümer; sie steigen und fallen im Preise, sie haben einen veränderlichen Kurs.

§. 15. Berechnung der Staatspapiere und Aktien.

Bei den mit den einfachen Einkaufs- und Verkaufsgeschäften von Staatspapieren verbundenen Berechnungen kommt es vor allen Dingen darauf an, ob die Papiere Zinsen tragen oder nicht.

Berechnen wir nun zinsentragende Papiere so handelt es sich um den Zinsfuß und die Termine, zu welchen die Zinsen erhoben werden, welche gewöhnlich halbjährlich sind. Der erstere ergibt sich aus dem Papiere selbst, die letzteren, wie auch der Zinsfuß ergibt sich aus den beigegeben Zinskupons. Das zu berechnende Papier muss zunächst von dem auf den nächstfälligen Zinstermin lautenden Zinskupon, dann aber auch von dem zu ihm überhaupt gehörigen Zinskupon begleitet sein. Für welchen Zeitraum die letzteren dem Papiere beigegeben sind, ergibt sich aus dem Talon.

Wird der Kupon für den nächsten Zinstermin mit überliefert, so hat der Käufer die Zinsen von dem letzten Zinstermin bis zu dem Tage des Kaufs zu vergüten; feld dieser Kupon, so bringt er die Zinsen vom Tage des Kaufs bis zu dem nächsten Zinstermin in Abzug. Die Zinsen können natürlich nur vom Nominalwerte berechnet werden, und der Monat wird stets zu 30 Tagen angenommen.

Beispiele: 1. In Berlin kauft man am 3. Mai 1876 für 3000 Mk. Berliner Stadt-Obligationen à 101. Zinsen à $4\frac{1}{2}\%$ am 1. April und 1. Oktober.

Der Kurs 101 drückt aus, dass man für 100 Mk. in diesen Papieren 101 Mk. bezahlt, sie stehen also 1% über pari. Von 3000 Mk. beträgt 1% 30 Mk., der Verkaufswert ist demnach $(3000 + 30)$ 3030 Mk.

Der Käufer empfängt den p. 1. Oktober 1876 fälligen Zinskupon, erhebt also die Zinsen auf die Zeit vom 1. April bis 1. Oktober. Da er aber die Papiere erst am 3. Mai kauft, so hat er auch erst von diesem Tage an Anspruch auf Zinsen. Demnach hat er an seinen Verkäufer die Zinsen auf die Zeit vom 1. April bis zum 3. Mai, also auf 32 Tage zu vergüten. Sie betragen 12 Mk. Die auszustellende Rechnung gestaltet sich folgendermassen:

3000 Mk. Berliner Stadt-Obligationen à 101 ..	3030 Mk.
Zinsen à $4\frac{1}{2}\%$ vom 1. April bis 3. Mai = 32 Tage	12 „
	<u>3042 Mk.</u>

2. Am 15. März kauft man in Leipzig für 3000 Mk. Sächsische 3% Staatsschuldenkassen-Scheine à 86. —

(Zinstermin 1. April und 1. Oktober.)

3000 Mk. 14% Verlust (oder 86×30) =	2580,— Mk.
Zinsen vom 1. Okt. bis 15. März = 165 Tage =	15,75 „
	<u>2595,75 Mk.</u>

Felte der Kupon p. 1. April, so wäre die Rechnung wie folgt:

300 Mk. 3% S. S.-K.-S, à 86	= 2580,— Mk.
ab Zinsen bis 1. April, 15 Tage	11,4 „
	<u>2569,6 Mk.</u>

§. 16. Wechsel.

Wechsel ist eine, vorzüglich im kaufmännischen Verkehre eingeführte Schuldverschreibung, in welcher das Wort „Wechsel“ enthalten sein muss. Wechselfähig ist Jeder, welcher sich durch Verträge verpflichten kann. Der Wechselschuldner haftet für die Erfüllung der übernommenen Wechselverbindlichkeit mit seiner Person und seinem Vermögen. Jedoch ist der Wechsel-Arrest nicht zulässig:

- 1) gegen die Erben eines Wechselschuldners;
- 2) aus Wechsel-Erklärungen, welche Korporationen oder andere juristische Personen, für Aktien-Gesellschaften oder in Angelegenheiten solcher Personen, welche zu eigener Vermögens-Verwaltung unfähig

sind, von den Vertretern derselben ausgestellt werden;

- 3) gegen Frauen, wenn sie nicht Handel oder ein anderes Gewerbe treiben.

Durch einen Wechsel kann entweder der Aussteller sich selbst zur Zahlung einer Summe in einer gewissen Zeit verpflichten, oder er kann einen Andern mit der Zahlung beauftragen. Im ersten Falle heisst er ein eigener oder trockener Wechsel, im andern Falle ein trassirter oder gezogener Wechsel, auch Tratte. Der Ausdruck „trockener“ Wechsel scheint daher entstanden zu sein, weil solche Wechsel nicht über Meer gehen und der Inhaber sie gewöhnlich bis zum Zahlungstermine bei Seite legt, weshalb sie auch Deposita-Wechsel genannt werden. Ist ein Wechsel nur in einer Ausfertigung ausgestellt, so heisst er ein Sola-Wechsel, stellt man ihn jedoch, Behufs grösserer Sicherheit mehrere Male aus, so heisst die erste Ausfertigung Prima-Wechsel, die zweite Sekunda-, die dritte Tertia- u. s. w. eines Wechsel.

Die Abschriften müssen völlig gleichlautend sein. Im Sekunda-Wechsel wird hinzugefügt: „Zalen Sie gegen diesen meinen Sekunda-Wechsel, Prima unbezalt.“ Im Tertia-Wechsel: „Prima und Sekunda unbezalt“, oder im Prima-Wechsel: „Sekunda und Tertia unbezalt“. Wenn einer bezahlt ist, sind natürlich die anderen ungültig.

Tratten sind in der Regel nur für Kaufleute und für solche Personen, welchen die Gesetze kaufmännische Rechte geben. Der Aussteller eines Wechsels heisst Trassant; er gibt denselben einem Andern, um Zahlung dafür zu erhalten. Der, welcher das Geld auszahlt und dafür die Tratte erhält, um dasselbe entweder selbst an einem dritten Orte wieder zu erheben, oder durch einen Andern wieder erheben zu lassen, heisst Remittent. Dieser andere, welcher die Tratte erhält, um das Geld zu erheben, heisst Präsentant. Endlich der, auf welchen der Wechsel gezogen wird, heisst Trassat, Akzeptant, Wechselbezaler. Der Brief, worin der Trassant dem Trassaten von der Zahlung, welche Letzter leisten soll, Nachrichten erteilt, heisst Aviso-Brief.

Die Tratte muss dem Trassaten vorgezeigt oder präsentiert werden. Schreibt dieser unter dieselbe „akzeptirt“ und erklärt er sich dadurch zu deren Auszahlung verpflichtet, so heisst dieselbe ein akzeptirter Wechsel. Hat jedoch der Trassat Gründe, den Wechsel nicht anzunehmen, so gibt er den Wechsel mit Protest zurück und er hat dann protestirt. Der Wechselinhaber lässt sich dann in der Regel zur grössern Sicherheit auf Kosten des Ausstellers eine Schrift ausfertigen, worin erklärt wird, dass er seiner Pflicht nachgekommen ist; dann sendet er den Wechsel zurück.

Die Tratte kann von deren Inhaber auf einen Andern, dem er schuldet übertragen werden, dieses heisst „indossiren“ oder „giriren“, dann heisst der Inhaber „Zedent“ oder „Indossant“, der Empfänger „Indossat“ und der Wechsel ist ein „indossirter“ Wechsel; der Indossant schreibt auf die Rückseite des Wechsel: „Für mich an Herrn N. N. oder dessen Ordre, Wert erhalten.“

H., den 1. Januar 77.

N. N.

Auf diese Weise kann der Wechsel durch viele Hände gehen und zuweilen wieder an den Aussteller zurückkommen

Die wesentlichen Erfordernisse eines gezogenen Wechsels sind:

- 1) die in den Wechsel selbst aufzunehmende Bezeichnung als Wechsel oder, wenn er in einer fremden Sprache ausgestellt ist, ein jener Bezeichnung entsprechender Ausdruck in der fremden Sprache;
- 2) die Angabe der zu zahlenden Geldsumme;
- 3) der Name der Person oder die Firma, an welche oder an deren Ordre gezahlt werden soll (des Remittenten);
- 4) die Angabe der Zeit, zu welcher gezahlt werden soll; die Zahlungszeit kann für die gesammte Geldsumme nur ein und dieselbe sein und nur festgesetzt werden
 - auf einen bestimmten Tag,
 - auf Sicht (Vorzeigung, à vista u. s. w.) oder
 - auf eine bestimmte Zeit nach Sicht,

auf eine bestimmte Zeit nach dem Tage der Ausstellung (nach dato), auf eine Messe oder einen Markt (Mess- oder Marktwechsel).

- 5) die Unterschrift des Ausstellers (Trassanten) mit seinem Namen oder seiner Firma;
- 6) die Angabe des Ortes, Monatstages und Jahres der Ausstellung;
- 7) der Name der Person oder die Firma, welche die Zahlung leisten soll (des Bezogenen oder Trassaten);
- 8) die Angabe des Ortes, wo die Zahlung geschehen soll; der bei dem Namen oder der Firma des Bezogenen angegebene Ort gilt für den Wechsel, insofern nicht ein eigener Zahlungsort angegeben ist, als Zahlungsort und zugleich als Wonort des Bezogenen.

Art. 5. Ist die zu zahlende Geldsumme in Buchstaben und in Ziffern ausgedrückt, so gilt bei Abweichungen die in Buchstaben ausgedrückte Summe.

Ist die Summe mermals mit Buchstaben oder mermals mit Ziffern geschrieben, so gilt bei Abweichungen die geringere Summe.

Eine fehlerhafte Ausstellung veranlasst, dass der Gläubiger kein Wechselrecht erlangt. Ein gültiger Wechsel muss genau am Verfalltage eingelöst werden, oder es tritt der Wechselprozess und die Wechselstrenge ein. Diese letztere besteht darin, dass der Schuldner von dem Gläubiger auf Verlangen sofort mit persönlicher Haft wegen Nichterfüllung seiner Verbindlichkeit belegt werden muss, und zwar so lange, bis er sie erfüllt. Im Wechselprozess gelten überhaupt nur solche Einwendungen, die auf der Stelle bewiesen werden können. Hat etwa der Wechselschuldner Einwendungen, die jedoch eine weitere Untersuchung erfordern, so kann er dieselben freilich in einem Prozesse durchführen, die Schuld muss jedoch sofort bezahlt oder mindestens gerichtlich deponirt werden. Der Besitzer eines indossirten Wechsels kann nicht nur gegen den Aussteller wechelmässig klagen, sondern auch an den Indossanten, wenn dieser die Zahlung verweigert, im Wechsel-

prozesse Regress nehmen, vorausgesetzt, dass dieser zu den Personen gehört, welche sich wechselfähig verpflichten können.

Jeder trockene Wechsel kann prolongirt werden, wenn der Gläubiger dem Schuldner noch Frist zur Zahlung gestatten will. In diesem Falle schreibt der erstere darauf:

„Vorstehender Wechsel ist auf Ersuchen einen Monat u. s. w. prolongirt worden“.

Lässt der Wechselinhaber nach dem bestimmten Zahlungstage mehr als ein Jahr verfließen, ohne gerichtlich das Wechselrecht in Anspruch zu nehmen, so verliert der Wechsel seine ihm gesetzlich beigelegte Kraft, er ist als Wechsel verjährt und gilt dann nur als einfacher Schuldschein. Das Prolongiren beugt dem jedoch vor, und auch die Klausel: „ich beuge mich des Rechtes der Wechselverjährung.“

Verfällt der Wechsel an einem Sonntage oder allgemeinen Feiertage, so ist der nächste Werktag der Zahlungstag. Auch die Herausgabe eines Wechselduplikates, die Erklärung über die Annahme, sowie jede andere Handlung, können nur an einem Werktage gefordert werden. Sicht ist gewöhnlich eine Zeit von 24 Stunden, nach deren Ablauf gezahlt werden muss.

Jeder Wechsel ist mit einer Wechselstempelmarke zu versehen und zwar sind dabei nachfolgende Vorschriften zu beobachten:

- 1) Die den erforderlichen Steuerbetrag darstellenden Marken sind auf der Rückseite der Urkunde, und zwar, wenn die Rückseite noch unbeschrieben ist, am oberen Rande derselben dergestalt aufzukleben, dass oberhalb der Marke kein zur Niederschreibung eines Vermerkes hinreichender Raum übrig bleibt.

Der inländische Inhaber, welcher die Marke aufklebt, hat sein Indossament oder seinen sonstigen Vermerk unterhalb derselben niederzuschreiben.

Wird die Breite der Rückseite durch die aufgeklebten Marken nicht ausgefüllt, so ist der zur Seite oder zu beiden Seiten der letzteren bleibende leere Raum in der Höhe der Marke dergestalt zu durchkreuzen, dass zu einem Indossamente oder

sonstigen Vermerke neben der Marke kein Raum bleibt.

- 2) In jeder einzelnen der aufgeklebten Marken müssen mindestens die Anfangsbuchstaben des Wonortes und des Namens, beziehungsweise die Firma desjenigen, der die Marke verwendet, und das Datum der Verwendung (in Ziffern) mittelst deutscher Schriftzeichen ohne jede Rasur, Durchstreichung oder Ueberschrift niedergeschrieben sein, z. B.:

H. 7./1. 77, statt: Hamburg, 7. Januar 1877.

E. F. M. statt: Ernst Friedrich Müller, oder

N. V. B. statt: Norddeutsche Vereinsbank.

Stempelmarken, welche nicht in der vorgeschriebenen Weise verwendet worden sind, werden als nicht verwendet angesehen.

Die Reichsstempelmarken enthalten die Umschrift „Deutscher Wechsel-Stempel, Mark“, sowie die Angabe des Steuerbetrages, für welchen sie gelten. Die mit dem Reichsstempel versehenen neuen Wechselblankets enthalten im Stempel die Umschrift „Deutscher Wechsel-Stempel“, sowie gleichfalls die Angabe des Steuerbetrages, für welchen sie gelten, in Mark und lauten auf Steuerbeträge von 0,10; 0,15; 0,30; 0,45; 0,60; 0,75; 0,90; 1,20; 1,50; 2,25 und 3,00 Mark.

Es kommen demnach zur Verwendung:

zu einem Wechsel über eine Summe von				Reichs-Wechsel- Stempel-Marken	Gestempelte Wechsel- Blankets.
	150 Mk. oder weniger			0,10 Mk.	0,10 Mk.
von über	150 „ bis 300 Mk. . .			0,15 „	0,15 „
„ „	300 „ „ 600 „ . . .			0,30 „	0,30 „
„ „	600 „ „ 900 „ . . .			0,45 „	0,45 „
„ „	900 „ „ 1200 „ . . .			0,60 „	0,60 „
„ „	1200 „ „ 1500 „ . . .			0,75 „	0,75 „
„ „	1500 „ „ 1800 „ . . .			0,90 „	0,90 „
„ „	2100 „ „ 2400 „ . . .			1,20 „	1,20 „
	u. s. w.				

§. 17.

Kurse der Berliner Börse am 30. Dezember 1876.

I. Fonds- und Staatspapiere.		Zinsf.	
Staats-Anleihe	4		95,50 bz.
Staats-Schuld-Schein	3 ¹ / ₂		92,90 bz.
Berliner Stadt-Obligation	4 ¹ / ₂		101,75 bz.
Pommersche Pfandbriefe	3 ¹ / ₂		82,50 bz. G.
Sächsische „	4		95,60 G.
Preussische Rentenbriefe	4		94,25
II. Prämien-Anleihen.			
Prämien-Anleihe am 55 à 300 Mk.	3 ¹ / ₂		137,00 bz.
Badische Pr.-Anleihe von 1867 .	4		118,50 G.
Braunschweiger 20 Taler Loose .	—		83,80 b. B.
Hamburger 50 Taler L. p. St. . .	3		171,30 bz.
Meininger Prämien-Pfdbr.	4		101,00 B.
Schwed. 10 Taler Loose	—		— —
III. Hypoteken-Zertifikate.			
D. Hyp. Bk. Pfdbr. unk.	5		101,00 bz.
Krupp'sche Oblig. rz. 110	5		101,80 bz. G.
Mecklenb. Pfandbr.	4 ¹ / ₂		— —
Pr. Krd. Pfdb. kündb.	4 ¹ / ₂		100,10 G.
„ „ unkb. rückz. 100	5		104,80 bz. G.
„ (1872, 74, 75) rz. 110	4 ¹ / ₂		97,80 bz.
IV. Ausländische Fonds.			
Amerika. rückz. 1881	6		104,60 bz. G.
Oesterr. Papier-Rente	4 ¹ / ₅		49,25 bz.
„ Silber-Rente	4 ¹ / ₅		53,00 bz. G.
„ Lott.-Anl. 1860	5		94,75 bz.
Französische Anl. 71. 72	5		— —

V. Eisenbahn-Stamm und Stamm-Prioritäts-Aktien.	Zinsf.	
Altona-Kieler	$7\frac{2}{3}$	123,00 bz.
Berlin-Anhalter	8	107,25 bz. G.
Halle-Sorau-Guben	0	5,40 bz.
Nordhäuser-Erfurter	0	29,10 bz. G.
Amsterdam-Rotterdam	5,95	114,10 bz.

VI. Inländische Prioritäts-Obligationen.

Aachen-Mastricht	$4\frac{1}{2}$	89,90 B.
Berg.-Märk. I. II.	$4\frac{1}{2}$	100,00 B.
Düsseldorf-Elberf.-Pr.	4	90,00 G.

VII. Ausländische Prioritäts-Obligationen.

Albrechtsban	5	51,40 G.
Gotthardt. I. II. III.	5	58,00 bz.
Ungar. Nordostban	5	47,75 bz.

VIII. Bank- und Kredit-Bank-Aktien.

Deutsche Bank	3	80,00 bz. G.
Dresdener Bank	5	78,60 G.
Essener Kredit-Aktien	4	58,75 bz. G.
Gotha-Zettel-Bank	6	88,60 bz. G.

IX. Industrie-Gesellschaften.

Albertinenhütten	0	— —
Aquarium	5	76,00 bz. B.
Deutsche Baugesellschaft	0	47,75 bz.
Bazar	$8\frac{1}{2}$	91,50 B.

X. Wechsel.			Zinst.	
Amsterdam		100 Fl.	8 T.	169,20 bz.
„		100 Fl.	2 M.	168,45 bz.
London		1 £	8 T.	20,40 bz.
„		1 £	3 M.	20,33 bz.
Paris		100 Fr.	8 T.	81,10 bz.
Wien Oest. W.		100 Fl.	8 T.	161,60 bz.
Wien Oest. W.		100 Fl.	2 M.	160,50 bz.
Petersburg		100 S.-R.	3 W.	246,00 bz.
„		100 S.-R.	3 M.	243,20 bz.
Warschau		100 S.-R.	8 T.	248,25 bz.

XI. Gold, Silber und Banknoten.

Dukaten p. St.	9,64 B.	Oestr. Stdtd.	. . .	161,70 bz.
Sovereings . .	20,33 G.	„ Silg.	. . .	— —
Dollar . . .	— —	Franz. Note	. . .	81 50
Imperials . .	16,70 G.	Russ. 100 R.	. . .	248,50 bz.

XII. Bank-Diskonto.

Amsterdam . .	3	Prozent	London	2	Prozent
Berlin	4 ¹ / ₂	„	Paris	3	„
Augsb.	5 ¹ / ₂	„	Petersburg . .	7	„
Brüssel	—	„	Wien	4 ¹ / ₂	„

Kursbericht über Prämien - Anleihe und Anlehens - Loose.

Berlin den 20. Januar 1877.

Verzinsliche Loose	Emis- sions- jar	Zins- Termin	Anzal der jährl. Zinsen	Nächste Ziehung	Haupt- gewinn	Niete	Kurs in Procent		
							Geld	Brief	bez.
3 ⁰ / ₁₀ Antwerp. 100 frs.	1859	1. 8.	1	1. 5.	25,000 frs.	125 frs.	130	—	—
4 ⁰ / ₁₀ Baden 100 Tlr.	1867	12. u. 18.	1	1. 4.	40,000 Tlr.	100 Tlr.	—	—	121,20
3 ⁰ / ₁₀ Brüssel 100 frs.	1853	31. 3.	1	31. 12	25,000 frs.	100 frs.	—	150	—
3 ¹ / ₂ Köln-Münd. 100 Tlr.	1870	14. u. 1. 10.	2	1. 6.	60,000 Tlr.	120 Tlr.	—	—	108,25
3 ⁰ / ₁₀ Hamburger 50 Tlr.	1866	1. 3.	1	2. 1.	35,000 Tlr.	52 Tlr.	—	—	133,70
4 ⁰ / ₁₀ Oesterreich 250 fl.	1854	1. 4.	1	1. 7.	40,000 fl.	300 fl.	—	—	94,50
3 ⁰ / ₁₀ Oldenburg 40 Tlr.	1871	1. 2.	2	1. 5.	20,000 Tlr.	40 Tlr.	—	M-p-St	134,50
3 ¹ / ₂ ⁰ / ₁₀ Preuss. Prämie 100 Tlr.	1855	1. 4.	1	15. 9.	75,000 Tlr.	115 Thlr.	—	—	144

Kursbericht über Prämien-Anleihen und Anlehens-Loose.

Berlin den 20. Januar 1877.

Unverzinsliche Loose.	Emis- sions- jar	Anzal der jährl. Zinsen	Nächste Ziehung	Haupt-Gewinn	Niete.	Kurs in Mk. per Stück.		
						Geld	Brief	bez.
Augsburger 7 fl.	1864	2	1. 2.	4,000 fl.	9 fl.	—	25	—
Badische 33 fl.	1845	4	28. 2.	1,000 fl.	57 fl.	—	20,60	—
Darmstädter 25 fl.	1834	1	15. 2.	30,000 fl.	45 fl.	—	175	—
Hamburg 100 Mk. Bo.	1846	1	1. 7.	115,000 Mk. B.	156 Mk.B.	280	—	—
Kurhessen 40 Tlr.	1845	1	1. 6.	36,000 Tlr.	75 Tlr.	—	—	246,75
Mailänder 45 frs.	1861	2	1. 7.	20 à 1000 frs.	47 frs.	—	31,50	—
Nassauer 25 fl.	1837	1	1. 2.	20,000 fl.	44 fl.	—	—	121,25
Schaumburg-Lippe 25 Tlr.	1846	1	1. 4.	11,000 Tlr.	44 Tlr.	—	175	—

Erläuterung zum Kurs-Anzeiger.

In dem mitgetheilten Kurszettel ist von jeder Gattung Effekten nur eine kleine Auswahl gegeben, sie werden genügen.

Wie wir sehen, hat der Kurszettel mehrere Abteilungen und zwar: in- und ausländische Staatspapiere (Fonds), in- und ausländische Aktien, Wechsel und Geldsorten.

Bei den Staatspapieren und Aktien finden wir in der ersten Rubrik den Namen des betreffenden Papiere, die zweite Rubrik enthält den Zinsfuß, in der dritten finden wir die Beträge notirt, welche der Kurs anzeigt, ferner noch einzelne kleine Bezeichnungen in Buchstaben:

G. oder Gld. (Geld) bedeutet, dass das Papier gesucht ist, dass mehr Kauflustige als Verkäufer zugegen waren.

B. oder Br. (Brief) bedeutet angeboten, es waren also mehr Verkäufer als Käufer vorhanden.

b. oder bz. (wirklich bezahlt).

Steht statt des Preises ein —, so ist darin an dem Tage kein Geschäft gemacht. Ist der Preis gleich dem Normalwert, so sagt man, die Papiere stehen pari; ist er höher, so stehen sie über, ist er niedriger, so stehen sie unter pari.

Bei den Wechseln finden wir in der zweiten Rubrik z. B. 8 T., 2 M. u. s. w. bezeichnet, das bedeutet, dass die Wechsel nach z. B. 8 Tagen fällig waren. In anderen Kursanzeigern findet man auch die Bezeichnung k. S., d. h. kurze Sicht, der Wechsel ist bald fällig.

Jeder Kurs besteht aus zwei Werten, von denen der eine die veränderliche, der andere die unveränderliche (feste) Valuta heisst. Auf den meisten Kurszetteln ist die auswärtige Valuta die feste und die des eigenen Platzes die veränderliche.

Mit den im Kurszettel genannten Plätzen kann direkt gewechselt werden. Mit den im Kurszettel nicht genannten Plätzen muss indirekt gewechselt werden, d. h. es muss ein Mittelplatz zum Wechseln benutzt werden. Soll z. B. Berlin eine gewisse Summe spanischer Piaster in deutsches Geld nach dem Wechselkurse umrechnen, so muss es sich, da Berlin keinen Kurs auf einen der Handelsplätze Spaniens notirt, eines Mittelplatzes

z. B. London bedienen; das deutsche Geld muss in englisches und dieses wieder in spanisches reduziert werden.

Hätte z. B. R. in kurzer Zeit in Paris 800 Frank zu zahlen, so würde er einen Wechselbrief auf Paris kaufen und zwar je 100 Frank mit 81,10 Mk. bezahlen.

Die Rechnung gestaltet sich wie folgt:

$$\begin{array}{rcl} 100 \text{ Fr.} & = & 81,10 \text{ Mk.} \\ 800 \text{ „} & = & ? \\ \hline \frac{811}{10} \cdot \frac{800}{100} & = & \frac{811 \cdot 8}{10} = 648,8 \text{ Mk.} \end{array}$$

Aufgaben.

- Wieviel kosten in Berlin folgende Papiere sammt Zinsen:
21. Am 12. August 15,000 Mk. Preussische Staatsschuldscheine zu $94\frac{1}{2}\%$? Zinsen $3\frac{1}{2}\%$ am 1. 1. und 1. 7.
 22. Am 20. November 20,000 Mk. Preussische Anleihe zum Kurse von $103\frac{1}{2}\%$? Zinsen $4\frac{1}{2}\%$ am 1. 4. und 1. 10.
 23. Wieviel zalt E für 900 Tlr. (4%) Staatsanleihe inkl. Kupons am 6. November zum Kurs von $108\frac{1}{2}$? Zinstermin 1. April.
 24. Wieviel zalt G für 500 Tlr. ($3\frac{1}{2}\%$) Pfandbriefe inkl. Kupons am 5. Mai zum Kurs von $93\frac{1}{2}$? Zinstermin 1. Januar und 1. Juli.
 25. Wieviel betragen einschliesslich 1% Kurtage 10 Stück Preuss. Prämien-Anleihe à 100 Tlr. zu $118\frac{1}{2}$ mit 3% Zinsen vom 1. Juli bis zum 20. Juli inkl.?
 26. Wieviel betragen einschliesslich 1% Kurtage 10 Stück Altona-Kieler Eisenbahn-Aktien à 100 Spezies, geliefert am 5. April à $109\frac{1}{2}$ mit 4% Zinsvergütung vom 1. Januar?
 27. S will Geld in Berliner Stadtoobligationen anlegen. Die $4\frac{1}{2}\%$ tragenden 101, die $3\frac{1}{2}\%$ tragenden standen $85\frac{1}{2}$. Welche Anlage scheint vorteilhafter?
 28. A kauft Anfang September p. ultimo für 15000 fl. böhmische Westbahn zu 108 (ö. fl. p. c.) Mitte September ist der Kurs 105. Er kauft zu diesem Preise p. ult. noch für

- 20,000 fl. Am Ende des Monats stehen sie $107\frac{1}{2}$. Hat A gewonnen oder verloren? Wieviel?
29. C kauft p. ultimo für 24,000 Mk. Berliner-Hamburger Prioritäten zu 93 mit 2% Prämie. Am Tage der Prämien-Erklärung stehen sie $91\frac{1}{2}$. Ist es vorteilhafter, die Prämie zu zalen, oder die Papiere zu nehmen und sie sofort wieder zu verkaufen?
30. M nimmt ein, am 1. November, 100 Stück Franzosen zu 750 Mk. (p. St.) gegen einen monatlichen Report von 3 Mk. p. St. Wie hoch verinteressirt sich sein Geld? Zinsen 5% am 1. 1. und 1. 7.
31. Was ist vorteilhafter, für 18,000 Mk. $3\frac{1}{2}\%$ Preuss. Staats-schuldscheine zu $87\frac{1}{2}$, oder für 14,000 Mk. $4\frac{1}{2}\%$ Preuss. konsolidirte Anleihe zu kaufen?
32. Wieviel kostet am 1. Arpil ein am 11. Mai fälliger Wechsel auf Amsterdam über 1350 h. fl. Kurs: Amsterdam 2. Mai 167, 30 (Mk. p. 100 h. fl.) Diskonto 5% ?
33. Wieviel kostet am 16. November ein am 25. November fälliger Wechsel auf New-York über 1500 \$? Kurs: New-York 3 Wochen 419,40 (Mk. p. 100 \$) Diskont $5\frac{1}{2}\%$.
34. Ein Wechsel von $571\frac{1}{2}$ Friedrichsd'or, am 16. August fällig, wurde am 1. Juli mit 5% diskontirt. Wieviel be- trug die Zalung in pr. Kour., wenn Friedrichsd'or $113\frac{1}{3}$ standen?
35. London zalt an Bukarest 85,000 rumänische Piaster mit Wiener Wechseln. Wieviel kostet das, wenn London- Wien 12,75 (ö. fl. p. 1 £) und Wien-Bukarest 16,25 (ö. fl. p. 100 rum. P.)?
36. S in Leipzig lässt durch R in Wien 2000 türkische Piaster in Konstantinopel einziehen und gibt ihm dafür 2% Spesen. Wieviel Mk. erhält S, wenn Berlin-Wien 181,60 (ö. fl. p. 100 Mk.) und Wien-Konstantinopel 9,25 (ö. fl. p. 100 P.) gerechnet wird?
37. Wien soll in Amsterdam 1400 holl. fl. zalen und kann den Betrag entweder in holl. Wechseln zu 95 (h. fl. p. 100 ö. fl.) remittiren oder in österr. Wechseln zu $102\frac{1}{2}$

(holl. fl. p. 100 ö. fl.) auf sich trassiren lassen. Welcher Weg ist der vorteilhaftere?

38. Leipzig hat in London £ 187,10 zu zahlen. Es beauftragt Hamburg, dieselben zu remittiren und den Betrag auf Bremen zu entnehmen. Hamburg remittirt zu 20,10 und berechnet für die Rimesse 1⁰/₁₀₀ Kurtage und $\frac{1}{3}$ ⁰/₁₀₀ Provision, wogegen es auf Bremen zu 99 $\frac{1}{2}$ mit 1⁰/₁₀₀ Kurtage trassirt. Wie hoch kommen Leipzig die £ 187,10, wenn es Bremen durch direktes Papier zu 99 $\frac{3}{4}$ deckt? Welcher direkte Kurs von Leipzig auf London erzielt dasselbe Resultat?
39. G sendet 2 Ochsen nach London und empfängt darüber folgende Rechnung: Verkauf à 11 £; Kosten: Verkauf- und Marktgebühren 8 S., Fracht, Verschiffungs- und Ladungskosten 3 £ 2 S. 2 d., Futtergeld 2 S., Treiberlohn und Wegegeld 1 S. 2 d. Den Rest empfängt er in Bank-Post-Billets, die er in Hamburg à £ für 20,45 Mk. verkauft. Wieviel haben ihm die Ochsen eingebracht?
40. S in Berlin bezieht aus Wien 16 Ztr. à 100 Wiener Pfd. à Pfd. 75 Nkr. und bezahlt den Betrag nebst 2⁰/₁₀₀ Spesen in Wechseln auf Wien zu 180. *a.* Wieviel Mk. kostet die Waare? *b.* Wieviel kostet ein deutsches Pfd.? 1 d. Pfd. = 0,892 W. Pfd.
41. L kauft ein Haus im Wert von 45,000 Mk. und verpflichtet sich 20,000 Mk. am 12. April anzuzahlen; dabei ist ihm gestattet, Preussische Staatsschuldscheine zum Tageskurse zu geben. Wenn die Staatsschuldscheine am 12. April 93 $\frac{1}{2}$ ⁰/₁₀₀ standen, wieviel Pr. Staatsschuldscheine kann er demnach in Zahlung geben?

Anmerkung. Bei der Berechnung der Zinsen auf Tage, das Jahr zu 360 Tage gerechnet, kann man das Kapital mit der Anzal der Tage multiplizieren, das Produkt aber

bei 1 Prozent Zinsen mit 36000 dividiren

„	1 $\frac{1}{4}$	„	„	„	28900	„
„	1 $\frac{1}{2}$	„	„	„	24000	„
„	2	„	„	„	18000	„
„	2 $\frac{1}{2}$	„	„	„	14400	„

bei	3	Prozent	Zinsen	mit	12000	dividiren	
„	$3\frac{1}{3}$	„	„	„	10800	„	
„	$3\frac{1}{2}$	„	„	„	9000	„	und $\frac{1}{8}$ der Zinsen sub- trahiren.
„	4	„	„	„	9000	„	
„	$4\frac{1}{2}$	„	„	„	8000	„	
„	5	„	„	„	7200	„	
„	6	„	„	„	6000	„	
„	$6\frac{2}{3}$	„	„	„	5760	„	
„	$6\frac{1}{4}$	„	„	„	5400	„	
„	$8\frac{1}{3}$	„	„	„	4320	„	
„	$11\frac{1}{9}$	„	„	„	3240	„	
„	$9\frac{1}{11}$	„	„	„	3960	„	
„	$13\frac{1}{3}$	„	„	„	2700	„	
„	$16\frac{2}{3}$	„	„	„	2160	„	
„	15	„	„	„	2400	„	
„	20	„	„	„	1800	„	
„	24	„	„	„	1500	„	
„	25	„	„	„	1440	„	

III. ABSCHNITT.

Vom Ausziehen der Quadrat- und Kubik-Wurzel.

§. 18. Die Quadratwurzel.

1. Begriff der Quadratwurzel.

Wird eine Zahl mit sich selbst multipliziert, so heisst das Produkt das Quadrat dieser Zahl, die letztere aber die Wurzel des Quadrats. Das Quadrat einer Zahl a bezeichnet man durch a^2 . Z. B. 9^2 , d. i. $81 = 9 \cdot 9$.

Die Aufsuchung des wiederkerenden Faktors heisst Wurzelausziehung, der wiederkerende Grundfaktor heisst

Wurzel. Die Zal, deren Wurzel gefunden werden soll, heisst Radikand. Durch Vorsetzung des Wurzelzeichens $\sqrt{\quad}$ wird jede Zal Radikand.

Quadrirt man so ist die Quadratzal

2	4
9	81
20	400
90	8100 u. s. w.

Daraus folgt:

1. Die Quadratwurzel aller ein- und zweizifferigen Zalen ist eine einzifferige Zal.
2. Die Quadratwurzel aller drei- und vierzifferigen Zalen ist eine zweizifferige Zal.
3. Die Quadratwurzel aller fünf- und sechszifferigen Zalen ist eine dreizifferige Zal, u. s. w.

Erklärung. Jede zweizifferige Zal ist eine Zal, bestehend aus Zehnern und Einern. So z. B. ist $36 = 30 + 6$. Erhebt man aber eine zweizifferige Zal, z. B. $(30 + 6)$ oder allgemein $(a + b)$ in's Quadrat, so erhält man

$$(30 + 6)^2 = 30^2 + 2 \cdot 30 \cdot 6 + 6^2 = 1296,$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2 a b + b^2;$$

daher ist auch, wenn man die Quadratwurzel auszieht, umge-

$$\text{kert } \sqrt{1296} = \sqrt{30^2 + 2 \cdot 30 \cdot 6 + 6^2} = 30 + 6$$

$$\sqrt{a^2 + 2 a b + b^2} = a + b.$$

Die Quadratzalen von

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
sind	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100

Die in der unteren Zalenreihe felenden Zalen, z. B. 2, 3, 5, 7, 11 u. s. w. heissen Nichtquadratzalen. Die Wurzeln dieser Zalen lassen sich nicht vollständig ausdrücken; sie werden deshalb unvollständige oder irrationale Wurzeln genannt, die Wurzeln, welche vollständig ausgezogen werden können, heissen rationale Wurzeln.

2. Berechnung der Quadratwurzel.

1. Um aus einer ganzen Zal die Quadratwurzel zu ziehen, z. B. aus 329,218 verfare man wie folgt:

$$\begin{array}{r}
 \sqrt{18|23|29} = 4 \\
 4^2 = 16 \\
 2 \times 4 = 8 : 22 = \frac{2}{4^2} \\
 8 \times 2 = 16 \\
 \hline
 63 \\
 2^2 = 4 \\
 2 \times 42 = 84 : 592 = \frac{7}{4^27} \\
 84 \times 7 = 588 \\
 \hline
 49 \\
 7^2 \quad 49
 \end{array}$$

Der Rest beträgt Null, mithin ist

$$\sqrt{182329} = 427.$$

Bezeichnet man die erste Ziffer mit a , die zweite mit b , die durch $a + b$ vorgestellte Zal mit a^I , die dritte Wurzelziffer mit c , so treten bei dem obigen Beispiele folgende Zalen-
ausdrücke ein.

$$\begin{array}{r}
 \sqrt{18|23|29} = \overbrace{427}^{abc} \\
 \underbrace{427}_{a^I} \\
 a^2 = 16 \quad b \\
 2a = 8 : 22 = 2 \\
 2ab = 16 \\
 \hline
 63 \\
 b^2 = 4 \\
 2a^I = 84 : 592 \\
 2a^I c \quad 588 \\
 \hline
 49 \\
 c^2 = 49 \\
 \hline
 -
 \end{array}$$

Fassen wir das ganze Verfahren der Quadratwurzel-
ziehung kurz zusammen, so wird es also vollführt:

I. Man teile die gegebene Quadratzal von der Rechten zur Linken in Abteilungen von zwei Stellen, so dass die oberste Abteilung darnach ebensowol nur eine als auch zwei Stellen enthalten kann; die Zal der Abteilungen ist gleich der Anzal der Stellen in der Wurzel.

II. Man suche eine Zal, deren Quadrat das grösste ist, welches sich von der obersten Abteilung des gegebenen Quadrats noch abziehen lässt; sie ist die erste Ziffer der Wurzel.

Man ziehe das Quadrat a^2 dieser ersten Ziffer a der Wurzel von der obersten Abteilung des gegebenen Quadrats noch ab, hänge dem Reste die erste Ziffer der nächsten Klasse an, dividire die gewonnene Zal durch $2a$, bezeichne den Quotienten mit b und subtrahire $2ab$. Dem Reste hänge man die zweite Ziffer derselben Klasse an und subtrahire b^2 . — Ist die Wurzel noch nicht vollständig gefunden, so hat man $a + b$ zusammen zu fassen und die Summe mit a^1 zu bezeichnen, alsdann dem letzten Reste die erste Ziffer der dritten Klasse anzuhängen, das Ergebniss durch $2a^1$ zu dividiren, den Quotienten mit c zu bezeichnen und $2a^1c$ zu subtrahiren, ferner dem Reste die zweite Ziffer der dritten Klasse anzuhängen und von der gewonnenen Zal die Grösse c^2 zu subtrahiren. Alsdann ist $a + b + c$ die gesuchte Wurzel.

Anmerkung. Vorstehendes Verfahren der Wurzelauziehung erlaubt eine zweckmässige Abkürzung durch die Zusammenfassung sowol der Bildung als auch der Subtraktion der beiden Produkte aus dem doppelten des ersten Theiles in den zweiten Theil und dem Quadrate dieses zweiten Theils, in folgender Weise:

$$\begin{array}{rcl}
 & & \sqrt{11|94|39|36} = \overset{a\ b}{\underbrace{3456}} \\
 a^2 = & 9 & \underbrace{\quad}_{a'b'} \\
 2a = b; & 2a + b = 64 & \underbrace{\quad}_{a''b''} \\
 & (2a + b) b = 256 & \\
 2a' = 68. & 2a' + b' = 685 & 3839 \\
 & (2a' + b') b' = 3425 & \\
 2a'' = 690. & 2a'' + b'' = 6906 & 41436 \\
 & (2a'' + b'') b'' = 41436 & \\
 & \text{— —} &
 \end{array}$$

Man hole zu einem jedesmaligen Reste, der nach Abzug des Quadrats eines ersten Theiles bleibt die ganze folgende Abteilung herunter und nach geschehener einstweiliger Division der hierbei gewonnenen Zal durch $2a$ dem Divisor den gefundenen Quotienten beizufügen, worauf $(2a + b) b$ zu subtrahiren ist,

2. Um aus einem gegebenen Dezimalbruche die Quadratwurzel zu ziehen, theile man denselben vom Dezimalkomma aus nach

rechts und nach links in Abteilungen von je zwei Stellen, indem man die etwa nur eine Ziffer enthaltende letzte Abteilung rechts durch Hinzufügen einer Null ergänzt; ziehe darauf wie bei ganzen Zalen die Quadratwurzel aus, setze aber im Resultate das Dezimalkomma, sobald man die ersten Bruchstellen herunter nimmt. Bleibt am Ende ein Rest, so kann man durch Anhängung einer geraden Anzahl von Nullen die Rechnung bis zu jeder gewünschten Genauigkeit fortsetzen. Z. B.

$$\sqrt{6|57,31|50} = 25,638$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \hline 4:257 \\ 225 \\ \hline 50:3231 \\ 3036 \\ \hline 512:19550 \\ 15369 \\ \hline 5126:418100 \\ 410144 \\ \hline 795600 \\ \text{u. s. w.} \end{array}$$

$$\sqrt{0,00|70|10} = 0,083725$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ \hline 16:610 \\ 489 \\ \hline 166:12100 \\ 11669 \\ \hline 1674:43100 \\ 33484 \\ \hline 16744:961600 \\ 837225 \\ \hline 12437500 \\ \text{u. s. w.} \end{array}$$

3. Um aus einem gewöhnlichen Bruche die Quadratwurzel zu ziehen, kann man sie aus Zähler und Nenner ziehen: Im Allgemeinen ist jedoch dieses Verfahren sehr weitläufig, wenn nicht wenigstens der Nenner eine vollständige Quadratzahl ist.

Um aus einem gewöhnlichen Bruch die Quadratwurzel zu

ziehen, verwandelt man daher denselben am zweckmässigsten in einen Dezimalbruch und zieht dann die Wurzel aus: z. B.

$$\sqrt[3]{\frac{1}{8}} = \sqrt[3]{0,375} = 0,6123$$

oder man erweitert denselben durch Multiplikation von Zähler und Nenner mit dem Nenner, wodurch der Nenner ein vollständiges Quadrat wird und zieht darauf die Wurzel aus Zähler und Nenner. Z. B.

$$\sqrt{\frac{2}{11}} = \sqrt{\frac{22}{121}} = \sqrt{\frac{22}{11}} = \frac{4,6904}{11} = 0,4264$$

Uebungsbeispiele:

Bildung der Quadratzahlen.

1. 75^2 . 2. 496^2 . 3. 847^2 . 4. 753^2 . 5. 2468^2 . 6. 4839^2 .
7. 7684^2 . 8. 37812^2 . 9. 64827^2 . 10. 87427^2 . 11. 632778^2 .
12. 1567284^2 . 13. $0,89743^2$. 14. $0,07234^2$.

Ausziehung der Quadratwurzel.

15. $\sqrt{1296}$. 16. $\sqrt{3249}$. 17. $\sqrt{7744}$. 18. $\sqrt{18496}$.
19. $\sqrt{126736}$. 20. $\sqrt{321489}$. 21. $\sqrt{585225}$. 22. $\sqrt{1343281}$.
23. $\sqrt{27836176}$. 24. $\sqrt{1390693264}$. 25. $\sqrt{796890079969}$.
26. $\sqrt{4245458626809856}$. 27. $\sqrt{11893828804257941776}$.
28. $\sqrt{0,76143076}$. 29. $\sqrt{56,392109643024}$. 30. $\sqrt{232}$.
31. $\sqrt{2839}$. 32. $\sqrt{57832}$. 33. $\sqrt{3,0724156}$. 34. $\sqrt{0,0087264}$.
35. $\sqrt{3279,59487}$. 36. $\sqrt{304,08296}$. 37. $\sqrt[25]{33}$. 38. $\sqrt[27]{37}$.
39. $\sqrt[13]{36}$. 40. $\sqrt[18]{32}$. 41. $\sqrt[224]{13}$.

§. 19. Die Kubikwurzel.

1. Begriff der Kubikwurzel.

Wird eine Zahl dreimal mit sich selbst multipliziert, so heisst das entstehende Produkt der Kubus oder die dritte Potenz dieser Zahl.

Den Kubus einer Zahl a bezeichnet man mit a^3 , und um anzudeuten, dass aus einer Zahl die dritte Wurzel oder die

Kubikwurzel gezogen werden soll, setzt man ihr das Zeichen $\sqrt[3]{}$ vor.

So ist 5 die Kubikwurzel von 125, weil $5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$ ist; ebenso ist $\frac{3}{4}$ die Kubikwurzel aus $\frac{27}{64}$, weil $\left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{27}{64}$ ist. Ferner ist auch

$$\left(\sqrt[3]{a}\right)^3 = a. \quad \sqrt[3]{a^3} = a.$$

Stellt man die kleinsten einziffrigen, zweiziffrigen, dreiziffrigen u. s. w. in eine Reihe und darunter die Kuben derselben Zalen, so dass entsprechend die Zalen der ersten Reihe die Kubikwurzeln der zweiten sind

I	10	100
1	1000	1000000

so sieht man, dass die Kubikwurzel der kleinsten vierziffrigen Zal die kleinste zweiziffrige Zal ist u. s. w. Daraus folgt:

1. Die Kubikwurzel aller ein- bis dreiziffrigen Zalen ist eine einziffrige Zal.
2. Die Kubikwurzel aller vier- bis sechsziffrigen Zalen ist eine zweiziffrige Zal u. s. w.

Hierauf berut die Einteilung der Zalen, aus welchen die Kubikzal gezogen werden soll, von der Rechten zur Linken in Abteilungen von je drei Ziffern, wobei freilich auch die höchste Klasse zwei oder auch nur eine Ziffer enthalten kann.

Erklärung. Erhebt man eine zweiziffrige Zal, z. B. 24, das ist $(20 + 4)$ oder allgemein $(a + b)$ zum Kubus, so erhält man

$$(20 + 4)^3 = 20^3 + 3 \cdot 20^2 \cdot 4 + 3 \cdot 20 \cdot 4^2 + 4^3 = 13824.$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3 a^2 b + 3 a b^2 + b^3$$

Das Ausziehen einer Kubikzal geschieht daher allgemein nach der einfachen Formel:

$$\sqrt[3]{a^3 + 3 a^2 b + 3 a b^2 + b^3} = a + b$$

in welcher der Ausdruck unter dem Wurzelzeichen allgemein

die Zal angibt, welche Zalen zu bilden und von der gegebenen Zal zu subtrahiren sind.

2. Berechnung der Kubikwurzel.

1. Um aus einer ganzen Zal die Kubikwurzel zu ziehen,
- z. B. aus 12911717736, verfare man wie folgt:

$$\begin{array}{rcl}
 & \sqrt[3]{12\,911\,717\,736} = 2000 = a \\
 a^3 = & 8000000000 \\
 3 a^2 = & 12000000 : 4911717736 & 300 = b \\
 \left\{ \begin{array}{l} 3 a^2 b = 3600000000 \\ 3 a b^2 = 5400000000 \\ b^3 = 27000000 \end{array} \right. \\
 3 (a + b)^2 = & 15870000 : 744717736 & 40 = c \\
 \left\{ \begin{array}{l} 3 (a + b)^2 c = 634800000 \\ 3 (a + b) c^2 = 11040000 \\ c^3 = 64000 \end{array} \right. \\
 3 (a + b + c)^2 = & 16426800 : 98813736 & 6 = d \\
 \left\{ \begin{array}{l} 3 (a + b + c)^2 d = 98560800 \\ 3 (a + b + c) d^2 = 252936 \\ d^3 = 216 \end{array} \right. \\
 & 216 \\
 & \hline
 & 2346 = a + b + c + d.
 \end{array}$$

1. Man teile die gegebene Zal von der Rechten zur Linken in Abteilungen von drei Stellen, wobei links die höchste Abteilung auch nur aus einer Ziffer bestehen kann.
2. Suche zur höchsten Abteilung (12) die grösste Zal (2), deren Kubus dieser Abteilung gleich oder nächst kleiner ist, so ist diese Ziffer mit so viel Nullen als Abteilungen folgen, der erste Teil der Wurzel.
3. Subtrahire den Kubus des ersten Wurzelteiles a^3 von der gegebenen Zal, worauf in den Reste noch das dreifache Produkt aus dem Quadrate des ersten Teiles und einem zweiten Teile der Wurzel, das dreifache Produkt aus dem ersten Teile und dem

Quadrate des zweiten Teiles und endlich der Kubus dieses zweiten Teiles enthalten sein muss.

4. Dividire den Rest durch das dreifache Quadrat des von der Wurzel bereits Gefundenen $3 a^2$, so ist die erste Ziffer des Quotienten mit den ihr zukommenden Nullen ein neuer Teil der Wurzel.
5. Multiplizire diesen neuen Teil mit dem dreifachen Quadrate des von der Wurzel schon Gefundenen, und bilde ferner das dreifache Produkt aus dem Quadrate des neuen Teiles und dem von der Wurzel schon Gefundenen, berechne endlich den Kubus des neuen Teils und ziehe die drei so gefundenen Zalwerte entweder einzeln (oder in Summa) von dem vorhandenen Reste ab. Sollte die Subtraktion dieser drei Zalen sich nicht ausführen lassen, weil ihre Summe zu gross ist, so verringere man nach und nach die geltende Ziffer des Quotienten um 1, bis die Subtraktion möglich ist und sich ein kleinster Rest ergibt.
6. Wiederhole mit diesem und jedem Reste das in 4 und 5 beschriebene Verfahren, bis alle Abteilungen herunter genommen sind und die Rechnung aufgeht, oder aber nach der Beschaffenheit der Zal ein kleinster Rest bleibt.

Anmerkung I. Wesentlich vereinfacht wird die Rechnung beim Ausziehen der Kubikwurzel, wenn man die den Rang der Ziffern bezeichnenden Nullen weglässt, ferner von der folgenden Abteilung immer zunächst nur die erste Ziffer zum Reste herunter nimmt und die so erhaltene Zal durch das dreifache Quadrat des von der Wurzel schon Gefundenen dividirt und so eine neue Ziffer der Wurzel bestimmt, diese mit dem Divisor multipliziert und das Produkt subtrahirt, zum Reste die folgende Ziffer herunternimmt, von der nun entstandenen Zal das dreifache Produkt aus dem Quadrat der neuen Wurzelziffer und dem von der Wurzel bereits Gefundenen subtrahirt, zu dem Reste die letzte Ziffer der Abteilung

hinzusetzt und von der so entstandenen Zal den Kubus der letzten Wurzelziffer abzieht.

Die Rechnung hat dann folgende Form:

$$\begin{array}{r}
 \sqrt[3]{12|911|717|736} = 2346 \\
 \begin{array}{r}
 a^3 \quad 8 \\
 3a^2 = 12 \quad 49 \\
 3a^2 b = 36 \\
 \quad 131 \\
 3a b^2 = 54 \\
 \quad 771 \\
 b^3 = 27 \\
 3(a+b)^2 = 1587 : 7447 \\
 3(a+b)^2 c = 6348 \\
 \quad 10991 \\
 3(a+b) c^2 = 1104 \\
 \quad 98877 \\
 c^3 = 64 \\
 3(a+b+c)^2 = 164268 : 988137 \\
 3(a+b+c)^2 d = 985608 \\
 \quad 25293 \\
 3(a+b+c) d^2 = 25272 \\
 \quad 216 \\
 d^3 = 216
 \end{array}
 \end{array}$$

a b c d.

Anmerkung II. Ein noch kürzerer Weg, die Kubikwurzel zu finden, ist der von Dr. Stammer mitgeteilte. Das folgende Schema bedarf keine weitere Erläuterung.

$\sqrt[3]{98 803 352 367} = 4623$	$ \begin{array}{r} 64 \\ 34803 \\ 33336 \\ \hline 1467352 \\ 1275128 \\ \hline 192224367 \\ 192224367 \\ \hline 0 \end{array} $	$ \begin{array}{r} 4800 = 3 \text{ Z.}^2 \text{ H.} \\ 720 = 3 \text{ Z. II. e.} \\ 36 = e^2 \\ \hline 5556 \cdot 6 \end{array} $	$ \begin{array}{r} 4800 = 3 \text{ Z.}^2 \text{ H.} \\ 1440 = 2 \cdot 720 \\ 108 = 3 \cdot 36 \\ \hline 634800 = 3 \text{ Z.}^2 \text{ H.} \\ 2760 = 3 \text{ Z.}^2 \text{ Z. e.} \\ 4 = e'^2 \\ \hline 637564 \cdot 2 \end{array} $	$ \begin{array}{r} 634800 \\ 5520 = 2 \cdot 2760 \\ 12 = 3 \cdot 4 \\ \hline 64033200 \\ 41580 \\ 9 \\ \hline 64074789 \cdot 3. \end{array} $
-----------------------------------	---	---	--	---

H. = Hunderte. Z. = Zehner.

Anmerkung III. Wenn die Rechnung nicht vollständig aufgeht, sondern ein kleinster Rest bleibt, welcher Fall dann eintritt, sobald die gegebene Zal keine vollkommene Kubikzal ist, so ist die Kubikzal irrational und nicht genau bestimmbar; man kann sich aber dem Werte derselben bis zu

jedem beliebigen Grade der Genauigkeit nähern, indem man dem Reste Nullen als Bruchstellen anfügt und die Rechnung weit genug fortsetzt.

2. Um aus einem gegebenen Dezimalbruche die Kubikwurzel zu ziehen, teile man denselben vom Dezimalkomma aus nach rechts und nach links in Abteilungen von je drei Stellen, indem die letzte Abteilung rechts nötigenfalls durch Nullen ergänzt wird; ziehe darauf wie bei ganzen Zalen die Kubikwurzel aus, setze aber im Resultate das Dezimalkomma, sobald die erste Bruchstelle herunter genommen wird. Bleibt am Ende ein Rest, so kann man durch Anhängung von Nullen die Rechnung beliebig weit fortführen und dem Resultate jeden gewünschten Grad von Genauigkeit geben. Z. B.:

$$\begin{array}{r}
 3 \\
 \sqrt[3]{85,826|130} = 4,411 \dots \\
 \underline{64} \\
 48 : 218 \\
 \underline{192} \\
 262 \\
 \underline{192} \\
 706 \\
 \underline{64} \\
 5808 : 6421 \\
 \underline{5808} \\
 6133 \\
 \underline{132} \\
 60010 \\
 \underline{1} \\
 583443 : 600090 \\
 \underline{583443} \\
 166470 \\
 \text{u. s. w.}
 \end{array}$$

3. Um aus einem gewöhnlichen Bruche die Kubikwurzel zu ziehen, kann man sie aus dem Zähler und Nenner ziehen.

Dies Verfahren ist aber im Allgemeinen sehr weitläufig, wenn nicht wenigstens der Zähler eine vollständige Kubikzal ist.

Um aus einem gewöhnlichen Bruche die Kubikwurzel zu ziehen, verwandelt man denselben in einen Dezimalbruch und zieht alsdann die Wurzel aus. Z. B.

$$\sqrt[3]{\frac{7}{16}} = \sqrt[3]{0,437500} = 0,759 \dots$$

$$147 : 945$$

$$\underline{735}$$

$$2100$$

$$\underline{525}$$

$$15750$$

$$\underline{125}$$

$$16875 : 156250$$

$$\underline{151875}$$

$$43750$$

u. s. w.

a. Bildung der Kubikzalen.

42. 37^3 . 43. 64^3 . 44. 99^3 . 45. 456^3 . 46. 6497^3 . 47. 254937^3 .
48. $9,07296^3$. 49. $0,93^3$. 50. $0,00967^3$.

b. Ausziehung der Kubikwurzel.

$$51. \sqrt[3]{12167}. \quad 52. \sqrt[3]{74088}. \quad 53. \sqrt[3]{185193}. \quad 54. \sqrt[3]{373248}.$$

$$55. \sqrt[3]{1191016}. \quad 56. \sqrt[3]{12812904}. \quad 57. \sqrt[3]{103161709}.$$

$$58. \sqrt[3]{311665752}. \quad 59. \sqrt[3]{3974344704}. \quad 60. \sqrt[3]{17073859375}.$$

$$61. \sqrt[3]{301032420408}. \quad 62. \sqrt[3]{43797174279688}.$$

$$63. \sqrt[3]{76106,433394152}. \quad 64. \sqrt[3]{0,861008169866104}.$$

$$65. \sqrt[3]{0,428183687878848}. \quad 66. \sqrt[3]{2}. \quad 67. \sqrt[3]{5}. \quad 68. \sqrt[3]{9}.$$

$$69. \sqrt[3]{12}. \quad 70. \sqrt[3]{26}. \quad 71. \sqrt[3]{42}. \quad 72. \sqrt[3]{77}. \quad 73. \sqrt[3]{99}.$$

$$74. \sqrt[3]{168}. \quad 75. \sqrt[3]{268}. \quad 76. \sqrt[3]{576}. \quad 77. \sqrt[3]{30425}. \quad 78. \sqrt[3]{684813}.$$

$$79. \sqrt[3]{92757}. \quad 80. \sqrt[3]{5,8}. \quad 81. \sqrt[3]{9657,35}. \quad 82. \sqrt[3]{396,84}.$$

$$83. \sqrt[3]{7632,84}. \quad 84. \sqrt[3]{89628,5}. \quad 85. \sqrt[3]{0,375}. \quad 86. \sqrt[3]{0,07256}.$$

$$87. \sqrt[3]{\frac{17}{32}}. \quad 88. \sqrt[3]{\frac{5}{9}}. \quad 89. \sqrt[3]{\frac{45^5}{11}}. \quad 90. \sqrt[3]{\frac{3143}{16}}. \quad 91. \sqrt[3]{\frac{12^{13}}{22}}.$$

Vermischte Aufgaben.

92. Wie gross ist die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks, in welchem die eine Katete 146 M., die andere 22 M. beträgt?
93. Die Diagonale eines Rechtecks beträgt 135 M. Wie gross ist die Länge desselben, wenn die Breite 94 M. beträgt?
94. Ein Ackerstück hat die Form eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen Hypotenuse 65 M. beträgt, während die Kateten sich wie 5 zu 12 verhalten. Wie viel kostet dieses Ackerstück, wenn das Ar zu 24 Mark gerechnet wird?
95. Nach einem merkwürdigen, von dem Astronomen Kepler entdeckten, Gesetze verhalten sich die Umlaufszeiten der Planeten wie die Quadratwurzeln aus den dritten Potenzen ihrer mittleren Entfernungen von der Sonne. Wenn nun die mittleren Entfernungen der Erde und des Jupiter von der Sonne sich wie 1:5,2028 verhalten und die Umlaufszeit der Erde 365,25637 Tage beträgt, wie lässt sich hieraus die Umlaufszeit des Planeten Jupiter berechnen?
96. Ist der Radius eines Kreises $= 1$, so ist α . der Umfang des eingeschriebenen regulären Zehnecks $5(\sqrt{5}-1)$, β . der Inhalt desselben $\frac{5}{4} \sqrt{10-2\sqrt{5}}$, γ . der Umfang des eingeschriebenen regulären Fünfecks $= \frac{5}{2} \sqrt{10-2\sqrt{5}}$, δ . der Inhalt desselben gleich $\frac{5}{8} \sqrt{10+2\sqrt{5}}$, ε . der Umfang des dem Kreise umschriebenen regulären Zehnecks ist $4\sqrt{5}(5-2\sqrt{5})$, ζ . der Umfang des dem Kreise umschriebenen regulären Fünfecks $10\sqrt{5-2\sqrt{5}}$. Es sollen bis auf 6 Dezimalstellen die obigen Zalenausdrücke berechnet werden.

IV. ABCHNITT.

Flächenberechnung.

§. 20. Das Dreieck.

1. Der Inhalt eines Dreiecks wird gefunden, wenn die Grundlinie mit der Höhe multipliziert und das Produkt durch 2 dividirt wird. Bezeichnet man die Höhe mit h , die Grundfläche mit g , den Flächeninhalt mit f , so ist

$$f = \frac{g \cdot h}{2}, \quad h = \frac{2 f}{g}, \quad g = \frac{2 f}{h}.$$

1. Welchen Flächeninhalt haben folgende Dreiecke:

a. $h = 6 \text{ M.}; g = 3,5 \text{ M.}$

b. $h = 0,4 \text{ M.}; g = 5,6 \text{ M.}$

2. Wie gross ist h , wenn $f = 160 \frac{7}{8} \text{ Qm.}$ und $g = 19,5 \text{ Zm.}$ ist?

3. Wie lang ist g , wenn $f = 2,1904 \text{ Qm.}$ und $h = 1,48 \text{ M.}$ ist?

4. An einem Hausgiebel misst die untere Frontlinie 12,6 M. und die Höhe bis zum Giebel beträgt 6,3 M. Diese Fläche soll mit Brettern von 3,5 M. Länge und 0,25 M. Breite bedeckt werden. a. Wie viele Bretter braucht man dazu? b. Wie hoch kommt der Beschlag, wenn 1 Brett 1,50 Mk. kostet, der Zimmermann 15 Mk. Arbeitslon erhält und zu jedem Brett durchschnittlich 8 Nägel, das 100 zu 1 Mk. gebraucht werden?

2. Ist von einem Dreieck nicht die Höhe und Grundlinie gegeben, sondern die drei Seiten, so ist der Inhalt des Dreiecks, wenn man die Seiten mit a, b, c , ihre Summe mit s , bezeichnet

$$f = \sqrt{\frac{s}{2} \left(\frac{s}{2} - a \right) \left(\frac{s}{2} - b \right) \left(\frac{s}{2} - c \right)}$$

Der Radius r des umschriebenen Kreises ist gleich

$$\frac{a b c}{4 f}.$$

Der Radius ρ des eingeschriebenen Kreises ist gleich

$$\frac{2 f}{s}.$$

Gegeben:

Gesucht:

5. $a = 169 \text{ M.}, b = 120 \text{ M.}, c = 119 \text{ M.}$

f r q

6. $a = 97 \text{ M.}, b = 86 \text{ M.}, c = 57 \text{ M.}$

f r q

7. Um einem Acker, welcher die Form eines Dreiecks hat, können nur die Umfassungslinien gemessen werden, die eine a ist 83 M., $b = 75 \text{ M.}$ und $c = 66 \text{ M.}$ Wie gross ist der Inhalt dieses Ackers?

8. Die Gesamtflur einer Gemeinde liegt zwischen drei geraden Wegen. Von A nach B sind es 2,5 Km., von B nach C 3,2 Km., von A nach C 1 Km. 5 Dm. 6 M. Wie viel Hkt. enthält die Gesamtflur?

3. Wird im ungleichseitigen-rechtwinkligen Dreieck die Hypotenuse mit hy , die eine Katete mit a , die andere mit b bezeichnet, so ist

$$hy = \sqrt{a^2 + b^2}, a = \sqrt{hy^2 - b^2} = \sqrt{(hy + b)(hy - b)}.$$

Ist der Flächeninhalt des Dreiecks $= f$, so hat man

$$a = \frac{\sqrt{hy^2 + 4f} + \sqrt{hy^2 - 4f}}{2}$$

$$b = \frac{\sqrt{hy^2 + 4f} - \sqrt{hy^2 - 4f}}{2}$$

Bezeichnet s die Summe, d die Differenz der Kateten, so ist

$$a = \frac{s + \sqrt{\frac{1}{2}hy^2 - s^2}}{2}$$

$$a = \frac{d + \sqrt{\frac{1}{2}hy^2 - d^2}}{2}$$

$$b = \frac{s - \sqrt{\frac{1}{2}hy^2 - s^2}}{2}$$

$$b = \frac{-d + \sqrt{\frac{1}{2}hy^2 - d^2}}{2}$$

$$a = \frac{s + \sqrt{s^2 - 8f}}{2}$$

$$a = \frac{d + \sqrt{d^2 + 8f}}{2}$$

$$b = \frac{s - \sqrt{s^2 - 8f}}{2}$$

$$b = \frac{-d + \sqrt{d^2 + 8f}}{2}$$

Bezeichnet u den Umfang des Dreiecks, so ist

$$s = \frac{u}{2} + \frac{2f}{u}, \quad hy = \frac{u}{2} - \frac{2f}{u}.$$

Gegeben:

Gesucht:

9. $a = 77 \text{ M.}, b = 36 \text{ M.}$

hy und f.

10. $hy = 185 \text{ M.}, b = 104 \text{ M.}$

a und f.

11. $hy = 137 \text{ M.}, a = 105 \text{ M.}$

b und f.

- | Gegeben: | Gesucht: |
|---|-------------------|
| 12. $hy = 241 \text{ M.}, f = 12540 \text{ Qm.}$ | a und b . |
| 13. $hy = 139 \text{ M.}, s = 263 \text{ M.}$ | a und b . |
| 14. $hy = 65 \text{ M.}, d = 23 \text{ M.}$ | a und b . |
| 15. $s = 511 \text{ M.}, f = 7440 \text{ Qm.}$ | hy, a und b . |
| 16. $d = 49 \text{ M.}, f = 14406 \text{ Qm.}$ | hy, a und b . |
| 17. $u = 270 \text{ M.}, f = 2430 \text{ Qm.}$ | hy, a und b . |
| 18. Ein Ackerstück hat die Form eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen Hypotenuse 60 M. beträgt, während sich die Kateten wie 7 zu 12 verhalten. Wieviel kostet das Ackerstück, wenn 1 Ar zu 30 Mk. gerechnet wird? | |
| 19. Zwei Wagen, von denen der eine täglich 24 Km., der andere aber 30 Km. zurücklegt, fahren zu gleicher Zeit von demselben Orte ab, und zwar der eine nach Norden, der andere nach Westen. Wieviel Km. werden diese Wagen nach 8 Tagen von einander entfernt sein? | |

4. Wird im gleichschenkligen-rechtwinkligen Dreieck die Hypotenuse mit hy , die Katete mit a bezeichnet, so ist

$$hy = a \sqrt{2} \text{ und } a = hy \sqrt{\frac{1}{2}}.$$

Ist der Umfang $= u$ gegeben, so hat man:

$$hy = u (\sqrt{2} - 1) \text{ und } a = u (1 - \sqrt{\frac{1}{2}}).$$

Ist der Flächeninhalt $= f$ gegeben, so ist

$$hy = 2 \sqrt{f} \text{ und } a = \sqrt{2 f}.$$

- | | |
|---------------------------|----------------------|
| 20. $hy = 30 \text{ M.}$ | gesucht: a, u, f . |
| 21. $a = 15 \text{ M.}$ | „ hy, u, f . |
| 22. $u = 50 \text{ M.}$ | „ hy, a, f . |
| 23. $f = 144 \text{ Qm.}$ | „ hy, a, u . |

5. Wird im gleichseitigen Dreieck die Seite mit a , die Höhe mit h , der Flächeninhalt mit f , der Radius des umschriebenen Kreises mit r , der Radius des eingeschriebenen Kreises mit ϱ bezeichnet, so ist

$$\text{I. } h = \frac{a}{2} \sqrt{3}; f = \frac{a^2}{4} \sqrt{3}; r = a \sqrt{\frac{1}{3}}; \varrho = \frac{a}{2} \sqrt{\frac{1}{3}};$$

$$\text{II. } a = 2 h \sqrt{\frac{1}{3}}; f = h^2 \sqrt{\frac{1}{3}}; r = \frac{2h}{3}; \varrho = \frac{h}{3};$$

$$\text{III. } a = 2 \sqrt{f \sqrt{r}}_3; h = \sqrt{f \sqrt{r}}_3; r = 2 \sqrt{\frac{f}{3} \sqrt{r}}_3;$$

$$\varrho = \sqrt{\frac{f}{3} \sqrt{r}}_3$$

$$\text{IV. } a = r \sqrt{3}; h = \frac{3r}{2}; \varrho = \frac{r}{s}; f = \frac{3r^2}{4} \sqrt{3}$$

$$\text{V. } a = \varrho \cdot 2 \sqrt{3}; h = 3 \varrho; r = 2 \varrho; f = 3 \varrho^2 \sqrt{3}$$

$$24. a = 5 \text{ M. gesucht: } h, f, r, \varrho.$$

$$25. h = 3 \text{ M. „ } a, f, r, \varrho.$$

$$26. f = 24 \text{ Qm. „ } a, h, r, \varrho.$$

$$27. r = 15 \text{ M. „ } a, h, f, \varrho.$$

$$28. \varrho = 4 \text{ M. „ } a, h, f, r.$$

29. Ein Landwirt will Bäume im gleichseitigen Dreieck in einer Entfernung der Bäume von 2 M. pflanzen. Es sollen die Bäume auch seitlich denselben Abstand haben. Welche Entfernung erhalten die Reihen?

30. Wieviel Bäume werden nach voriger Aufgabe auf 1 A. gehen?

31. Ein Stück Feld. in Form eines gleichseitigen Dreiecks, dessen Höhe 20 M. beträgt, soll in ein Quadrat verwandelt werden, wie gross ist dessen Seite?

6. Wird im gleichschenkligen Dreieck die Grundlinie mit a , der Schenkel mit b , die Höhe mit h , der Flächeninhalt mit f , der Umfang mit u bezeichnet, so ist:

$$\text{I. } h = \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{4}} = \sqrt{\left(b + \frac{a}{2}\right) \left(b - \frac{a}{2}\right)}$$

$$f = \frac{a}{2} \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{4}}; u = a + 2b$$

$$\text{II. } b = \sqrt{\frac{a^2}{4} + h^2}; f = \frac{a}{2} h; u = a + \sqrt{a^2 + 4h^2}$$

$$\text{III. } a = 2 \sqrt{b^2 - h^2} = 2 \sqrt{(b + h)(b - h)}$$

$$f = h \sqrt{b^2 - h^2}; u = 2b + 2 \sqrt{b^2 - h^2}$$

$$\text{IV. } a = \frac{2f}{h}; b = \sqrt{\left(\frac{f}{h}\right)^2 + h^2};$$

$$u = \frac{2f}{h} + 2 \sqrt{\left(\frac{f}{h}\right)^2 + h^2}$$

$$\text{V. } h = \frac{2f}{a}; b = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{2f}{a}\right)^2};$$

$$u = a + \sqrt{a^2 + \left(\frac{4f}{a}\right)^2}$$

$$\text{VI. } h = \sqrt{\frac{b^2}{2}} + \sqrt{\left(\frac{b^2}{2}\right)^2 - f^2}$$

$$a = \sqrt{2b^2} + \sqrt{(2b^2)^2 - (4f)^2}$$

$$\text{VII. } a = \frac{u^2 - 4h^2}{2u} = \frac{(u + 2h)(u - 2h)}{2u}; b = \frac{u}{4} + \frac{h^2}{u}.$$

$$32. a = 5 \text{ M.}, b = 8 \text{ M.} \text{ gesucht } f, u, h.$$

$$33. a = 30 \text{ M.}, h = 21 \text{ M.} \text{ „ } f, b, u.$$

$$34. b = 25 \text{ M.}, h = 12 \text{ M.} \text{ „ } a, f, u.$$

$$35. h = 33 \text{ M.}, f = 1848 \text{ Qm.} \text{ „ } a, b, u.$$

$$36. a = 110 \text{ M.}, f = 2640 \text{ Qm.} \text{ „ } h, b, u.$$

$$37. b = 45 \text{ M.}, f = 450 \text{ Qm.} \text{ „ } a, h, u.$$

$$38. h = 100 \text{ M.}, u = 275 \text{ M.} \text{ „ } a, b, f.$$

39. Ein Landwirt pflanzt Obstbäume in Entfernung der Reihen von 2 M. und Entfernung der Bäume in denselben von 1,5 M. *a.* Welchen seitlichen Abstand haben die Bäume? *b.* Wieviel Flächenraum kommt auf jeden Baum. *c.* Wieviel Bäume stehen auf 2 A.?

§. 21. Das Viereck.

1. Das Quadrat.

Bezeichnet man die Seite mit a , den Flächeninhalt mit f , die Diagonale mit e , den Radius des umschriebenen Kreises mit r , die Summe der Diagonale und der Seite mit s , die Differenz und der Seite mit z , so findet sich:

$$\text{I. } f = a^2, e = a\sqrt{2}, r = a\sqrt{\frac{1}{2}}.$$

$$\text{II. } a = \sqrt{f}; e = \sqrt{2f}; r = \sqrt{\frac{f}{2}}.$$

$$\text{III. } a = e\sqrt{\frac{1}{2}}; f = \frac{e^2}{2}; r = \frac{e}{2}.$$

$$\text{IV. } a = r\sqrt{2}; f = 2r^2; e = 2r.$$

- V. $a = s (\sqrt{2} - 1)$; $f = s^2 (3 - 2\sqrt{2})$;
 $e = s \sqrt{6 - 4\sqrt{2}}$; $r = s \sqrt{1,5 - \sqrt{2}}$.
- VI. $a = d (\sqrt{2} + 1)$; $f = d^2 (3 + 2\sqrt{2})$;
 $e = d (2 + \sqrt{2})$; $r = d (1 + \sqrt{1/2})$.
40. $a = 15$ M. gesucht f, e, z .
 41. $f = 200$ Qm. „ a, e, z .
 42. $e = 10$ M. „ a, f, r .
 43. $r = 7$ M. „ a, f, e .
 44. $s = 25$ M. „ a, f, e, r .
 45. $d = 3$ M. „ a, f, e, r .
46. Es soll ein Versuchsland in Quadratform, dessen Diagonale 25 M. beträgt, abgemessen werden. Wie gross müssen die Seiten genommen werden?
47. Ein Landwirt hat einen Garten in quadratischer Form, dessen Seiten 12 M. betragen, die gegenüberliegenden Ecken soll ein 1,5 M. breiter Weg verbinden. *a.* Welchen Flächeninhalt hat der Garten? *b.* Wie lang sind die Wege?

2. Das Rechteck.

Werden die beiden Seiten des Rechtecks mit a und b , die Diagonale mit e , der Flächeninhalt mit f , der Umfang mit u , der Radius des umschriebenen Kreises mit r bezeichnet, so findet sich:

- I. $f = a b$; $e = \sqrt{a^2 + b^2}$; $u = 2 (a + b)$;
 $r = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2}$.
- II. $b = \frac{f}{a}$; $e = \sqrt{a^2 + \left(\frac{f}{a}\right)^2}$; $u = \frac{2}{a} (a^2 + f)$;
 $r = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + \left(\frac{f}{a}\right)^2}$.
- III. $a = \frac{1}{2} \sqrt{e^2 + 2f} + \frac{1}{2} \sqrt{e^2 - 2f}$;
 $b = \frac{1}{2} \sqrt{e^2 + 2f} - \frac{1}{2} \sqrt{e^2 - 2f}$;
 $u = 2 \sqrt{e^2 + 2f}$.
- IV. $a = \frac{u}{4} + \sqrt{\left(\frac{u}{4}\right)^2 - f}$; $b = \frac{u}{4} - \sqrt{\left(\frac{u}{4}\right)^2 - f}$;
 $e = \sqrt{\left(\frac{u}{2}\right)^2 - 2f}$.

Stehen die Seiten a und b in dem Verhältniss $m:n$, so ist:

$$V. a = \sqrt{\frac{f m}{n}}; b = \sqrt{\frac{f n}{m}}; e = \sqrt{f \left(\frac{m^2 + n^2}{m n} \right)}.$$

48. $a = 25 \text{ M.}$ $b = 13 \text{ M.}$ gesucht $e, u, r.$

49. $a = 60 \text{ M.}$ $f = 1536 \text{ Qm.}$ „ $b, u, r.$

50. $e = 13 \text{ M.}$ $f = 120 \text{ Qm.}$ „ $a, b, u.$

51. $u = 100 \text{ M.}$ $f = 490 \text{ Qm.}$ „ $a, b, e.$

52. $m:n = 6:5$; $f = 2036 \text{ Qm.}$ „ $a, b, e.$

53. Die Diagonale eines rechteckigen Platzes wird 2 M. breit gepflastert. Die Kosten betragen 1500 Mk. Der Platz ist 80 M. lang und 60 M. breit. Wieviel Mk. kostet das Qm. zu pflastern?

54. Ein Bauplatz in Form eines Rechtecks kostet 2532 Mk. Wenn nun die Seiten im Verhältniss von 3:4 stehen, und 1 Qm. 6 Mk. kostet. $a.$ Wie gross ist der Bauplatz? $b.$ Wie lang und breit ist der Platz?

55. Auf einem Acker in Form eines Rechtecks sollen an den Seiten in Entfernung von 3 M. Obstbäume gepflanzt werden. Wenn der Acker 960 Qm. gross ist und die beiden Seiten im Verhältniss von 12:5 lang sind, wieviel Obstbäume sind nötig?

3. Rhombus.

Wird die Seite mit a , der Flächeninhalt mit f , die kleinere Diagonale mit e , die grössere mit E , der Radius des eingeschriebenen Kreises mit ϱ bezeichnet, so ist:

$$I. f = \frac{1}{2} E e; a = \frac{1}{2} \sqrt{E^2 + e^2}; \varrho = \frac{E e}{2 \sqrt{E^2 + e^2}};$$

$$f = g. h.$$

$$II. f = 2 a \varrho; E = \sqrt{a(a + 2 \varrho)} + \sqrt{a(a - 2 \varrho)}.$$

56. $E = 10 \text{ M.}$, $e = 8 \text{ M.}$, gesucht $f, a, \varrho.$

57. $a = 12 \text{ M.}$, $\varrho = 6 \text{ M.}$, „ $f, E, e.$

58. Wie gross ist die senkrechte Höhe, wenn der Inhalt 82 Qm. und die Seite gleich 9 M. ist?

59. Wie gross ist der Umfang eines Rhomboides, wenn von

zwei anliegenden Seiten die eine 7,24 M., die andere 6,37 M. ist?

60. Wie lang ist die Grundlinie, wenn der Inhalt 52 Qm. und die Höhe 6,78 M. ist?

4. Das Trapez.

Der Inhalt eines Trapezes wird gefunden, wenn man die halbe Summe der beiden Parallelen (d. i. die mittlere Länge) mit der Höhe multipliziert.

$$f = \frac{a + b}{2} \cdot h; \quad h = \frac{2f}{a + c};$$

$$a = \frac{2f}{h} - c; \quad c = \frac{2f}{h} - a.$$

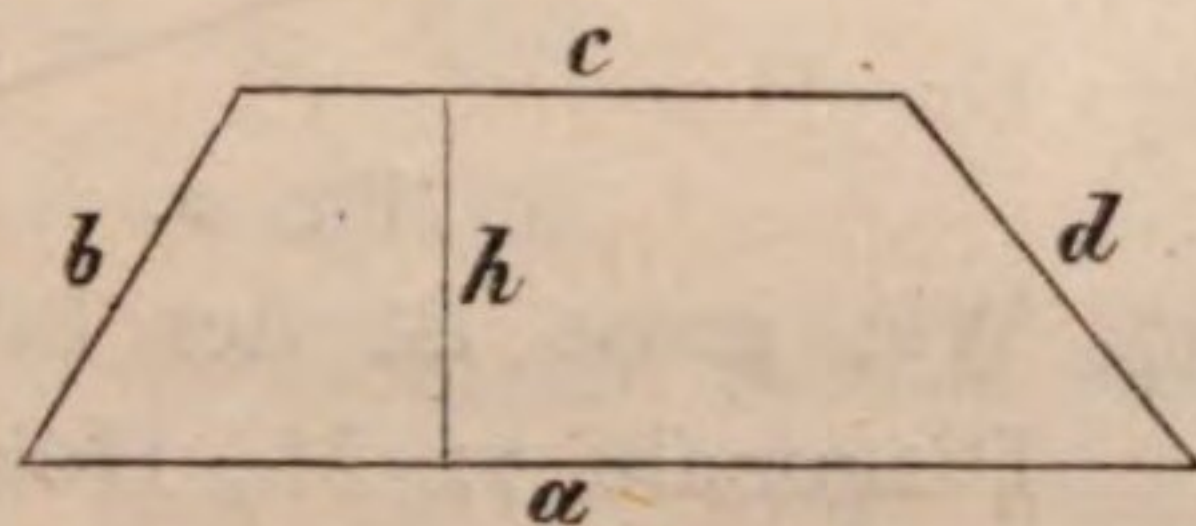


Fig. 1.

Will man den Inhalt aus den 4 Seiten berechnen, so ist:

$$f = \frac{a + c}{4(a - c)} \sqrt{(a - c + b + d)(a - c + b + d)(a + c - b + d)(a + c + b + d)}$$

61. $a = 40$ M., $c = 30$ M., $h = 12$ M. gesucht f .

62. $a = 25$ M., $b = 18$ M., $c = 11$ M., $d = 20$ M. gesucht f .

63. Wie lang ist die senkrechte Höhe h , wenn $f = 59,5$ Qm., $a = 7,75$ Zm. und $b = 6,25$ Zm. ist?

64. Ein Acker hat die Form eines Trapezes. Von den parallelen Seiten misst die eine 33,4 M., die andere 58,5 M., die Höhe 25 M. Wie gross ist der Flächeninhalt?

65. Ein Landmann will ein Stück Land, Trapezform, dessen grosse Parallele 18 M. lang und kleine 12 M. lang ist und eine Höhe von 8 M. hat mit Rosenstöcken bepflanzen, die 1 M. gegenseitigen Abstand haben sollen. Wie viel Rosenstöcke braucht er?

66. Ein Acker in Trapezform ist mit Getreide bestanden und soll daher aus den Umfassungslinien berechnet werden. $a = 48$ M., $b = 20$ M., $c = 6$ M., $d = 34$ M. Wie gross ist der Inhalt des Ackers?

5. Das Trapezoid.

Der Inhalt des Trapezoides wird am einfachsten gefunden, wenn man es in zwei Dreiecke zerlegt. Die Diagonale

wird als Grundlinie beider Dreiecke angesehen und aus den gegenüberliegenden Winkeln sind Höhen auf die Diagonale zu ziehen.

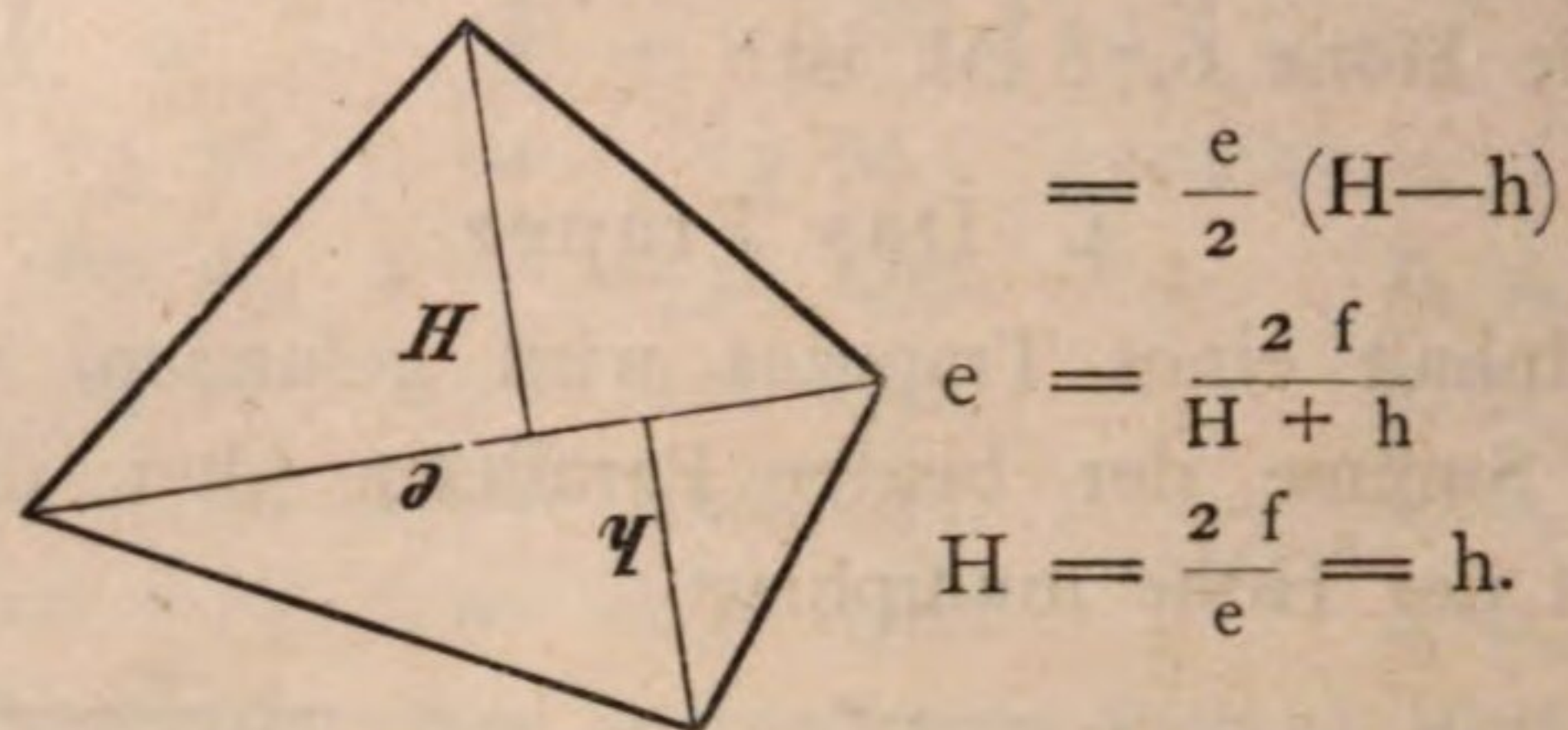


Fig. 2.

67. Wie gross ist der Inhalt eines Trapezoides, wenn die Diagonale 72 M., Höhe $H = 32$ M., Höhe $h = 18$ ist?
68. Wie lang ist die Diagonale, wenn der Inhalt 1508 Qm. beträgt. Höhe $H = 36$ M., Höhe $h = 16$ M. ist?
69. Wie gross ist die Höhe H , wenn der Flächeninhalt 2240 Qm., die Diagonale 64 M., die Höhe $h = 22$ M. ist?
70. Eine Wiese in Form eines Trapezoides hat als Diagonale 90 M., die beiden Höhen auf dieselben betragen 50 M. und 33,8 M. Wie gross ist der Ertrag, wenn auf ein A. durchschnittlich 75 Pfd. Heu gerechnet werden?

§. 22. Unregelmässige Vielecke.

Der Inhalt eines unregelmässigen Vielecks wird gefunden, indem man das Vieleck durch Diagonalen in Dreiecke zerlegt und diese berechnet.

Die nebenstehende Figur ist ein unregelmässiges Sechseck.

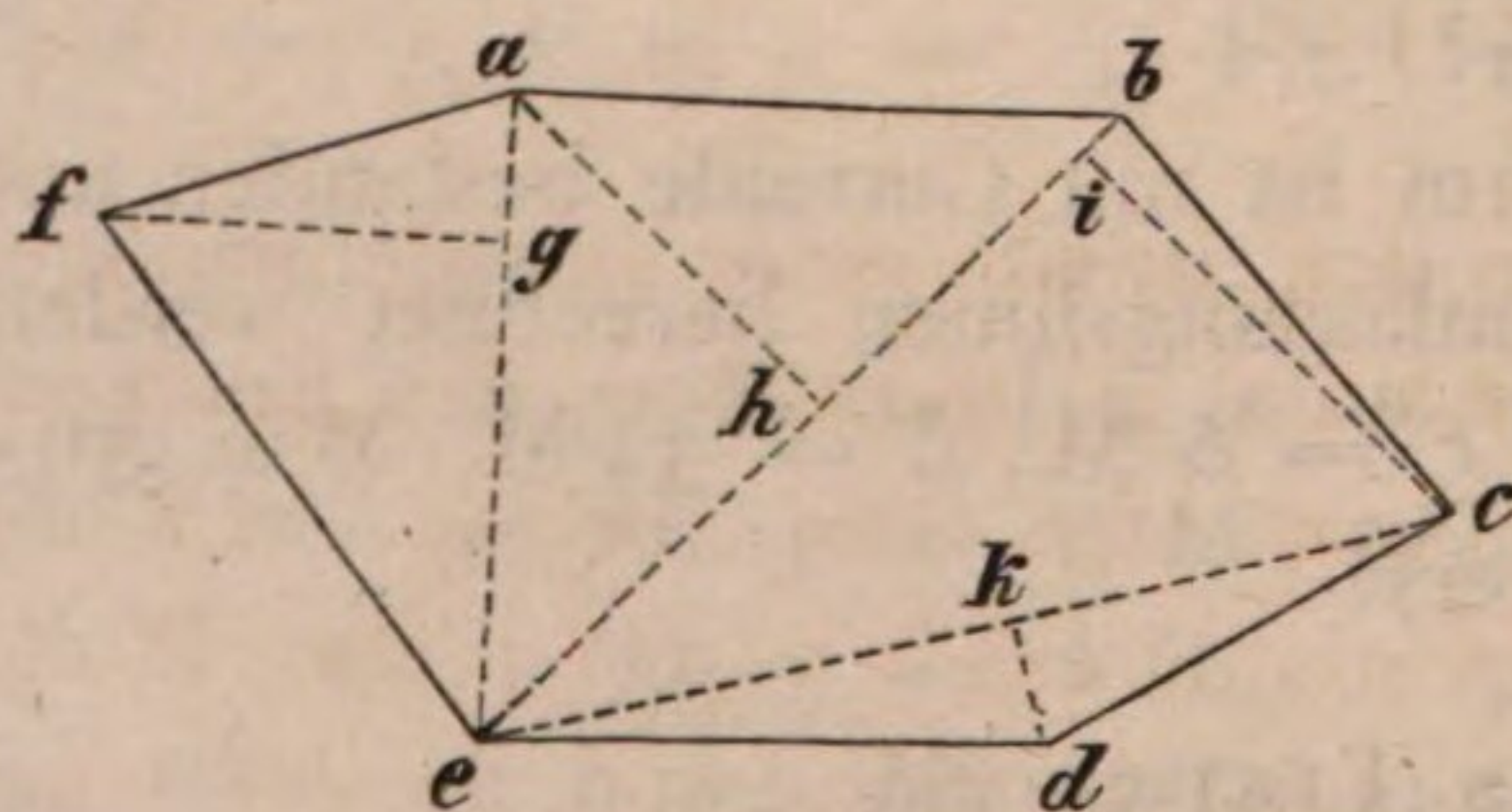


Fig. 3.

Es ist in vier Dreiecke zerlegt. Die punktirten Diagonalen sollen als die Grundlinien angesehen werden; die punktirten senkrechten Linien sind die Höhen der Dreiecke. Diese 7 Linien müssen ausgemessen werden.

Gesetzt wir hätten gefunden, dass $a e = 7$ M., $e b = 9$ M.,

$ec = 8$ M., $fg = 3$ M., $ah = 4$ M., $ic = 3,5$ M., $kd = 2$ M. sei, so wären alle zur Ausrechnung der Fläche erforderlichen Stücke bekannt.

$$\triangle aef = \frac{7 \times 3}{2} = 10,5 \text{ Qm.}$$

$$\triangle aeb = \frac{9 \times 4}{2} = 18 \text{ Qm.}$$

$$\triangle bec = \frac{9 \times 3,5}{2} = 15,75 \text{ Qm.}$$

$$\triangle ced = \frac{8 \times 2}{2} = 8 \text{ Qm.}$$

$$\text{Sechseck } abcdef = 52,25 \text{ Qm.}$$

71. Die Diagonalen D und d eines fünfeckigen Feldes sind 43,5 und 34,6 Dm. lang, die drei Höhen sind gleich lang, eine jede 2,8 Dm. Wie gross ist das Feld, wenn 2 Höhen zur grösseren Diagonale gehören?

$$F = \frac{h}{2} (D + D + d)$$

72. Der fünfeckige Giebel einer Scheune soll mit Brettern beschlagen werden. Die Tiefe b der Scheune beträgt 17,6 M., die Höhe h bis zum Dache 12,4 M., die ganze Höhe H 16,8 M. Wie viel Qm. Bretter sind erforderlich?

$$F = b \frac{H + h}{2}$$

73. Die Giebelwand eines Hauses hat 357 Qm., der obere dreieckige Teil i 42 Qm. Flächeninhalt; die Tiefe b des Hauses beträgt 21 M. Wie hoch ist das Haus von der Erde bis zur Dachspitze?

$$H = \left(\frac{I - i}{b} \right) + \frac{2i}{b} = \frac{I + i}{b}$$

74. Karl soll seinem Vater den Inhalt einer unregelmässigen Koppel berechnen. Er misst in derselben ein Rechteck von 26,4 Dm. Länge und 16,8 Dm. Breite. An der einen Breitenseite bleibt ein Dreieck von 1,7 Dm. Höhe, an der andern eins von 3,5 Dm. Höhe und an der einen Längenseite eins von 2,2 Dm. Höhe übrig. An der vierten Seite bildet der Wall einen Bogen. Er misst die Höhe

desselben und findet dieselbe 8 Dm. vom Ende = 2,5 Dm.,
13 Dm. vom Ende = 3,9 Dm. und 20 Dm. vom Ende =
4,1 Dm. Wie gross ist die Koppel?

§. 23. Regelmässige Vielecke.

Jedes regelmässige Vieleck ist gleich einem Dreieck, das den Umfang des Vielecks zur Grundlinie und den Radius des eingeschriebenen Kreises zur Höhe hat.

Jedes regelmässige Vieleck ist gleich einem Rechteck, das den halben Umfang des Vielecks zur Grundfläche und den kleinsten Radius zur Höhe hat.

Ist z. B. der Inhalt eines regulären (n) Siebenecks zu berechnen, in welchem die Seite = 4 (a) und der Radius des eingeschriebenen Kreises = 3 (r) M. ist, so findet sich die Grundfläche des Dreiecks

$$7 \cdot 4 = \frac{28 \cdot 3}{2} = 42 \text{ Qm. } \frac{n \cdot a \cdot r}{2}$$

Der halbe Umfang beträgt = $14 \times 3 = 42 \text{ Qm.}$

$$\frac{(n \cdot a)}{2} \cdot r = f.$$

Bei dieser Berechnung der regulären Polygone hat man ausser der Seite auch noch den Radius des eingeschriebenen Kreises zu messen. Die hierbei unvermeidlichen Ungenauigkeiten führen aber zu ungenauen Resultaten, welchen jedoch ausgewichen werden kann, wenn man den kleinsten Radius aus der Seite desselben berechnet. Da hierzu höhere mathematische Kenntnisse erforderlich sind, so möge man sich in vorkommenden Fällen an nachstehende Tabelle halten, in welcher die Seite des regulären Polygons allgemein mit s, ihr Quadrat mit s^2 bezeichnet ist.

Reguläres Polygon.	Kleinster Radius.	Inhalt des Polygons.
3-Eck	s. 0,2886751	s ² . 0,4330127
4 „	s. 0,5000000	s ² . 1,0000000
5 „	s. 0,6881910	s ² . 1,7204774
6 „	s. 0,8660254	s ² . 2,5980762
7 „	s. 1,0382606	s ² . 3,6339124
8 „	s. 1,2071068	s ² . 4,8284271
9 „	s. 1,3737386	s ² . 6,1818242
10 „	s. 1,5388416	s ² . 7,6942088
11 „	s. 1,7028436	s ² . 9,3656399
12 „	s. 1,8660254	s ² . 11,1961524
13 „	s. 2,0285798	s ² . 13,1857690
14 „	s. 2,1906428	s ² . 15,3345000
15 „	s. 2,3523066	s ² . 17,6423000
16 „	s. 2,5136700	s ² . 20,1093600
17 „	s. 2,6741494	s ² . 22,7302700
18 „	s. 2,8356411	s ² . 25,5207700
19 „	s. 2,9963368	s ² . 28,4652000
20 „	s. 3,1568750	s ² . 31,5687500
30 „	s. 4,7571820	s ² . 71,3577300

75. Wie gross ist der Umfang, wenn die Seite eines regelmässigen 24-Ecks 15,08 M. beträgt?

76. Wie lang ist die Seite, wenn der Umfang eines regelmässigen 16-Ecks 795,6 M. beträgt?

77. Wie gross ist der Inhalt eines regelmässigen Sechsecks, wenn die Seite 5 M. lang ist?

78. Wie gross ist die Seite eines regelmässigen 12-Ecks, wenn der Inhalt 1118,4 Qm. beträgt?

79. Eine sechsseitige Flur hat die Gestalt von Fig. 4. Die Linie A E ist 89,9 M., F f 33,6 M.,

B E 93,1 M., A a 64,4 M., D d 49 M., B D 77 M. und C c 22,4 M. Man will von dieser Flur den 3. Teil (an

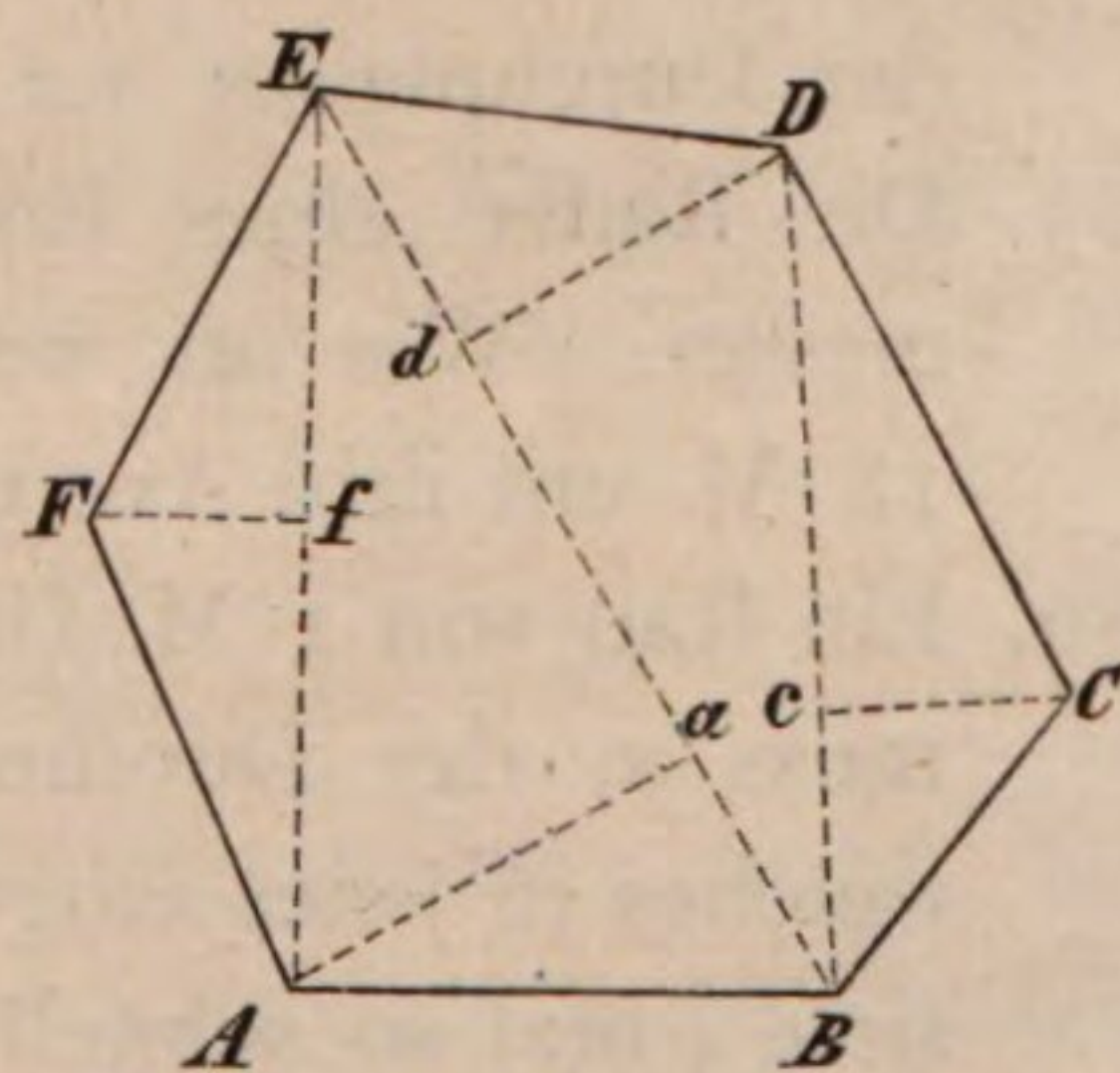


Fig. 4.

- A F E liegend) durch eine gerade Linie von E auf A B gehend abschneiden. Wo wird die Teilungslinie die Seite A B (von A an) schneiden? Ein Perpendikel von E auf A B ist 84,7 M. *b.* Wenn man obige Figur durch eine gerade Linie von E auf A B in 2 gleiche Teile zerlegen wollte, wo würde dann die Teilungslinie die Seite A B (von A an) treffen?

§. 24. Der Kreis.

1. Bezeichnet r den Radius, d den Durchmesser, p die Peripherie, f den Flächeninhalt, so ist:

$$\text{I. } d = 2 r; p = d \pi = 2 r \pi; f = r^2 \pi.$$

$$\text{II. } d = \frac{p}{\pi}; r = \frac{p}{2 \pi}; f = \frac{p^2}{4 \pi}.$$

$$\text{III. } r = \sqrt{\frac{f}{\pi}}; d = 2 \sqrt{\frac{f}{\pi}}; p = \sqrt{f \pi}.$$

$$80. r = 2 \text{ M. gesucht } d, p, f.$$

$$81. d = 5 \text{ M. „ } r, p, f.$$

$$82. p = 20 \text{ M. „ } r, d, f.$$

$$83. f = 144 \text{ M. „ } r, d, p.$$

84. Eine kreisrunde eiserne Platte von 0,8 M. Durchmesser hat ein Gewicht von 84,375 Pfd. Wie schwer wird eine kreisrunde eiserne Platte von dreifacher Dicke sein, wenn der Durchmesser 1,2 M. beträgt?

85. Die Räder eines Eisenbanwagens haben 1,04 M. Durchmesser. Wie oft werden sie sich auf einer Strecke von 18 M. um ihre Axe drehen müssen?

86. Ein Rad von 1 M. Durchmesser hat 36 Zähne. Wie gross muss a , der Durchmesser, b , der Umfang eines Rades, welches in jenes eingreifen soll, gemacht werden, wenn es sich 4 mal so schnell umdrehen soll?

2. Der Kreisring. Bezeichnet r den Radius des grössten Kreises, ρ den Radius des kleineren Kreises, b die Breite und f den Flächeninhalt des Kreisrings, so ist:

$$\text{I. } b = r - \varrho; f = (r^2 - \varrho^2) \pi = (r + \varrho) (r - \varrho) \pi.$$

$$\text{II. } \varrho = \sqrt{r^2 - \frac{f}{\pi}}; b = r - \sqrt{r^2 - \frac{f}{\pi}}$$

$$\text{III. } r = \sqrt{\varrho^2 + \frac{f}{\pi}}; b = \sqrt{\varrho^2 + \frac{f}{\pi}} - \varrho.$$

$$\text{IV. } r = \frac{1}{2} \left(b + \frac{b}{\pi} \right); \varrho = \frac{1}{2} \left(-b + \frac{f}{b \pi} \right).$$

$$87. r = 5 \text{ M. } \varrho = 2,5 \text{ M. gesucht } b, f.$$

$$88. r = 6 \text{ M. } f = 72 \text{ Qm. „ } \varrho, b.$$

$$89. \varrho = 7 \text{ M. } f = 50 \text{ Qm. „ } r, b.$$

$$90. b = 6 \text{ M. } f = 60 \text{ Qm. „ } r, \varrho.$$

91. Wie gross ist der Flächeninhalt eines Kreisringes, wenn der Radius des grossen Kreises 18 M. und $\varrho = 12 \text{ M.}$ ist?

92. Um ein kreisförmiges Gartenland von 176 M. Umfang führt ein Weg von 1,75 M. Breite. Welchen Flächeninhalt hat dieser Weg?

93. Eine Scheibe von 56 Zm. Durchmesser enthält eine schwarze Kreisfläche von 28 Zm. Durchmesser und einen weissen Ring, von welchem die erwänte Kreisfläche eingeschlossen wird. Welche Breite und welchen Inhalt hat dieser Ring?

94. Wie gross ist der Flächeninhalt eines Kreisausschnittes, wenn der Zentriwinkel $C = 36$ und der Radius $r = 10 \text{ M.}$ ist? Der Kreisausschnitt (Sektor) ist gleich einem Dreieck, dessen Grundlinie der Bogen des Ausschnittes, und dessen Höhe der Radius des Kreises ist, also

$$f = \frac{r^2 \pi c}{360}.$$

95. Wie gross ist der Flächeninhalt eines Kreisabschnittes (Segment), wenn der Bogen (c) = 40, Sene (s) = 6 M. und Radius (r) = 9 M. ist?

$$f = \frac{r^2 \pi c}{360} - \frac{s}{4} \sqrt{(2r + s)(2r - s)}.$$

96. Ein kreisrunder Platz, dessen Durchmesser 500 M. beträgt, soll ringsherum mit Bäumen bepflanzt werden. Wie viel Stück sind erforderlich, wenn der Abstand = 2,8 M. ist?

97. In einem Kreise von 3,5 M. Durchmesser bilden zwei Radien einen Winkel von 60 Grad. α . Wie gross ist der

Bogen dieses Winkels? *b.* Welchen Inhalt hat der von diesem Bogen und den erwänten beiden Radien eingeschlossene Kreisausschnitt?

98. Unter welchem Winkel erscheint ein 20 M. dicker Gegenstand in einer Entfernung von 12000 M.?
99. Wie weit ist ein 28 M. dicker Gegenstand entfernt, wenn er in unserem Auge einen Winkel von 5,4 Bogenminuten macht?
100. Der Durchmesser der Winde an einem Brunnen ist 36 Zm., wie tief ist der Brunnen, wenn das bis auf den Boden reichende Seil 20 mal um die Winde geht?

§. 25. Die Ellipse.

101. Wie gross ist der Umfang und der Inhalt einer Ellipse deren grosse Axe (a) = 20 M. und deren kleine Axe (b) = 12 M. ist?

Der Inhalt einer Ellipse ist gleich dem Inhalte eines Kreises, dessen Durchmesser die mittlere geometrische Proportionale zwischen der ganzen grossen und kleinen Axe der Ellipse ist, also $a:r = r:b$, $r^2 = a b$. daher

$$f = r^2 \pi = a b \pi.$$

Der Umfang einer Ellipse ist annähernd gleich dem Umfange eines Kreises, dessen Durchmesser die aritmetische Mitte zwischen der ganzen grossen und kleinen Axe der Ellipse ist, also $r = \frac{a + b}{2}$, daher

$$U = 2 r \pi = (a + b) \pi.$$

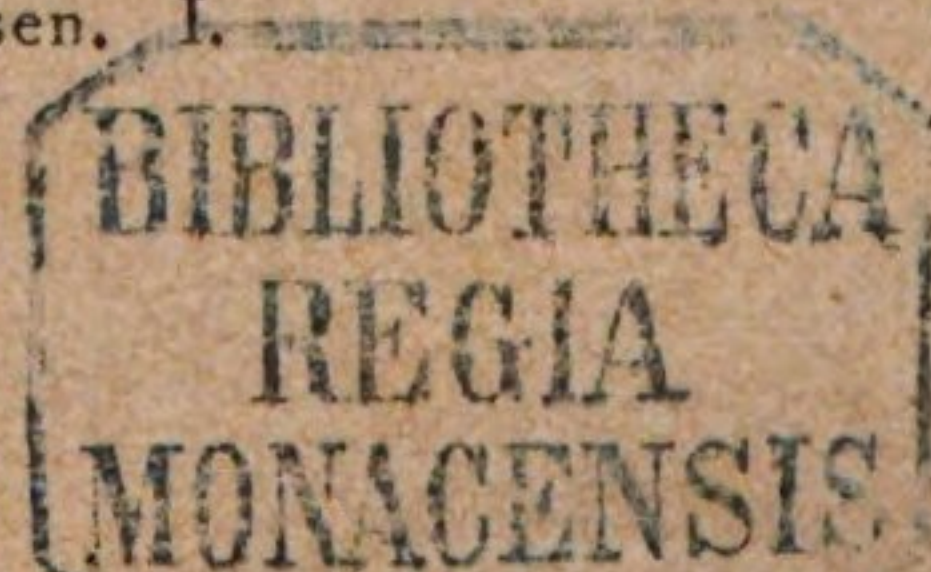
102. In einer Ellipse von 27 Qm. Umfang und 72 Qm. Inhalt ist die eine Axe 56 Zm. lang. Wie gross ist die andere Axe?
103. Um wie viel ist ein Kreis von 1,54 M. Umfang grösser als eine Ellipse von gleichem Umfange, in welcher die eine Axe 42 Zm. beträgt?
104. Wie gross ist der 1,4 M. breite Ring einer Ellipse, in

welcher die äussere Längenaxe 14 M., die äussere Breitenaxe 8,75 M. beträgt?

105. In welcher Entfernung, sind bei Anlegung eines Rasens, die Brennpunkte anzulegen, wenn die grosse Axe 71 M., die kleine Axe 50 M. gross sein soll?
106. Vor einem Landhause befindet sich ein grüner Platz, welcher die Form einer Ellipse hat. Die grosse Axe ist 12 M. und die kleine Axe 8,6 M. *a.* Welchen Flächeninhalt hat dieser Platz; *b.* Wie lang müsste der Radius eines Kreises von gleichem Inhalte sein?
107. Man hat drei Ellipsen, *a.* von 12 und 9 M., *b.* von 8,5 und 7 M., *c.* von 8 und 6 M. im Durchmesser. Wie verhält sich der Flächeninhalt der ersten Ellipse zu dem Gesamt-Inhalte der beiden übrigen?
108. Man will 55 Qm. in Form einer Ellipse darstellen. Die grosse Axe soll 5 M. betragen. *a.* Wie lang muss die kleine Axe sein? *b.* Wie weit kommen die Brennpunkte vom Mittelpunkt der Ellipse?
109. G will einen Grasplatz in Form einer Ellipse vor seinem Hause anlegen. Er soll 49,5 Qm. halten und 6 M. lang sein. *a.* Wie breit muss er ihn machen? *b.* Wie weit kommen die Brennpunkte vom Mittelpunkte entfernt?
110. Die Erde bewegt sich in der Ban einer Ellipse um die Sonne. Die grosse Ellipse ist nahe $42\frac{1}{2}$ Mill. Meilen und die kleine Axe 40 Mill. Meilen. Wie gross ist *a.* der Umfang dieser Ellipse oder die Erdbahn? *b.* die Exzentrizität derselben?

§. 26. Gewichts-Berechnungen.

Jedermann weiss, dass gewisse Körper im Wasser schwimmen, andere untersinken. Körper der ersten Art sind spezifisch leichter, die andern spezifisch schwerer als Wasser. Ein in eine Wassermasse gehangener Körper hat unter sich eine Wassersäule, welche ihn aufwärts, und über sich eine,



welche ihn abwärts drückt. Den Druck von unten nennt man Auftrieb, er beträgt stets so viel als das Gewicht des durch den Körper verdrängten Wassers und äussert sich natürlich nicht bloß an schwimmenden Körpern, sondern auch an gesunkenen, die dadurch so viel erleichtert werden. Ein unter Wasser getauchter Körper verliert so viel an seinem Eigengewicht, als die Wassermenge wiegt, die er aus ihrer Stelle verdrängt.

Die Zal, welche angibt, um wie vielmal ein Körper schwerer oder leichter ist als Wasser, drückt das spezifische Gewicht desselben aus. Man nimmt das Gewicht des reinen Wassers bei dessen grösster Dichte, der Temperatur von 4° C, als Einheit an, um damit die Gewichte der andern Körper zu vergleichen. Bleibt ein Körper, der ganz unter Wasser getaucht ist, an jeder Stelle in Ruhe, so ist sein absolutes Gewicht gleich dem Gewicht der eben so grossen Wassermasse, die er verdrängt, und sein spezifisches Gewicht ist somit gleich 1. Sinkt der Körper im Wasser unter, so hat man ihn erst in freier Luft und dann, an einem Faden aufgehängt, im Wasser zu wiegen, und die letztere kleinere Gewichtszal von der ersten, dem absoluten Gewicht des Körpers, abzuziehen. Der Rest oder die Differenz wird als Gewichtsverlust bezeichnet und entspricht dem Gewicht eines dem Körper gleichgrossen Wasserkörpers. Aus dem Vergleiche dieser zwei absoluten Gewichte entspringt nun die einfache Regel: indem man das absolute Gewicht eines Körpers durch dessen Gewichtsverlust teilt, findet man das spezifische Gewicht desselben. Wiegt z. B. ein Körper 400 Gramm in der Luft und 280 im Wasser, so wiegt das verdrängte Wasser 120 und man erhält, mit dieser Zal in 400 dividirt, das spezifische Gewicht $3\frac{1}{3}$, oder, da Brüche bei dieser Gewichtsbestimmung meist in Dezimalzalen ausgedrückt werden 3.333. . . .

Da das spezifische Gewicht angibt, wie viel mal so schwer ein Körper ist, als das gleiche Volumen Wasser, so wird das Gewicht eines Körpers gefunden, wenn man den Kubikinhalt des Wassers mit dem spezifischen Gewichte multipliziert. Berechnet man hierbei das Gewicht des Körpers in

Kubikzentimetern so erhält man das Gewicht des Körpers in Grammen; bei Dezimetern in Kilogrammen; bei Kubikmetern in Tonnen.

Tabelle der spezifischen Gewichte.

Körper.	Spezifisches Gewicht.	Ein Kubikm. wiegt in Kg.
Alkohol	0,792	792
Asphalt durchschnittlich . . .	1,330	1330
Basalt	2,790	2790
Bier	1,029	1029
Birkenholz	0,630	630
Birnbaumholz	0,650	650
Blei	11,390	11390
Braunkohle	1,260	1260
Buchenholz	0,590	590
Eichenholz	0,680	680
Eis	0,920	920
Erde leucht und frisch . . .	2,060	2060
Erde mager und trocken . . .	1,340	1340
Erlenholz	0,500	500
Eschenholz	0,640	640
Fett von Ochsen	0,923	923
Fett von Schweinen	0,937	937
Fett von Hammeln	0,924	924
Fichtenholz	0,470	470
Gusseisen	7,250	7250
Gyps, erdiger	2,420	2420
Kalkstein	2,620	2620
Kiefernholz	0,550	550
Kreide	2,470	2470
Kupfer gegossen	8,790	8790
Lehm	2,220	2220
Leinöl	0,940	940
Lerchenholz	0,470	470
Lindenholz	0,560	560
Mauerwerk von Backsteinen . .	1,600	1600

Körper.	Spezifisches Gewicht.	Ein Kubikm. wiegt in Kg.
Messing gegossen	5,850	5850
Milch	1,030	1030
Pappelholz	0,380	380
Quecksilber	13,598	13598
Rapsöl	0,914	914
Sand, trocken	1,520	1520
Sandstein	2,300	2300
Schmiedeeisen	7,700	7700
Schwefel, natürlicher	2,100	2100
Schwefelsäure	1,844	1844
Schwerspath	4,550	4550
Steinkohle	1,360	1360
Steinkohlentheeröl	0,770	770
Steinsalz	2,260	2260
Tannenholz	0,560	560
Thon	2,220	2220
Ulmenholz	0,550	550
Wachs	0,970	970
Wasser	1,000	1000
Weidenholz	0,540	540
Ziegelstein, gebrannter	1,800	1800
Zink	7,040	7040
Zinn	7,300	7300
Zucker weisser, ...	1,610	1610

Aufgaben.

1. Wie schwer ist eine Fensterbank von Sandstein, welche 1 M. lang, 0,35 M. breit und 0,2 M. dick ist?
2. Wie viel wiegt eine geschmiedete Eisenstange von 1,5 M. Länge, 0,35 M. Breite und 0,20 M. Dicke?
3. Wie viel wiegt eine geschmiedete Eisenstange, welche 2 M. lang und 3 Qzm. im Querschnitt hat?
4. Wie schwer ist eine gusseiserne Ringelwalze, wenn dieselbe 2,8 M. Länge und 0,15 M. Durchmesser?

5. Wie viel Pfd. wiegt ein massiver Würfel von Kupfer, dessen Seite 20 Zm. ist?
6. Wie viel Kilogramm wiegt ein holer Würfel von Zink, wenn seine Kante 24 Zm., die Dicke des Metalls 4 Zm. ist?
7. Eine Platte von Eichenholz, 80 Zm. lang und 70 Zm. breit, wiegt 40,32 Pfd. Wie dick ist die Platte?
8. Wie schwer ist eine Kugel aus Gyps von 24 Zm. Umfang?
9. Auf einem Flusse schwimmt eine Eisscholle 5 M. lang, 4 M. breit und 0,25 M. dick. Wie viel Personen von 56 Kg. Gewicht kann dieselbe tragen?
10. Wie viel kosten die Eisengitter zu 8 Fenstern? Jedes Fenster hat 5 senkrechte und 10 wagerechte Stäbe. Die senkrechten sind 2,25 M. hoch, die wagerechten 1,15 M. lang. Die Stäbe sind 8 Zm. breit und 4 Zm. dick. Das Pfund Eisen mit Arbeitslon kostet 45 Pf.
11. Wie viel Pfund Schwefelsäure enthält eine zylindrische Flasche von 1,2 Zm. Höhe und 5 Zm. Durchmesser?
12. Zu 12 Pfd. einer Masse, welche 10mal so schwer als Wasser ist, setzt man 4 Pfd. einer andern Masse. Dadurch wird das spezifische Gewicht der Mischung 8. Welches war das spezifische Gewicht der 4 Pfd.?
13. Wenn man 9 Pfd. Silber und 11 Pfd. *** zusammensetzt, so wird das spezifische Gewicht der Mischung 9,6.
 - a. Welches ist das spezifische Gewicht der zweiten Masse?
 - b. Aus welcher Materie wird sie also bestehen?
14. Jemand hat 35 Pfd. Messing. Wie viel Pfd. Zinn muss er dazu setzen, um 8 spezifisches Gewicht zu erhalten?
15. Die Krone des Königs Hiero von Syrakus wog 20 Pfd. und verlor im Wasser nahe an $1\frac{1}{4}$ Pfd. an Gewicht.
 - a. Welches war also ihr spezifisches Gewicht?
 - b. Nehmen wir an, dass sie bloß aus Gold und Silber bestand, wie viel Gold und wie viel Silber musste sie dann enthalten?
16. Jemand hat eine hohle, metallene Kugel, welche 1 Pfd. wiegt und relativ $\frac{1}{6}$ mal so schwer als Wasser ist.
 - a. Welches Volumen muss diese Kugel haben?
 - b. Wie viel kann sie im Wasser tragen, ohne zu sinken?

17. Welches Volumen muss man einer hohlen, metallenen Kugel von 1 Pfd. Gewicht geben, damit sie im Wasser 32 Pfd. tragen könne, ohne zu sinken?
18. Eine 1,96 Kg. schwere Komposition aus Kupfer und Zinn hat 8 zum spezifischen Gewicht. Wie viel enthält sie von jedem der beiden Metalle?

§. 27. Berechnung fließender Wassermassen aus Querprofil und Geschwindigkeit.

Die Geschwindigkeit eines fließenden Wassers zu finden, geschieht mittels eines schwimmenden Körpers, der sich teilweise über dem Wasserspiegel hält. Am Flusse wird längs des Ufers eine beliebige Strecke abgesteckt und der schwimmende Körper wird dann soweit oberhalb ins Wasser geworfen, dass er die volle Geschwindigkeit des fließenden Wassers erlangt hat, wenn er die abgesteckte Strecke passirt. Von dem Eintritt in die abgesteckte Linie bis zu seinem Austritt zählt man die Sekunden auf seiner Uhr. Angenommen, der schwimmende Körper habe in 30 Sekunden eine Strecke von 60 Metern zurückgelegt, so beträgt der Weg in einer Sekunde oder die Geschwindigkeit des Wasser $\frac{60}{30} = 2$ M. Diese Geschwindigkeit findet aber nur an der Oberfläche statt. Durch Versuche hat man gefunden, dass diese Geschwindigkeit nur 83—84 Prozent der grössten Geschwindigkeit im Strome ist. Die eigentliche Geschwindigkeit in unserem Beispiele beträgt demnach $2 \times 0,84 = 1,68$ M.

Die Geschwindigkeit der meisten Flüsse beträgt $1\frac{1}{2}$ —2 M.

Die Berechnung der Querschnitte ist früher gezeigt worden.

Die Wassermenge, welche während einer Sekunde durch einen Graben fließt, ist gleich einem Prisma, dessen Länge die mittlere Geschwindigkeit des Wassers beträgt und dessen Grundfläche der Querschnitt des Grabens bildet. Demnach erhalten wir die Wassermasse, welche ein Graben in einer Sekunde gibt, wenn wir den Flächeninhalt des Querprofils mit der durchschnittlichen Geschwindigkeit multiplizieren.

1. Welche Wassermenge liefert ein Graben per Sekunde, wenn der Querschnitt an der Sole 0,7 M., an der obern Seite 0,9 M. und eine Tiefe von 0,5 M. hat, und wenn die beobachtete Geschwindigkeit an der Oberfläche 1,8 M. ist?
2. Ein Zuleitungsgraben einer Kieselwiese ist auf der Sole 0,5 M., in der Höhe des Wasserspiegels 1 M. breit und die mittlere Wassertiefe beträgt 0,6 M. Die Geschwindigkeit an der Oberfläche liegt 1 M. *a.* Wie viel Kbm. Wasser liefert der Graben in 10 Stunden? *b.* Wenn die Wiese 70,8 M. lang und 35,5 M. breit ist, wie viel Wasser empfängt bei gleichmässiger Verteilung ein Ar innerhalb 10 Stunden.
3. Ein Kanal mit 3füssiger*) Böschung hat eine Solenbreite von 2,4 M., die Tiefe beträgt 1,5 M., der Schwimmer legt in 40 Sekunden 35 M. zurück. Wie viel Kbm. Wasser liefert der Graben in einem Tage?

*) Um die Gräben haltbarer zu machen, erhalten ihre Wände eine schräge Lage (Böschung, Dossiruug) und nennt diese, je nachdem die schräge Linie *a c* von einem auf der Sole *c d* in dem Anfangspunkte *c* errichtete Senkrechte *c b* auf 1 Dezimeter Höhe um $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, 1, 2 . . .

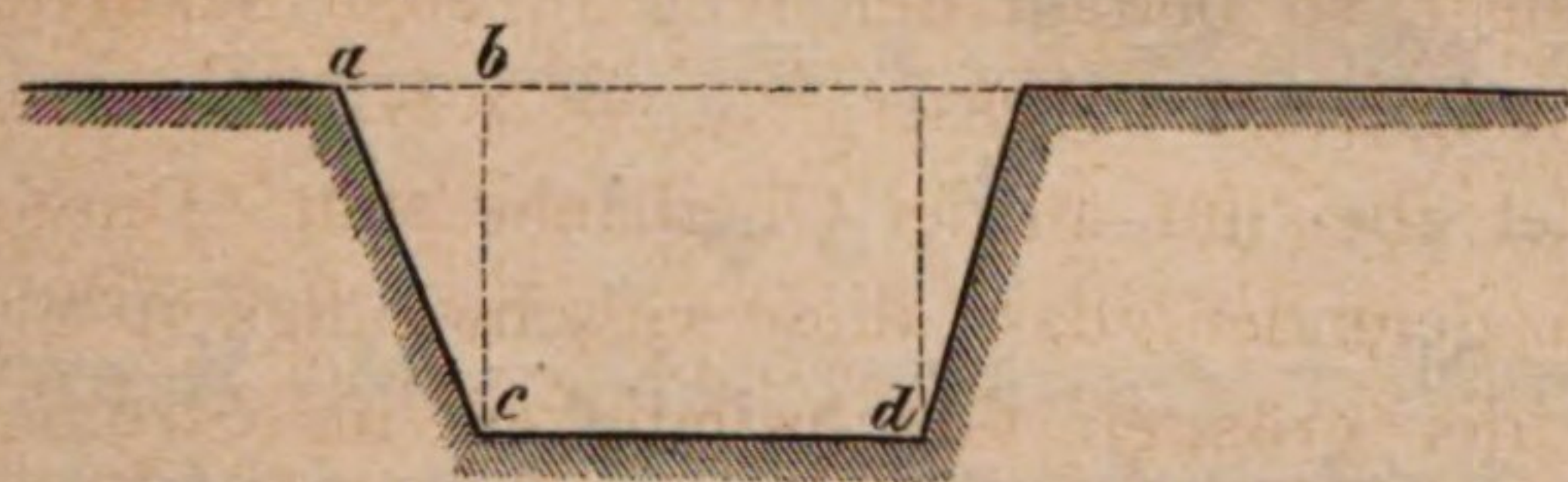


Fig. 5.

Dezimeter abweicht, eine $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, 1füssige Böschung. Für Torfboden genügt $\frac{1}{4}$ bis $\frac{1}{2}$ füssige Böschung, bei Lehm- und Thonboden eine $\frac{1}{2}$ bis $\frac{3}{4}$ füssige, bei losen Sandboden muss 1 bis $1\frac{1}{2}$ füssig sein. Wird die dem Graben zugehende Böschung $\frac{1}{2}$. . . mit der Grabentiefe multipliziert, so gibt dieses Produkt, zur mittleren Breite addirt, die obere davon abgezogen, die Solenbreite.

V. ABSCHNITT.

Körperberechnung.

§. 28. Das Prisma.

1. Ein Prisma ist ein eckiger Körper, dessen Grund- und Deckfläche zwei parallele und kongruente Drei- oder Vierecke und dessen Seitenflächen Parallelogramme sind. Der senkrechte Abstand der Grund- und Deckfläche heisst Höhe. Sind die Grund- und Deckflächen nicht parallel, so heisst das Prisma schief abgeschnitten.

Ein vierseitiges Prisma, dessen Grundfläche ein Parallelogramm ist, wird Parallelepipedium genannt. Das rechtwinklige Parallelepipedium heisst Würfel oder Kubus, wenn alle Seiten Quadrate sind.

2. Wird im senkrechten Prisma die Grundfläche mit g , die Höhe mit h , das Volumen mit v , der Umfang der Grundfläche mit u , der Mantel, das ist die Summe des Mantels und der Grund- und Deckfläche mit O bezeichnet, so ist:

$$\text{I. } v = g h; g = \frac{v}{h}; h = \frac{v}{g}.$$

$$\text{II. } M = u h; u = \frac{M}{h}; h = \frac{M}{u}.$$

$$\text{III. } O = M + 2 g; g = \frac{1}{2} (O - M); M = O - 2 g.$$

Der Kubikinhalt eines jeden Prismas wird gefunden, wenn man den Inhalt der Grundfläche mit der Höhe multipliziert.

Der Mantel eines senkrechten Prismas ist gleich einem Rechteck, das den Umfang der Grundfläche zur Grundlinie und die Seitenkante zur Höhe hat.

Im senkrechten Parallelepipedium sind je zwei gegenüberstehende Begrenzungsflächen einander gleich.

3. Wird ein Prisma an der Deckfläche schief abgeschnitten, so findet man den Inhalt eines solchen, wenn man den senkrechten Querschnitt desselben mit der Summe

der drei parallelen Kanten multipliziert und das Produkt durch 3 dividirt, oder:

Ein (gerader) dreiseitiger prismatischer Abschnitt ist gleich einem (senkrechten) Prisma, welches den senkrechten Querschnitt des ersteren zur Grundfläche und das arithmetische Mittel (den dritten Teil der Summe) der drei parallelen Kanten zur Höhe hat.

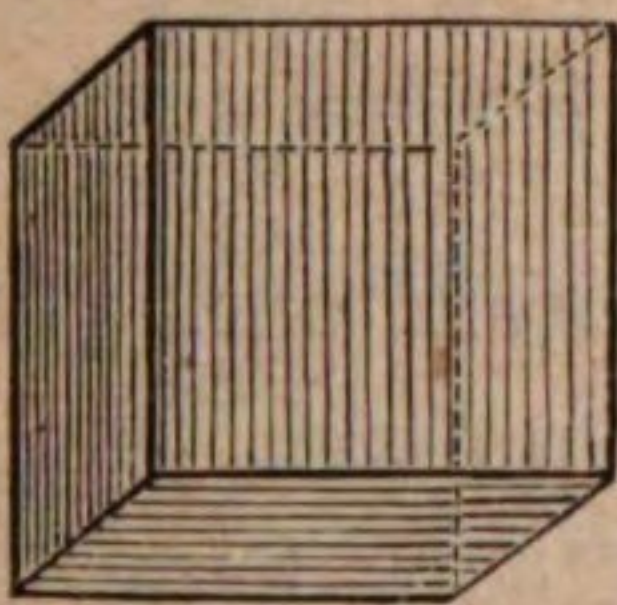


Fig. 6.

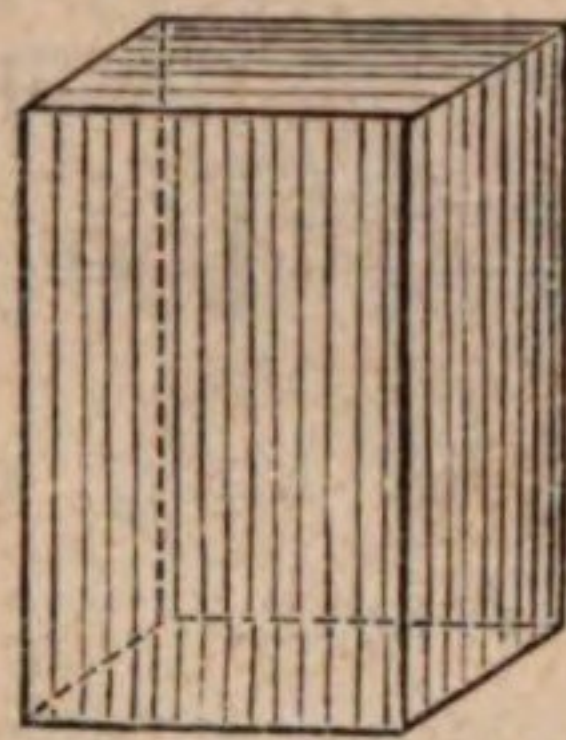


Fig. 7.



Fig. 8.

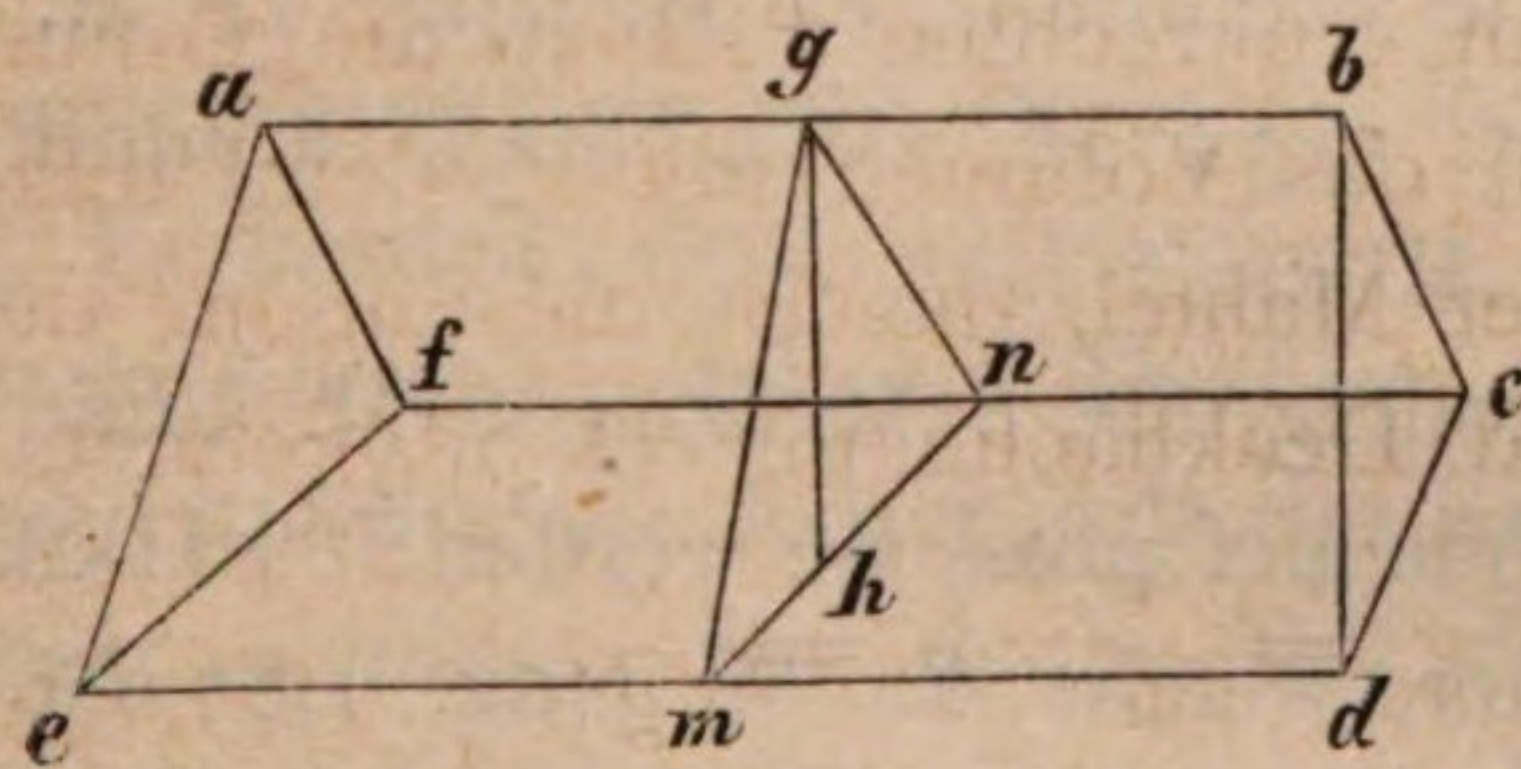


Fig 9.

Der Mantel eines (geraden) dreiseitigen prismatischen Abschnitt ist gleich dem Mantel eines senkrechten Prismas, welches den senkrechten Querschnitt des ersteren zur Grundfläche und das arithmetische Mittel der drei parallelen Kanten zur Höhe hat, mithin gleich dem Produkte aus dem Umfange des senkrechten Querschnitts und dem arithmetischen Mittel der drei parallelen Kanten.

Wird ein senkrechtes dreiseitiges Prisma gleichzeitig an der Grund- und Deckfläche schief abgeschnitten, so ergibt sich ein dreiseitiger prismatischer Abschnitt.

Bezeichnet man im dreiseitigen prismatischen Abschnitt, die drei parallelen Kanten mit a , b , c , die Breite des senk-

rechten Querschnittes, welcher ein Dreieck ist, mit g , die Höhe desselben mit h , seinen Flächeninhalt mit f , und den Kubikinhalt des Körpers mit v .

Es sei in dem prismatischen Abschnitte a, b, c, d, e, f des Volumens zu berechnen; $g \cdot h = 15$, Kante $a \cdot b = 20$ und $e \cdot d$ und $f \cdot c = 30$; so findet sich die Summe der drei parallelen Kanten $\frac{30 + 30 + 20}{3} = \frac{80}{3}$. Der Inhalt

des Dreiecks $m, g, n = \frac{16 \cdot 15}{2} = 8 \cdot 15 = 120 \text{ Rm.}$

Folglich die Grösse des prismatischen Abschnittes $= 8 \cdot 15 \left(\frac{30 + 30 + 20}{3} \right) = 8 \cdot 5 \cdot 80 = 3200 \text{ Rm.}$

1. Ein Keller soll 15 M. lang, 10 M. breit und 3 M. tief werden. Wieviel Wagen mit Erde müssen weggefahren werden, wenn ein Wagen mit 2,5 Kbk. Erde beladen wird?
2. Eine Partie Brennholz 14 M. lang, 11 M. breit und 3 M. tief kostet 1134 M. Wie hoch kommt die 2spännige Fure à 4 Kbk.?
3. Eine Kartoffelgrube 8 M. lang, 6 M. breit, soll 960 Hktl. fassen? Wie tief muss sie werden? 1 Hktl. = 0,1 Kbk.
4. Eine Mauer, welche 60 M. lang, 1,87 M. hoch, 0,50 M. dick ist, soll aus Steinen gebaut werden, welche 26 Ztm. lang, 13 Ztm. breit, 6,5 Ztm. dick sind. *a.* Wieviel Steine sind erforderlich, wenn auf den Verbindungskalk jedem Stein in die Länge, Breite und Dicke 1 Ztm. hinzugerechnet werden? *b.* Wieviel kosten alsdann die Steine, wenn das Tausend mit $35\frac{1}{4}$ Mk. bezahlt wird? *b.* Da beim Arbeiten Steine verloren gehen, so soll das letzte Tausend als voll gerechnet werden. *a.* Wie hoch kommt die Mauerung, wenn das Kbk. mit 3,3 Mk. berechnet wird? *d.* An Sand sind etwa 16 Kbk. à 2,7 Mk., an Kalk 5 Kbk. à 11,40 Mk. erforderlich. Wieviel kostet Sand und Kalk zur Mauerung? *e.* Wieviel betragen die Gesamtkosten?
5. Wieviel Scheffel Kartoffeln mit Aufmass zu 60 Kbkdm.

- würde eine Grube von 1,75 M. Länge, 1,75 M. Breite, 1,2 M. Tiefe aufnehmen können, wenn die Kartoffeln mit einer Schicht Stroh und Erde von 0,4 M. gedeckt werden?
6. Ein Sandhaufen von 12 M. Länge, 8 M. Breite und 0,4 M. Höhe soll abgefahren werden. Wieviel Furen sind erforderlich, wenn im Lichten gemessen, jeder Wagenkasten 2,4 M. lang, 1 M. breit und 0,8 M. hoch ist?
 7. Wieviel Kbk. Mist können auf diesen Wagen geladen werden, wenn man denselben von den Oberkanten an noch 0,5 M. zugespitzt aufwirft.
 8. Ein Platz von 100 M. Länge, 75 M. Breite, soll mit 0,5 M. Erde und 0,06 Kies erhöht werden. *a.* Wieviel Furen Erde à 1,5 Kbk. und *b.* wieviel Furen Kies à 1,2 Kbk. sind erforderlich? *c.* Was kostet das Aufahren, wenn die Fure Erde mit 1,25 Mk., die Fure Kies mit 1,50 Mk. bedungen war? *d.* Was kostet das Planiren, wenn das Rm. mit 0,40 Mk. berechnet wird?
 9. A möchte eine Futterkiste fertigen lassen für 12 Ztr. Hafer. Um beim Verbrauch den vorhandenen Bestand leicht kontroliren zu können, soll der Tischler eine Skala von Ztm. zu Ztm. anbringen; ferner soll die Kiste im Lichten 1,25 M. lang werden. Die Breite soll der Tischler so einrichten, dass auf jedes Ztm. Höhe 8 L. Hafer kommen. Wie breit und hoch wird die Kiste im Lichten?
 10. Es soll ein Graben 70 M. Länge mit einfüssiger Böschung 1 M. Solenbreite und 1,5 M. Tiefe ausgeworfen werden; wieviel kostet das Auswerfen desselben, wenn für das Kbk. 80 Pf. bezahlt werden, und wieviel Karren Erde sind fortzuschaffen, wenn das Verhältniss der festen zur losen Erde gleich 5 : 7 und eine Karre im Lichten 3,6 M. lang, 0,9 M. tief, 0,8 M. an der Sole und 1,2 M. oberhalb breit ist?
 11. Das Fundament der Umfassungsmauer eines massiven Hauses wird 66,80 M. lang, 32 M. hoch, 1 M. dick und die Planke 0,628 M. hoch, 52 Ztm. dick. *a.* Wie teuer kommt die Maurer-Arbeit, den Kbk. zu 30 Pf. gerechnet?

- b.* Wieviel Steine à 26 Ztm. lang, 13 Ztm. breit und 6 Ztm. dick sind dazu erforderlich?
12. Ein kleiner Stall hat die Gestalt eines schief abgeschnittenen, graden Parallelepip. Die Grundfläche ist ein Rechteck von 3,139 M. Länge und 2,511 Breite. Die Höhe des Stalles ist vorn 4 M. und hinten 2,5 M. *a.* Wieviel Kbm. hält er? *b.* Wieviel Kbm. halten seine 4 Seitenflächen? *c.* Wieviel Kbm. ist das Dach des Stalles?
13. B will seinen Hausflur von 7,3 M. Länge und 5 M. Breite mit Mauersteinen belegen, so dass jeder Stein auf seine grösste Seite zu liegen kommt. Er braucht dazu auf den Quadratmeter 32 Steine, ganz in Mörtel gelegt, 6,5 Liter Kalk, 0,013 Kbk. Sand, legt er die Steine auf die hohe Kante, so braucht er auf den Qm. 60 Steine, ganz in Mörtel gelegt, 13 Liter Kalk, 0,036 Kbk. Sand. Ausserdem erfordert jeder Qm. Ziegelpflaster noch 0,20 Kbk. Sand zur Unterbettung. An Material und Arbeitslon rechnet man durchschnittlich für 1 Kbk. 10 Mk. Wie hoch werden sich in beiden Fällen die Kosten belaufen?
14. Der Torfraum eines Hauses hat die Form eines vierseitigen Prismas, dessen Grundflächen kongruente Trapeze bilden, von der Form A, B, C, D. $AB = 4,5$ M., $CD = 2,35$ M. und $AD = 2,35$ M. Wieviel Fuder Torf à 1,5 Kbk. kann er fassen?

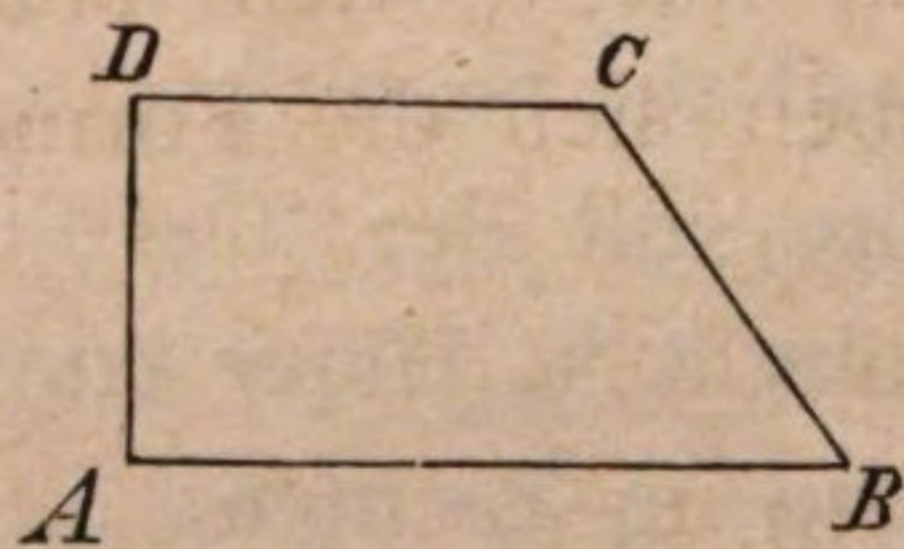


Fig. 10.

15. Eine Scheune ist im Lichten 14 M. lang, 11,3 M. breit und von der Erde bis an's Dach 3,7 M., bis an die Spitze 10,6 M. hoch. Wie gross ist der innere Raum der Scheune?
16. Die beiden Giebelseiten einer Scheune sollen mit Brettern verschlagen werden. Die Scheune ist bis zum Dache 12 M., bis zur Spitze 16 M. hoch und hat in der Breite 10 M. *a.* Wieviel Qm. sind zu bedecken? *b.* Wieviel Bretter à 5 M. Länge und 40 Ztm. Breite reichen zur Bedeckung des Raumes?

§. 29. Der Zylinder.

1. Ein Zylinder ist ein Körper, dessen Grund- und Deckfläche zwei gleiche Kreise sind, und dessen Mantel eine krumme Fläche ist. Der Mantel würde, aufgerollt, ein Rechteck (bei senkrechtem Schnitt) oder ein schiefwinkliges Parallelogramm (bei schiefen Schnitt) geben, dessen Grundlinie gleich dem Umfang der Grundfläche, dessen Höhe gleich der Höhe des Zylinders ist.

- a. Der Inhalt jedes Zylinders wird gefunden, wenn man den Inhalt der Grundfläche mit der Höhe multipliziert.
- b. Der Mantel eines senkrechten Zylinders ergibt sich, wenn man seinen Basisumfang mit der Höhe multipliziert.
- c. Die Oberfläche des senkrechten Zylinders findet sich durch Addition des Mantels und beider Endflächen.

Bezeichnet man im senkrechten Zylinder den Radius mit r , die Höhe mit h , das Volumen mit v , den Mantel mit M , die Oberfläche mit O , so ergeben sich die Formeln:

$$v = r^2 \pi h.$$

$$M = 2 r \pi h.$$

$$O = 2 r \pi (r + h).$$

2. Man findet den Inhalt einer zylindrischen Röhre
- a. wenn man den fehlenden Zylinder von dem ausgefüllt gedachten subtrahirt, oder
 - b. wenn man den Inhalt des Kreisringes mit der Zylinderhöhe multipliziert.

Bezeichnen wir den innern Radius mit ϱ , so ergibt sich

$$v = (r + \varrho) (r - \varrho) \cdot h \pi.$$

3. Im schief abgeschnittenen Zylinder ist

$$v = r^2 \pi \left(\frac{a + b}{2} \right)$$

$$M = r \pi (a + b)$$

wo a die grösste, b die kleinste Höhe des Körpers bezeichnet,

während r den Radius des senkrechten Querschnittes vorstellt.



Fig. 11.



Fig. 12.

Hat der Zylinder ein Oval oder eine Ellipse (mit den Axen a und b) zur Grundfläche, so ist sein Kubikinhalt

$$\frac{a b h \pi}{4}$$

Anmerkung. Unter allen geschlossenen senkrechten Zylindern von gleicher Grösse hat derjenige die kleinste Oberfläche, bei welchem die Höhe ebenso gross ist als der Durchmesser der Grundfläche.

17. Wie gross ist die Oberfläche und der Kubikinhalt eines senkrechten Zylinders, dessen Durchmesser 60 Zm., und dessen Höhe 5 M. ist?
18. Wie gross ist die Höhe eines senkrechten Zylinders, wenn die Oberfläche 4,559 Qm., und der Durchmesser der Grundfläche 45 Zm. ist?
19. Der Umfang eines zylindrischen Baumstammes sei 1,2 M., seine Höhe 8 M. Wie viel zweispännige Furen à 4 Kbk. liefern 15 solcher Stämme?
20. Der Durchmesser einer Walze beträgt 0,84 M. und ihre Länge 2,7 M. Wie viel beträgt ihr Kubikinhalt? (B.)
21. Ein zylindrischer Jauchenbehälter ist 1,3 M. tief und hat 3,8 M. Durchmesser. Wenn derselbe voll ist, können wie viele Fässer à 7 Hl. damit gefüllt werden?
22. Ein senkrechter Zylinder von 1,4 M. Durchmesser ist an seiner Deckfläche so abgeschnitten, dass die grösste Höhe des Körpers 7,5 M., die kleinste Höhe 7 M. beträgt. Welchen Kubikinhalt hat der Zylinder?
23. Welche Wandstärke muss ein Zylinder von 20 Zm. Durchmesser und 30 Zm. Höhe behalten, wenn er durch gleichmässige Aushöhlung die Hälfte seines körperlichen Inhalts verlieren soll?

24. Wie hoch muss ein Scheffelmass werden, wenn der Durchmesser 60 Zm. sein soll?

Gefässe, die für den Handel bestimmt sind, müssen von Eichungsbehörden geeicht sein. Es wird von demselben auf den Fässern die den Raumgehalt bildende Zal der Liter durch Stempelung beglaubigt. Am sichersten wird der Inhalt eines Gefässes durch Einfüllen von Wasser festgestellt. Das vollständig gefüllte Fass wird gewogen; von diesem Gewicht wird das Gewicht des Gefässes abgezogen und das übrigbleibende Gewicht ergibt nun, wieviel Pfd. Wasser enthalten sind. Um das Gewicht auf die Anzal der Liter zu übertragen, muss man wissen, wie schwer ein Liter Wasser ist. Das Wasser hat je nach seiner Temperatur verschiedenes Gewicht; auch muss berücksichtigt werden, ob Brunnen- oder Teichwasser zum Ausmessen angewendet wird, da letzteres leichter ist. Im folgenden ist das Gewicht für ein Liter Brunnen- und Teichwasser angegeben. Es wiegt:

1 Liter Brunnenwasser:				1 Liter Teichwasser:			
bei	1° Réaumur	1,9989 Pfd.	. . .	1,9975 Pfd.			
„	2°	„ 1,9989 „	. . .	1,9976 „			
„	3°	„ 1,9990 „	. . .	1,9976 „			
„	4°	„ 1,9990 „	. . .	1,9976 „			
„	5°	„ 1,9989 „	. . .	1,9975 „			
„	6°	„ 1,9988 „	. . .	1,9974 „			
„	7°	„ 1,9987 „	. . .	1,9973 „			
„	8°	„ 1,9985 „	. . .	1,9972 „			
„	9°	„ 1,9783 „	. . .	1,9969 „			
„	10°	„ 1,9980 „	. . .	1,9966 „			
„	11°	„ 1,9978 „	. . .	1,9964 „			
„	12°	„ 1,9974 „	. . .	1,9960 „			
„	13°	„ 1,9971 „	. . .	1,9957 „			
„	14°	„ 1,9966 „	. . .	1,9951 „			
„	15°	„ 1,9962 „	. . .	1,9948 „			

Aus der Eichordnung vom 16. Juni 1869 teilen wir im Folgenden das Wichtigste mit:

§. 1. Zur Eichung sind zulässig Masse von folgenden Längen: 20, 10, 5, 1, 0,5, 0,2, 0,1 Meter.

§. 5. Zulässige Flüssigkeitsmasse: 20, 10, 5, 2, 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, 0,2, 0,1, $\frac{1}{16}$, 0,05, $\frac{1}{32}$, 0,02 Liter.

§. 7. Material für die Masse: Zinn, Weissblech, Messing (innen verzinkt) oder Kupfer.

§. 8. Form. Masse von 2 Liter Inhalt und die nach der Halbirungsteilung abgestuften müssen in Form eines Zylinders hergestellt werden, bei dem das Verhältniss des Durchmessers zur Höhe zu Grunde gelegt wird:

Für 2 Litermass wie 1 : 2			
„	1	„	„ 1 : 2
„	$\frac{1}{2}$	„	„ 1 : 2
„	$\frac{1}{4}$	„	„ 1 : 1,9
„	$\frac{1}{8}$	„	„ 1 : 1,8
„	$\frac{1}{16}$	„	„ 1 : 1,7
„	$\frac{1}{32}$	„	„ 1 : 1,6.

Hiernach ergeben sich für die Dimensionen dieser Flüssigkeitsmasse folgende Werte in Millimetern:

2 Litermaass 108,4 Mm. Durchmesser, 216,7 Mm. Höhe.							
1	„	86,0	„	„	172,1	„	„
$\frac{1}{2}$	„	68,3	„	„	136,5	„	„
$\frac{1}{4}$	„	55,1	„	„	104,8	„	„
$\frac{1}{8}$	„	44,6	„	„	80,1	„	„
$\frac{1}{16}$	„	36,0	„	„	61,4	„	„
$\frac{1}{32}$	„	27,2	„	„	46,7	„	„

Die nach der Dezimalteilung abgestuften Masse müssen in Form abgestutzter Kegel ausgeführt werden:

Normale Dimensionen sind für:

0,2 Litermass 51,2 Mm. ob.D. 76,8 Mm. unt. D. 61,4 Mm. Höhe.							
0,1	„	41,4	„	„	62,1	„	„ 46,9 „
0,05	„	33,5	„	„	50,3	„	„ 35,8 „
0,05	„	25,2	„	„	37,8	„	„ 25,3 „

Holmaasse für trockene Gegenstände.

§. 14. Zulässig sind Maasse von 1 Hektoliter, 0,5 Hektoliter oder 1 Scheffel, $\frac{1}{4}$ Hektoliter oder $\frac{1}{2}$ Scheffel, 20, 10, 5, 2, $1\frac{1}{2}$ oder 0,5, $\frac{1}{4}$, 0,2, $\frac{1}{8}$, 0,1, $\frac{1}{16}$, 0,05 Liter Inhalt.

§. 17. Form. Alle Maasse bis $\frac{1}{2}$ Liter abwärts und die nach der Halbirungsteilung abgestuften kleineren müssen in Form eines Zylinders ausgeführt sein.

Normale Dimensionen sind bei dem Verhältniss des Durchmessers zur Höhe wie 3 : 2 für

1 Hektoliter	soll haben	575,9 Mm. D.,	383,0 Mm. H.
$\frac{1}{2}$ „	„	457,1 „	304,7 „
$\frac{1}{4}$ „	„	362,8 „	241,9 „
20 Liter	„	336,8 „	224,7 „
10 „	„	267,3 „	178,2 „
5 „	„	212,2 „	141,9 „
2 „	„	156,3 „	104,2 „
1 „	„	124,1 „	82,7 „
$\frac{1}{2}$ „	„	98,5 „	65,7 „
$\frac{1}{4}$ „	„	78,1 „	52,1 „
$\frac{1}{8}$ „	„	62,0 „	41,3 „
$\frac{1}{16}$ „	„	49,2 „	32,8 „

3. Soll aus einem zylindrischen Baumstamme ein vierkantiger Balken mit grösster Tragfähigkeit geschnitten werden, so hat man demselben keine quadratischen Endflächen zu geben, sondern der senkrechte Querdurchschnitt des Balkens muss ein Rechteck sein, in welchem sich die Grundlinie zur Höhe wie $1 : \sqrt{2}$ oder ziemlich $1 : \frac{41}{29} = 29 : 41$ verhält.

Hierbei ist jedoch angenommen, dass der Balken auf der schmälern Seite liegt. Selbstverständlich verliert der Balken bei grösserer Länge von seiner Tragfähigkeit.

Die grösste Tragfähigkeit zweier Balken, des grossen quadratischen und des oben erwänten, aus demselben Baumstamme, steht im Verhältniss von 11 : 12 oder von $\frac{11}{12} : 1$.

Will man den senkrechten Querdurchschnitt a d b e eines vierkantigen Balkens mit grösster Tragfähigkeit erhalten,

so hat man in der Kreisfläche, welche der senkrechte Querschnitt des Baumstammes ergibt, einen Durchmesser ab zu ziehen, denselben in drei gleiche Teile zu teilen, in den Teilungspunkten f und g nach entgegengesetzter Richtung hin bis zur Peripherie die Lote fd und ge zu errichten und schliesslich die Endpunkte dieser Lote, nämlich d und e mit beiden Endpunkten des Durchmessers durch gerade Linien zu verbinden. Dann ist das Rechteck $adbe$ der senkrechte Querschnitt des festesten Balkens, welcher aus dem zylindrischen Baumstamme geschnitten werden kann.

§. 30. Die Pyramide.

1. Eine Pyramide ist ein Körper, welcher eine geradlinige Figur zur Grundfläche hat, und dessen Seitenflächen so viele Dreiecke sind, als die Grundfläche Seiten hat, welche sich in der Spitze vereinigen. Der senkrechte Abstand zwischen Grundfläche und Spitze heisst Höhe. Unter Seitenhöhe versteht man eine Senkrechte von der Spitze auf eine Grundkante gefällt.

Der Inhalt jeder Pyramide wird gefunden, wenn man den Inhalt ihrer Grundfläche mit der Höhe multipliziert und das Produkt durch drei dividirt.

Hieraus findet man:

Die Grundfläche einer Pyramide, wenn man das Volumen der Pyramide durch den dritten Teil ihrer Höhe dividirt.

Die Höhe ergibt sich, wenn man das dreifache Volumen durch die Grundfläche dividirt.

Der Mantel einer regulären Pyramide wird gefunden, wenn man die Hälfte ihres Basisumfanges mit der Seitenhöhe multipliziert.

Für diese Regeln ergeben sich folgende Formeln: wenn man das Volumen mit v , die Höhe h , die Grundfläche g , die Grundkante a , den Radius des in die Grundfläche einbe-

schriebenen Kreises mit ϱ , die Seitenhöhe mit s , den Mantel mit M , die Oberfläche mit O bezeichnet:

$$v = \frac{g \cdot h}{3}; \quad h = \frac{3v}{g}; \quad g = \frac{3v}{h}$$

$$s = \sqrt{\varrho^2 + h^2}$$

$$M = \frac{n \cdot a}{2} \sqrt{\varrho^2 + h^2}$$

$$O = \frac{n \cdot a}{2} (\varrho + \sqrt{\varrho^2 + h^2})$$

$$v = \frac{n \cdot a \cdot \varrho \cdot h}{6}$$

2. Wenn man von einer Pyramide die Spitze so abschneidet, dass die Schnittfläche parallel der Grundfläche läuft, so erhält man eine abgestumpfte Pyramide. Ihre Grund-

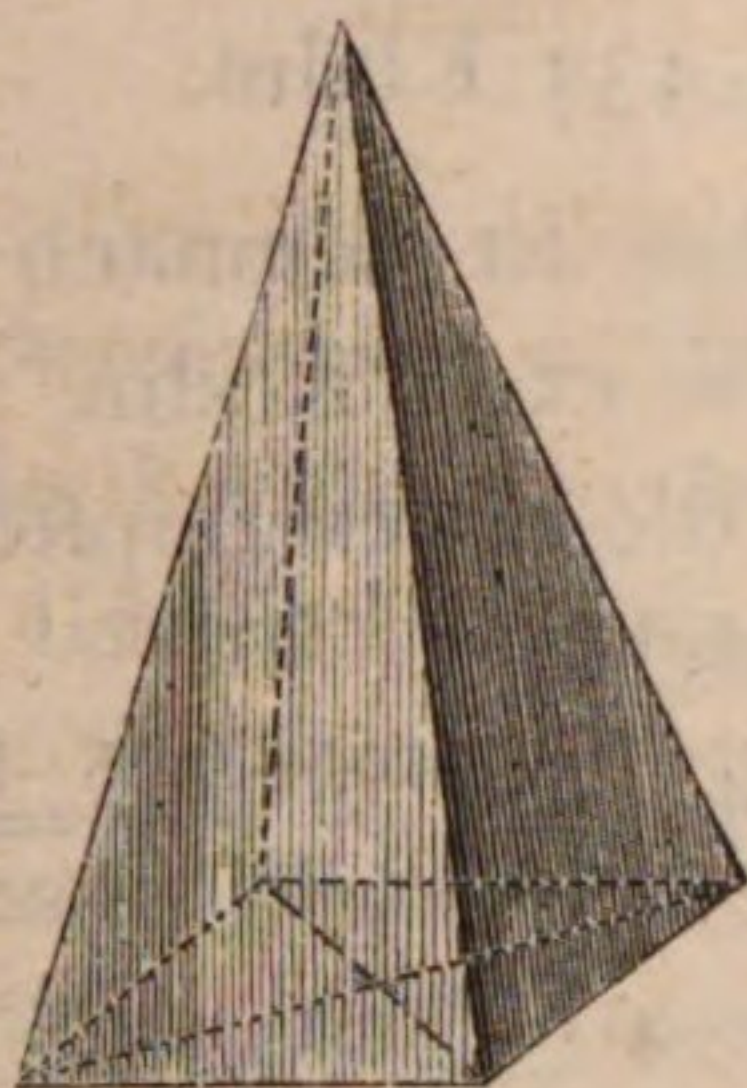


Fig. 13.

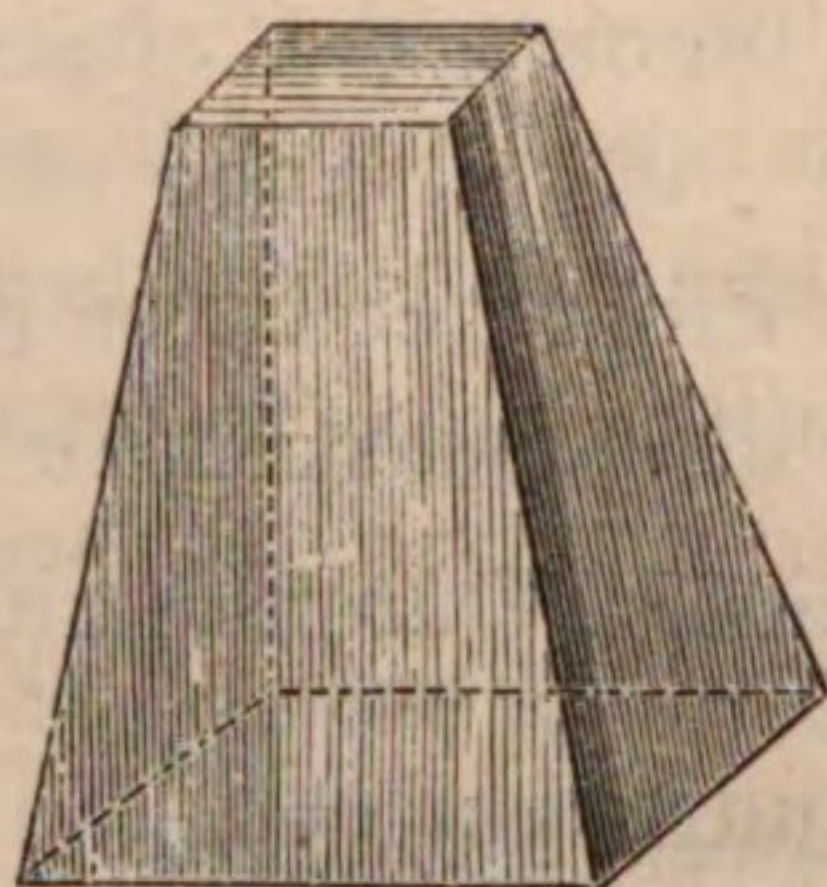


Fig. 14.

fläche und die ihr parallele Schnittfläche sind ähnliche Figuren. Die Seitenflächen sind lauter Trapeze. Ist die abgestumpfte Pyramide regulär, so sind sämtliche Trapeze congruent.

Was nun die Berechnung einer abgestumpften Pyramide betrifft, so geschieht diese gewöhnlich auf dreierlei Weise.

a. Eine abgestumpfte Pyramide ist hinsichtlich ihres Volumens und ihres Mantels gleich der Differenz zwischen dem ergänzten Körper und der Ergänzung-Pyramide.

Beispiel: In einer abgestumpften regelmässigen Pyramide mit quadratischer Grund- und Deckfläche ist die Höhe 24, die Grundkante 10, die Deckkante 6 Dm. Wie gross ist das Volumen, der Mantel und die Oberfläche dieses Körpers?

Bezeichnen wir die Höhe der Ergänzungspyramide mit x , so verhält sich:

$$\begin{aligned} 10 : 6 &= 24 + x : x \\ \text{oder } 4 : 6 &= 24 : x \\ 4x &= 144 \\ x &= 36 \end{aligned}$$

Die Höhe der ganzen Pyramide ist demnach

$$24 + 36 = 60 \text{ Dm.}$$

In der ganzen Pyramide ist die Grundfläche =

$$10 \cdot 10 = 100 \square \text{ Dm.,}$$

daher das Volumen $\frac{100 \cdot 60}{3} = 2000 \text{ Kbdm.}$

In der Ergänzungspyramide ist die Grundfläche =

$$6 \cdot 6 = 36 \square \text{ Dm.,}$$

daher das Volumen $\frac{36 \cdot 36}{3} = 432 \text{ Kbdm.}$

Das Volumen der abgestumpften ist demnach =

$$2000 - 432 = 1568 \text{ Kbdm.}$$

b. Einfacher ist es jedoch, die abgestumpfte Pyramide als Obelisk zu behandeln.

Die mittlere Durchschnitsfigur ist $= \left(\frac{10+6}{2} \right)^2 = 64 \square \text{ Dm.,}$

die Ergänzungsfigur $= \left(\frac{10-6}{2} \right)^2 = 4 \square \text{ Dm.,}$ und daher das

Volumen $= 24 \left(64 + \frac{4}{3} \right) = 1536 + 32 = 1568 \text{ Kbdm.}$

c. Die abgestumpfte Pyramide betrachtet man auch als die Summe dreier Pyramiden, die mit ersterer in der Höhe übereinstimmen, und von denen die erste auf der Grundfläche, die zweite auf der Deckfläche ruht, während die dritte Pyramide den mittleren Durchschnitt der genannten Flächen zur Grundfläche hat.

In der ersten Pyramide ist die Grundfläche $= 10 \cdot 10 = 100 \square \text{ Dm.,}$ die Höhe 24; also das Volumen $= \frac{24 \cdot 100}{3} = 800 \square \text{ Kbdm.;}$

in der zweiten Pyramide ist die Grundfläche $= 6 \cdot 6 = 36 \square \text{ Dm.,}$ die Höhe 24 Dm., also das Volumen $= \frac{24 \cdot 36}{3} = 288 \text{ Kbdm.;}$

in der dritten Pyramide $= \sqrt{10^2 \cdot 6^2} = 10 \cdot 6 = 60 \text{ Dm.}$,
 die Höhe 24, also das Volumen $= \frac{24 \cdot 60}{3} = 480 \text{ Kbdm.}$

Demnach beträgt das Volumen der abgestumpften Pyramide $800 + 288 + 480 = 1568 \text{ Kbdm.}$

Der Mantel einer abgestumpften Pyramide wird gefunden, wenn man die halbe Summe des oberen und unteren Umfanges mit der Seitenhöhe multipliziert.

Die Formel für Berechnung der abgestumpften Pyramide lässt sich auch kurz folgendermassen darstellen:

$$M = \frac{A + a}{2} \cdot \frac{B + b}{2}$$

$$E = \frac{A - a}{2} \cdot \frac{B - b}{2}$$

$$v = h \left(M + \frac{E}{3} \right)$$

Hier bezeichnet A die Länge, B die Breite der Grundfläche, a die Länge und b die Breite der Deckfläche, h die Höhe des Körpers, v sein Volumen, M die mittlere Durchschnittsfigur und q die Ergänzungsfigur.

25. Die grösste ägyptische Pyramide ist 120 M. hoch und jede Seite ihrer quadratförmigen Grundfläche misst 200 M.

Wie gross ist ihr Volumen?

26. Die Grundfläche einer 10 M. hohen Pyramide ist ein rechtwinklig gleichschenkliges Dreieck mit einer Hypotenuse von 3 M. Länge. Wieviel beträgt ihr Kubikinhalt?

27. Eine senkrechte Pyramide hat zur Grundfläche ein Quadrat von 5 M. Seitenlänge, und zu Seitenflächen vier kongruente gleichseitige Dreiecke. Man soll das Volumen, den Mantel und die Oberfläche dieser Pyramide berechnen?

28. Die Grundfläche einer Pyramide von 20,5 M. Höhe ist ein reguläres Fünfeck mit einer Grundkante von 30 M. Länge. Wie gross ist das Volumen?

29. Die Höhe einer Pyramide ist 10 M.; der Inhalt eines Querschnittes, welcher parallel mit der Grundebene durch den Mittelpunkt der Höhe geführt ist, ist 18 Qm. Wie gross ist das Volumen?

30. Eine vierseitige Pyramide hat lauter gleiche Kanten gleich 6 M. Wie gross ist das Volumen, ferner die Oberfläche?
31. Eine vierseitige abgestumpfte Pyramide 28 Dzm. breit und 24 Dzm. dick, oben aber 22 Dzm. breit und 18 Dzm. dick, ihre Höhe beträgt $6\frac{2}{3}$ M. Wie gross ist ihr Kubikinhalt?
32. Eine vierseitige Grube ist oben 6 M. lang und 6 M. breit, unten aber $5\frac{2}{5}$ M. lang und $5\frac{2}{5}$ M. breit und 1 M. tief. Wie viel Kubikmeter Erde sind daraus gegraben?
33. Ein vierseitiger Haufen Dünger ist unten 6 M. lang und 3 M. breit, oben aber 5 M. lang und $3\frac{1}{3}$ M. breit und dabei $1\frac{1}{2}$ M. hoch. Wie viel Fuder Dünger sind darin enthalten, das Fuder zu 2,4 Kbm. gerechnet?
34. Ein vierseitiger Sparren ist 8 Zm. und 6 Zm. oben aber 6 und $4\frac{1}{2}$ Zm. dick und 3,6 M. lang. Das Kbm. kostet 3,5 Mk. Wie teuer kommt er?
35. Ein Schornstein ist 13,2 M. hoch, das Fundament bildet ein Quadrat von 1 M. Seitenlänge, die obere Fläche ebenfalls ein Quadrat von 0,4 M. Breite, der innere Hohlraum hat unten 0,45 M., oben 0,24 M. lichte Weite. Wie gross ist der körperliche Inhalt?
36. Ein Landwirt lässt einen obeliskenförmig aufgesetzten Komposthaufen im Akkord umsetzen. Er bezahlt pro Kubikmeter 60 Pfg. Der Düngerhaufen ist unten $4\frac{1}{2}$ M. lang und 3 M. breit und oben 2 M. lang und $1\frac{1}{2}$ M. breit. Die Höhe beträgt $1\frac{1}{2}$ M. *a.* Wie gross ist die Ausgabe? *b.* Wenn ein Arbeiter 2 Tage dazu nötig hat, wie viel verdient er täglich?
37. Auf einem Hofe liegen Zuckerrüben in einer obeliskenförmigen Miete. Der Besitzer wünscht den Inhalt in Zentnern zu wissen. Wie berechnet er diesen, wenn der Haufen unten 7 M. lang und $5\frac{2}{5}$ M. breit und oben $4\frac{3}{5}$ M. lang und $4\frac{1}{2}$ M. breit und $1\frac{1}{4}$ M. hoch ist?
38. Eine 4 M. hohe abgekürzte Pyramide, deren Grundfläche 9 Qm. und deren Deckfläche 4 Qm. beträgt, durch eine mit der Grundfläche parallele Ebene zu halbieren.
39. Bezeichnet x die Höhe der oberen Hälfte, y den Inhalt der Schnittfläche, B den Inhalt der Grundfläche des ge-

gebenen Körpers und b denjenigen seiner Deckfläche, so ist:

$$x = \frac{h}{\sqrt[3]{B} - \sqrt[3]{b}} \left(-\sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{\sqrt[3]{b^3} + \frac{1}{2}(B^3 - b^3)} \right)$$

$$y = \sqrt[3]{\sqrt[3]{b^3} + \frac{1}{2}(B^3 - b^3)}$$

40. Ein Kornhaufen, von lauter ebenen Flächen begrenzt, enthält 400 Hl. Derselbe ist rechtwinklig, unten 9 M. lang und 6 M. breit, oben 8 M. lang und 5 M. breit. Wie tief liegt das Korn?

§. 31. Der Kegel.

1. Ein Kegel ist ein runder Körper, welcher einen Kreis zur Grundfläche hat, und dessen gekrümmte Seitenfläche in eine Spitze ausläuft. Unter dem Durchmesser oder dem Umfange eines Kegels versteht man den Durchmesser oder den Umfang seiner Grundfläche. Eine Senkrechte aus der Spitze auf die Grundfläche oder deren Verlängerung gibt die Höhe des Kegels an. Trifft diese Senkrechte die Mitte der Grundfläche, so ist der Kegel gerade oder regulär, sonst schief oder irregulär. Die gerade Linie von der Spitze nach dem Mittelpunkt der Grundfläche heisst die Axe des Kegels. Diese fällt beim geraden Kegel mit der Höhe zusammen, beim schiefen aber ist die Axe grösser als die Höhe.

Der Kubik-Inhalt eines jeden Kegels wird gefunden, wenn man den Inhalt seiner Grundfläche mit dem dritten Teile seiner Höhe multipliziert.

Die Höhe eines Kegels ergibt sich, wenn sein dreifaches Volumen durch den Inhalt der Grundfläche dividirt wird.

Die Grundfläche eines Kegels findet sich, wenn sein Kubik-Inhalt durch den dritten Teil der Höhe dividirt wird.

Der Mantel des geraden Kegels wird gefunden,

wenn man die halbe Peripherie des Grundkreises mit der Seite des Kegels multipliziert.

Obige Regeln lassen sich in folgenden Formeln ausdrücken, wenn man den Radius mit r , die Höhe mit h , das Volumen v , die Seitenlinien s , den Mantel M , die Oberfläche mit O bezeichnet:

$$v = \frac{r^2 \pi h}{3}, \quad h = \frac{3 v}{r^2 \pi}; \quad r = \sqrt{\frac{3 v}{h \pi}}; \quad s = \sqrt{h^2 + r^2}.$$

$$M = r \pi s = r \pi \sqrt{h^2 + r^2}.$$

$$O = r \pi (r + s) = r \pi (r + \sqrt{h^2 + r^2}).$$

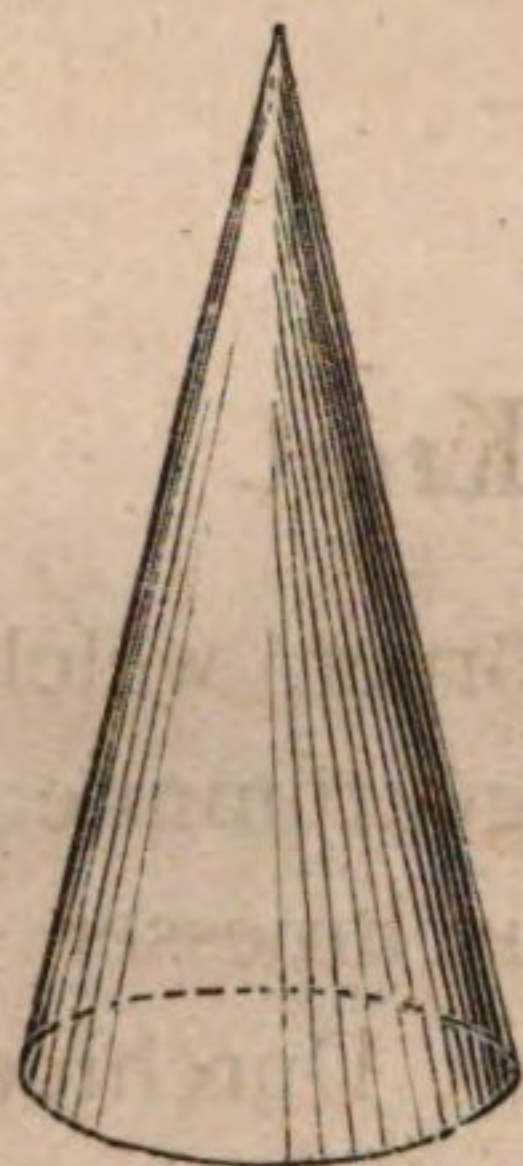


Fig. 15.

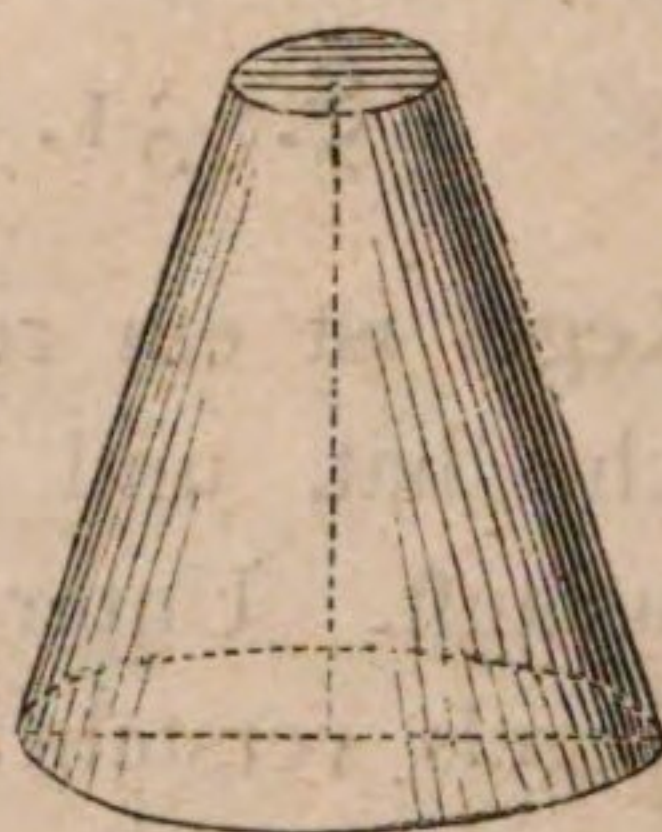


Fig. 16.

2. Schneidet man von einem Kegel die Spitze parallel zur Grundfläche ab, so erhält man einen abgestumpften Kegel. Da man einen abgestumpften Kegel als eine abgestumpfte Pyramide von unendlich vielen Seiten betrachten kann, so ist die Berechnung seines körperlichen Inhalts gerade so, wie bei der abgestumpften Pyramide.

a) Man findet demnach den Inhalt des abgestumpften Kegels, wenn man von dem ergänzten Kegel den Ergänzungskegel subtrahirt.

b) Der abgekürzte Kegel kann auch als die Summe dreier spitzer Kegel betrachtet werden, welche mit ihm gleiche Höhe haben, und von denen der erste auf der Grundfläche, der zweite auf der Deckfläche des gegebenen Körpers ruht, während die dritte Grundfläche die mittlere Durchschnittsfläche der genannten Kreisflächen ist.

c) Man berechnet einen abgekürzten Kegel annähernd, wenn man ihn als Zylinder betrachtet, der bei derselben Höhe entweder

α die halbe Summe der Radien beider Endflächen des Kegels zum Radius der Grundfläche oder

β die halbe Summe der beiden Endflächen des Kegels zur Grundfläche hat.

Bei der ersten unter c angegebenen Berechnung ergibt sich ein kleinerer, bei der zweiten ein grösserer Inhalt, jedoch differirt der kleinere Inhalt von dem waren nur um halb so viel, als der grössere.

Nemen wir die oben gegebenen Bezeichnungen, so ergeben sich folgende Formeln:

$$s = \sqrt{(r - \varrho)^2 + h^2};$$

$$M = (r + \varrho) \pi \sqrt{(r - \varrho)^2 + h^2};$$

$$O = \pi (r^2 + \varrho^2) + \pi (r - \varrho) \sqrt{(r - \varrho)^2 + h^2};$$

$$v = \frac{h \pi}{3} (r^2 + \varrho^2 + r \varrho).$$

41. Ein Landwirt hat eine runde Feime von Winterkorn und will deren Inhalt in Schock à 60 Garben wissen. Wieviel Garben fasste nebenstehende Feime, wenn eine zylinderförmig gebundene Garbe 1 M. Umfang und 1,5 M. Länge hat?

42. Wieviel 750 M. breite Leinwand ist zu einem kegelförmigen Zelte, dessen Grundfläche 6 M. Durchmesser hat und dessen Höhe 4 M. betragen soll, erforderlich, wenn 5 M. beim Zusammennähen in Abfall kommen? (L. v. C.)

43. Aus einem rechtwinkligen 1 M. breiten, 1,5 M. langen und 2 M. hohen Granitblock wird ein möglichst grosser Kegel gehauen, dessen Höhe aber grösser sein soll, als der Durchmesser der Grundfläche. Wieviel Kbk. werden ausgehauen? (A)

44. Wieviel kostet das Abtragen eines kegelförmigen Berges, dessen Umfang 360 M. und dessen Höhe 40 M. beträgt,

wenn der Wagen 4 Kbk. Erde fasst und für Graben und Faren 1,25 Mk. bezahlt wird?

45. Ein 8,25 M. hoher Kegel hat zur Grundfläche eine Ellipse, deren Axen bezüglich 5 und 3,5 M. betragen. Wie gross ist sein Kubik-Inhalt?

Der Inhalt eines elliptischen oder ovalen Kegels, dessen Axen mit a und b bezeichnet werden, ist gleich

$$V = \frac{a b \pi h}{12}.$$

46. Man hat 4 Kegel von gleichem Durchmesser, nämlich 1,9 M., aber von verschiedener Höhe, nämlich 40 , $46\frac{2}{3}$, $53\frac{1}{3}$ und $66\frac{2}{3}$ M. a . Wie verhalten sich ihre körperlichen Inhalt? b . Wie gross ist ihr Gesamt-Inhalt?
47. Vier andere Kegel haben gleiche Höhe, nämlich 20 M., aber verschiedene Durchmesser, nämlich $1\frac{1}{2}$, $1\frac{3}{4}$, 2 und $2\frac{1}{4}$ M. a . Wie verhalten sich ihre Inhalte? b . Welches ist ihr Gesamt-Inhalt?
48. Man hat einen Zylinder und einen Kegel vom gleichen Inhalte und Durchmesser. Der Zylinder ist $17\frac{1}{2}$ Dzm. hoch. a . Wie hoch ist der Kegel? b . Angenommen, der Kegel wäre 40 Dzm. hoch, wie hoch muss dann der Zylinder sein?
49. In einen Kegel ist ein Zylinder einbeschrieben, dessen Höhe halb so gross ist als die Höhe des ersteren. In welchem Verhältniss stehen die Volumina dieser beiden Kegel?
50. Ein kreisrundes Zelt hat 12 M. Durchmesser und herum ist ein Rand von 1 M. Höhe; von hier ab steigt es kegelförmig auf. Vom Erdboden bis zur Spitze sind 9 M. Entfernung. Wie viele Meter Leinwand à 0,85 M. Breite sind erforderlich?
51. Eine Heufeime in Form eines Kegels ist 6,5 M. hoch und hat an der Grundfläche einen Durchmesser von 5,4 M. Wieviel Zentner wird diese Feime enthalten, wenn man annimmt, dass ein Zentner Heu 400 Kbk. Raum nötig hat?
52. Ein abgestumpfter Kegel hat eine Höhe von 3,5 M., das

Volumen beträgt 24 Kbkkm., der Unterschied der beiden Radien 1,5 M. Wie gross ist die Oberfläche?

53. Ein Fichtenstamm von 18 M. Länge hat am Stammende einen Durchmesser von 60 Ztm., am Wipfelende 25 Ztm. Wie teuer kommt derselbe, das Kubikmeter zu 26,30 Mk. gerechnet?
54. Ein Eimer ist im Lichten 25 Ztm. hoch, oben 30 Ztm. und unten 25 Ztm. weit. Wieviel Liter kann er fassen?
55. Wie viele Liter fasst ein Maischbottich, wenn derselbe am Boden einen lichten Durchmesser von 2 M., in der Mündung einen lichten Durchmesser von 1,5 M. und eine lichte Tiefe von 0,9 M. hat?
56. Ein Braunheuhaufen in Form eines abgekürzten Kegels soll seinem Inhalte nach berechnet werden. Der Durchmesser der Grundfläche sei 6 M., der der Oberfläche $4\frac{2}{3}$ M. und die Höhe betrage 5 M. Ein Zentner nicht vollständig abgelegendes Heu nimmt einen Raum von 0,70 Kubikmeter ein.
57. Ein Gefäss von der Form eines abgestumpften Kegels hat eine Tiefe von 72 Ztm. Die Endflächen bilden Ellipsen und zwar misst der längste Durchmesser der oberen 1,44 M., der kürzeste 96 Ztm., der längste Durchmesser der unteren 1,2 M. und der kürzeste 80 Ztm. Wie viele Liter füllen das Gefäss? (A)

S. 32. Bauhölzer, Baustämme, Gefässe und Fässer.

1. Beschlagene Bauhölzer, die nach einem Ende hin schwächer werden, werden wie Prismen von gleicher Grösse berechnet, welche aber die mittlere Durchschnittsfigur zu Endflächen haben.

Hat z. B. ein vierkantiger Balken von 6 M. Länge, am starken Ende eine Breite von 36 nur eine Dicke von 32, am schwachen Ende eine Breite von 38 nur eine Dicke von 20 Ztm., so beträgt die mittlere Breite $\frac{36 + 28}{2} = 32$, die

mittlere Dicke $\frac{32 + 20}{2} = 26$ Ztm., demnach der Inhalt der Durchschnittsfigur $32 \cdot 26 = 832$ Qm.

Da der Balken 6 M. lang ist, so beträgt sein Inhalt $600 \cdot 832 = 49,9200$ Kbkdm.

2. Baumstämme, die am oberen Ende schwächer sind, als am unteren Ende, berechnet man als Walzen von derselben Länge, welche die halbe Summe der beiden Durchmesser des Baumstammes zum Durchmesser haben.

Ein Baumstamm habe z. B. die Länge von 10 M., der Durchmesser am Fusse des Stammes = 85 Ztm., am Gipfel = 55 Ztm., so ist der mittlere Durchschnitt $\frac{85 + 55}{2} = \frac{140}{2} = 70$, der mittlere Radius $\frac{70}{2}$, demnach der Inhalt der mittleren Durchschnittsfigur $\frac{70}{2} \cdot \frac{70}{2} \cdot \frac{22}{7}$ Qm. $= \frac{70 \cdot 70 \cdot 22}{2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 100} = 38\frac{1}{2}$ Qdm. Da nun die Länge des Stammes = 10 M. = 100 Dzm. beträgt, so enthält der Stamm $\frac{77}{2}, 100 = \frac{7700}{2} = 3850$ Kbkdm.

3. Kreisrunde Gefässe, welche die Form eines abgekürzten Kegels haben, werden als Zylinder auf der mittleren Durchschnittsfigur betrachtet. Am einfachsten ist es, die Rechnung mit Dzm. zu führen, weil dann die Maasszal des Inhaltes sogleich den Kannengehalt des Gefässes ergibt.

Hat z. B. ein kreisrunder Bottich 116 Ztm. Tiefe, seine Enddurchmesser betragen 140 und 120 Ztm., so ist der mittlere Durchmesser $\frac{140 + 120}{2} = 130$, der mittlere Radius $\frac{130}{2} = \frac{130}{20}$ Dzm. Demnach enthält der Bottich bei 116 $= \frac{116}{10}$ Ztm. Tiefe.

$$\frac{13}{2} \cdot \frac{13}{2} \cdot \frac{22}{7} \cdot \frac{116}{10} = \frac{13 \cdot 13 \cdot 11 \cdot 58}{7 \cdot 10} = 154\frac{11}{35} \text{ Liter.}$$

4. Ovale Gefässe, welche die Form eines abgekürzten Kegels haben, werden annähernd berechnet:

a) als Zylinder auf der mittleren Durchschnittsfigur;

b) als Zylinder auf der halben Summe beider Endflächen;

c) als kreisrunde Zylinder, welche den vierten Teil der vier Axen des ovalen Gefässes zum Durchmesser haben.

5. Ein Fass mit elliptisch gebogenen Fassdauben ist gleich der Summe dreier Kegel, welche mit ihm in der Höhe übereinstimmen, und von denen zwei den grössten Querschnitt des Fasses zur Grundfläche haben, während der dritte auf der Bodenfläche desselben ruht.

Fässer mit parabolisch gekrümmten Dauben pflegt man als Zylinder von gleicher Länge zu berechnen, welche den dritten Teil der Summe aus der doppelten Spundtiefe und der Bodenweite zum Durchmesser der Endfläche haben.

Ein Fass als die Summe zweier gleicher abgekürzter Kegel zu betrachten, welche in der Mitte desselben zusammen treffen, ist nicht zu raten, weil die Rechnung einen zu kleinen Inhalt ergibt.

Bezeichnet in Fig. 17 h die innere Länge, r die halbe Spundtiefe, ϱ die halbe Bodenweite und zwar in Dzm., so ist die Zal der Liter, welche ein Fass mit elliptisch gekrümmten Dauben aufnehmen kann:

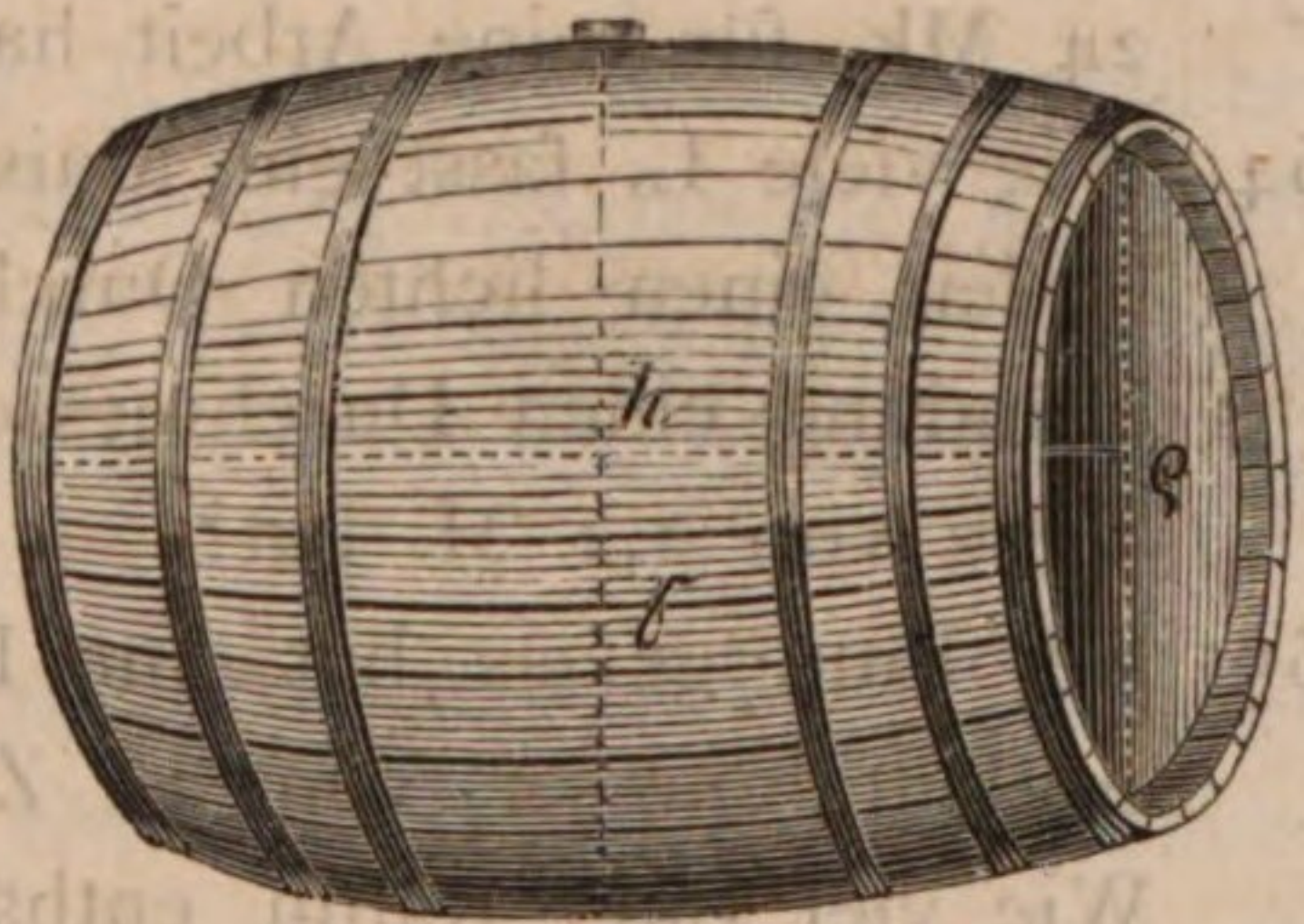


Fig. 17.

$$l = \frac{h}{3} \pi (2 r^2 + \varrho^2).$$

Wird die Daubenform bei der Berechnung nicht berücksichtigt, so ist:

$$l = h \pi \left(\frac{2 r + \varrho}{3} \right)^2$$

58. Ein viereckig behauener Balken sei 8 M. lang, 32 Ztm. breit und 28 Ztm. hoch. Wieviel fasst er?

59. Ein Tannenbalken von 5 M. Länge, 0,4 M. Breite und 0,4 M. Dicke wiegt 426 Klgm. *a.* Wieviel Kbk. hat der Stamm? *b.* Wieviel wiegt 1 Kbk. Tannenholz?

- c. Wie viel beträgt eine Pferdelaft, wenn 1 Pferd $1\frac{1}{2}$ Ztr. Tannenholz ziehen kann? d. Wie viel Tannenbalken von 3 M. Länge, $\frac{1}{3}$ M. Breite und $\frac{1}{4}$ M. Dicke kann man hiernach auf eine zweispännige Fure laden?
60. Ein Mastbaum ist 12 M. lang und die Durchmesser der Endflächen betragen 42 und 32 Zm. Wie gross ist sein Inhalt? (A.)
61. Ein Förenstamm hat an einem Ende 40, am andern 24 Zm. Durchmesser und ist 24 M. lang. a. Wie viel wird dafür bezahlt, wenn ein Kbkdm. mit 5 Pfg. verkauft wird. b. Wie viel würde dagegen bezahlt werden, wenn man den Stamm als eine Walze mit dem mittleren Durchmesser berechnet? (A.)
62. Ein Stellmacher kauft einen Buchenstamm, der 3,86 M. lang, an einen Ende 36 Zm., und am andern Ende 30 Zm. dick ist à Kbkdm. für 5 Pfg. Er macht daraus 2 Ackerwalzen à 1,62 M. lang.
63. Wie teuer musste er den Kbkdm. verkaufen, wenn sie 28 Zm. Durchmesser haben und er ausser dem Abfall 24 Mk. für seine Arbeit haben will? (A.)
64. Wie viele L. fasst ein Maischbottich, wenn derselbe am Boden einen lichten Durchmesser von 2,4 M., in der Mündung einen Durchmesser von 1,8 M. und eine lichte Tiefe von 1,2 M. hat?
65. Ein Buttergefäss hat eine Höhe von 72 Zm. Oben hat es Durchmesser von 36 Zm. und unten von 48 Zm. Wie viel Liter Rahm enthält es, wenn es bis $\frac{3}{4}$ Tiefe gefüllt ist? (B v. E.)
66. In einem ovalen Maischbottich, der $1\frac{1}{4}$ M. hoch ist, betragen die Axen der Bodenfläche 1,04 M. und 0,65 M., die Axen der Oeffnungsfläche 1,50 M. und 1,20 M. Wie viel Liter kann das Gefäss aufnehmen, wenn sämtliche Ausdenungen innerhalb gemessen sind?
67. Ein Bötcher will ein 100 Ltr. haltendes Fass von 45 Zm. Bauchweite und 35 Zm. Bodenweite anfertigen. Wie hoch muss das Fass im Lichten werden?
68. Eine ovale Wanne hat 8,6 Dm. Höhe, ihre grosse Axe

beträgt 16,4 Dm., ihre kleine Axe 13,2 Dm. Wie viel Ltr. fasst sie?

69. Das grosse im Jahre 1591 gebaute Heidelberger Fass ist 9,4 M. lang, hat 6,3 M. Bauchweite und 5,3 M. Bodenweite. *a.* Wie viel Ltr. würde dasselbe aufnehmen können? *b.* Wie viel Jare müssten Einem beschieden sein, bis er täglich 1 Ltr. trinkend, es geleert hätte?

§. 33. Die Kugel.

1. Eine Kugel ist ein runder Körper, dessen allseitig gekrümmte Begränzungsfläche von einem innern Punkte überall weit absteht.

Die Kugel lässt sich in eine unendliche Zal kleiner Kegel oder Pyramiden zerlegen, deren Grundflächen sämtlich mit der Oberfläche der Kugel zusammenfallen und deren Spitzen sämtlich im Mittelpunkte der Kugel liegen. Alle Kegel haben dann den Radius der Kugel zur gemeinschaftlichen Höhe, und die Grundflächen dieser Kegel bilden die Oberfläche der Kugel. Daher ist die Kugel gleich einem Kegel, welcher ihre Oberfläche zur Grundfläche und ihren Radius zur Höhe hat.

Daraus ergibt sich:

- a.* Der grösste Umfang einer Kugel wird gefunden, wenn man ihren Durchmesser mit π multipliziert.
- b.* Die Oberfläche wird gefunden, wenn man das Quadrat des Durchmessers mit π multipliziert.
- c.* Das Volumen wird gefunden, wenn man den Kubus des Durchmessers mit $\frac{\pi}{6} = 0,5235988 = \frac{11}{21}$ multipliziert.

In Formeln ausgedrückt heissen die Regeln:

$$p = d \pi = 2 r \pi$$

$$O = d^2 \pi = 4 r^2 \pi$$

$$v = d^3 \frac{\pi}{6} = \frac{4 r^3 \pi}{6}$$

2. Zwei Kugeln verhalten sich

- a. in ihren grössten Umfangslinien wie ihre Durchmesser,
- b. in ihren Oberflächen wie die Quadrate ihrer Durchmesser,
- c. in ihren Kubikinhalten wie die Würfel ihrer Durchmesser.

In zwei Kugeln verhalten sich die Durchmesser

- a. wie die Quadratwurzeln aus den Maasszahlen ihrer Oberflächen,
- b. wie die Kubikwurzeln aus den Maasszahlen ihrer Kubikinhalte.

3. Die Kugelhinde einer Holzkugel ist gleich der Differenz zweier Kugeln und wird gefunden, wenn man die Differenz der beiden Durchmesser-Würfel mit $\frac{\pi}{6}$ multipliziert.

4. Um den Durchmesser einer Kugel zu finden, welcher ebenso gross ist als zwei andere Kugeln zusammengenommen, oder welcher gleich ist der Differenz zweier Kugeln, so hat man die Würfel der gegebenen Durchmesser zu addiren resp. zu subtrahiren und daraus die Kubikwurzel zu ziehen.

5. Der Flächeninhalt einer Kalotte ergibt sich, wenn man die Höhe derselben mit der Peripherie des grössten Kreises multipliziert.

6. Der Kubik-Inhalt eines Kugel-Ausschnitts wird gefunden, wenn man den Inhalt der Kalotte mit dem dritten Teil des Kugelradius multipliziert.

7. Jede körperliche Kugel-Zone ist gleich der Summe dreier Körper, nämlich zweier Zylinder, welche bei der halben Höhe der Zone bezüglich die Grund- und Deckfläche derselben zu Grundflächen haben, und einer Kugel, deren Durchmesser mit der Höhe der Zone übereinstimmt.

Der Mantel der Kugelzone ist gleich dem Produkte aus der Höhe derselben und dem grössten Umkreis der zugehörigen Kugel.

70. Der Durchmesser einer Kugel sei 5 Dm. Wie gross ist dann ihre Oberfläche?

71. Der Durchmesser des Mondes ist 480 Meilen. Wie gross ist seine Oberfläche?
72. Der Umfang der Erde ist 5400 Meilen. Wie gross ist ihre Oberfläche?
73. Der Durchmesser einer Kugel sei $3\frac{1}{2}$ Dm. Wie gross ist dann der Flächeninhalt 1) ihres grössten Kreises? 2) ihrer Oberfläche?
74. Der Durchmesser einer Kugel sei 24 Dm. Wie gross ist dann die Kappe eines Abschnitts von 3 Dm. Höhe?
75. Die Schnittfläche eines Kugel-Abschnitts hält 18 Dm. im Durchmesser und der Abschnitt ist 6 Dm. hoch. Wie gross ist seine krumme Fläche?
76. Ein Erdhügel hat die Gestalt eines Kugel-Abschnitts. Der Durchmesser der Grundfläche ist 3 M. 12 Zm. und seine Höhe 1,8 M. Wie gross ist seine krumme Oberfläche?
77. Die Oberfläche der Erde wird bekanntlich durch die beiden Wende- und Polarkreise in 5 Zonen geteilt: in eine heisse (47°), zwei gemässigte ($\text{à } 43^\circ$) und 2 kalte ($\text{à } 23\frac{1}{2}^\circ$ breit). Die heisse Zone ist senkrecht 685, jede gemässigte 446, und jede kalte Zone 71 Meilen hoch. Wie viel Qm. wird demnach jede Zone halten, wenn man die Erde als eine geometrische Kugel betrachtet, deren Durchmesser = 1719 Meilen ist?
78. Der Durchmesser der Erde verhält sich zum Durchmesser des Mondes wie 43:2. Wie verhalten sich ihre Oberflächen?
79. Die Oberflächen der 4 ersten Planeten (Merkur, Venus, Erde, Mars) verhalten sich zu einander wie 12208:95345:10000:28345. Wie verhalten sich ihre Durchmesser?
80. Eine hohle eiserne Kugel hält 14 Zm. im Durchmesser. Die Rinde ist $\frac{1}{2}$ Zm. dick. Wie schwer ist sie?
81. Die körperlichen Inhalte zweier Kugeln sollen sich zu einander wie 27:64 verhalten. Wie müssen sich demnach ihre Durchmesser verhalten?
82. Man hat 2 Kugeln von 7 und 9 Dm. Durchmesser und will noch eine dritte dazu machen, deren Inhalt so gross sein soll, als die beiden ersten zusammen. Wie lang muss der Durchmesser der dritten Kugel sein?

83. Wie lang muss man den Durchmesser einer Kugel machen, deren Inhalt gleich der Differenz zweier anderer Kugeln von 11 und 15 Zm. Durchmesser sein soll?
84. Man hat einen Zylinder, eine Kugel und einen Kegel von gleichen Durchmessern und Höhen nämlich 1 M.
1) Wie gross ist der Inhalt eines jeden Körpers? 2) Wie verhalten sich die Inhalte dieser 3 Körper zu einander?
85. Man hat einen Zylinder von 10 Zm. Durchmesser und 12 Zm. Höhe und einen Kegel von 14 Zm. Durchmesser und 18 Zm. Höhe, und will dazu eine Kugel verfertigen, deren Inhalt so gross sein soll, als der Zylinder und Kegel zusammen. Berechne den Durchmesser der Kugel.

S. 34. Von der Festigkeit der Körper.

Unter Festigkeit verstehen wir die Kraft, mit welcher ein fester Körper der Trennung seiner Teile widersteht. Drückt eine Kraft mit solcher Macht auf einen Körper, dass sie bei Steigerung ihn zu zerteilen vermag, so bemerkt man an dem Körper eine Formveränderung. Hört die Einwirkung der Kraft auf, ehe eine Zerteilung des Körpers stattgefunden hat, so nimmt der Körper seine ursprüngliche Form wieder an. Dies Verhalten nennt man Elastizität. Vollkommen ist die Elastizität, wenn der Körper nach dem Aufhören der Einwirkung jener Kraft seine ursprüngliche Form genau, unvollkommen, wenn er in diesem Falle seine ursprüngliche Form nicht wieder genau annimmt. Die Formveränderung im ersten Falle nennt man elastische, im zweiten Falle eine bleibende. Die Grenze dieser elastischen und bleibenden Formveränderung nennt man die Elastizitätsgrenze. Die Kenntniss der Elastizitätsgrenze ist für die Praxis von Wichtigkeit, da man Baukonstruktions- oder Maschinenteile niemals auch nur bis zur Elastizitätsgrenze anstrengen darf. Nach

den verschiedenen Arten der einwirkenden Kraft unterscheidet man 1) Widerstand gegen Zerreißen durch eine auf einen Körper in der Richtung seiner Längsaxe wirkende Zugkraft: absolute Festigkeit. 2) Widerstand gegen Zerbrechen durch eine auf die Längsaxe eines Körpers senkrecht wirkende Kraft: relative Festigkeit. 3) Widerstand gegen Zerdrücken durch eine auf den Körper wirkende Kraft: Druckfestigkeit. 4) Widerstand gegen zeitliche Ausbiegung (Zerknicken) durch eine in der Richtung der Längsaxe des Körpers drückende Kraft: relativ-rückwirkende Festigkeit.

1. Absolute Festigkeit.

Die absolute Festigkeit ist proportional der Grösse des Querschnittes und unabhängig von der Gestalt desselben sowie von der Länge des Körpers. Um die absolute Festigkeit eines Körpers zu messen, befestigt man einen Stab desselben von bekanntem Querschnitt am oberen Ende und hängt an das untere Ende eine Wagschale, in welche man so lange Gewichte legt, bis der Körper zerreisst. Diese Gewichte $+$ dem Gewicht der Wagschale $+$ dem Gewicht des abgerissenen Stückes jenes Körper gibt den Koeffizienten der absoluten Festigkeit des letzteren. Ist F die Kraft, welche einen Körper vom Querschnitt 1 zerreisst, so hat man für die absolute Festigkeit eines Körpers vom Querschnitt q die Formel $P = q F$. Aus dieser Formel lassen sich die in der Praxis erforderlichen Stärken gezogenen Stäbe berechnen, wenn man der nötigen Sicherheit wegen bei Metallen etwa $\frac{1}{2}$, bei Hölzern etwa $\frac{1}{3}$ der durch die Versuche ermittelten absoluten Festigkeit in Rechnung bringt.

Nachstehende Tabelle erhält den in Kilogrammen ausgedrückten Modul der absoluten Festigkeit für die am meisten gebrauchten Materialien für den Querschnitt von Quadrat-Zentimeter. Der in der dritten Reie angegebene Sicherheitsmodul gibt an, wie viel der genannten Körper bei 1 Quadrat-Zentimeter Querschnitt mit Sicherheit tragen kann, ohne zu zerreißen.

Tabelle über das Maass der absoluten Festigkeit für einen Querschnitt von 1 Quadrat-Zentimeter.

Namen der Körper.	Festigkeits- modul Kg.	Sicherheits- modul Kg.
Eisendrat	6000—7000	1000—1200
Gehämmertes Eisen	3000—6000	500—1000
Eisenblech	4000	650
Gusseisen	1350	230
Stal	8000	1400
Kupfer, gegossen	1340	220
„ geschmiedet	2400	400
Kupferblech	2100	350
Messingdrat, harter	4100	700
„ weicher, dünner	7000	1200
Zinn	350	60
Blei	100	20
Steine, feinkörnige	14	1,4
Backsteine	18	1,8
Eichenholz(Sommer- und Stein- eiche)	1500	150
Eichenholz, gemeines	800—900	80—90
Andere Nutzhölzer	800—900	80—90
Riemen	60	20
Seile unter 3 Zm. dick	620	200
„ bis 1 Dm.	480	160
„ „ 1 Dm.	340	115

2. Relative Festigkeit.

Die relative Festigkeit kommt hauptsächlich bei Balken in Betracht. Die Länge des Balkens wird hierbei stets vom Unterstützungspunkt zu Unterstützungspunkt gerechnet. Bei Bestimmungen der Tragkraft wird zugleich mit den angehängten Gewichten das ganze Gewicht des Balkens in Anschlag gebracht, wenn die Last gleichförmig auf demselben verteilt war, ist die Last in der Mitte seiner Länge konzentriert, so bringt man nur das halbe Gewicht des Balkens in Rechnung.

Die Tragfähigkeit hängt von der Länge des Balkens, von der Grösse und Gestalt seines Querschnitts und von der Art und Weise ab, wie die Last auf den Balken einwirkt und wie der Balken unterstützt wird. Die Tragfähigkeit eines Balkens mit rechteckigem Querschnitt ist seiner Breite direkt und dem Quadrat seiner Länge indirekt proportional. In Betreff der Grösse seines Querschnitts bei sonst gleichen Verhältnissen gilt der Satz: Die Tragvermögen zweier Balken von gleicher Länge, aber von verschiedenen quadratischen oder runden Querschnitten, verhalten sich zu einander wie die Kuben der Seiten oder der Durchmesser dieser Querschnitte. Die Tragvermögen zweier Balken von gleicher Länge, aber von verschiedenen grossen Querschnitten verhalten sich zu einander einfach proportional wie ihre Breiten, und quadratisch proportional wie ihre Höhen. Trägt ein Balken von 2 Zm. Breite und 3 Zm. Höhe 7000 Kg., so trägt ein anderer gleich langer und aus gleichem Material bestehender von 15 Zm. Breite und 25 Zm. Höhe

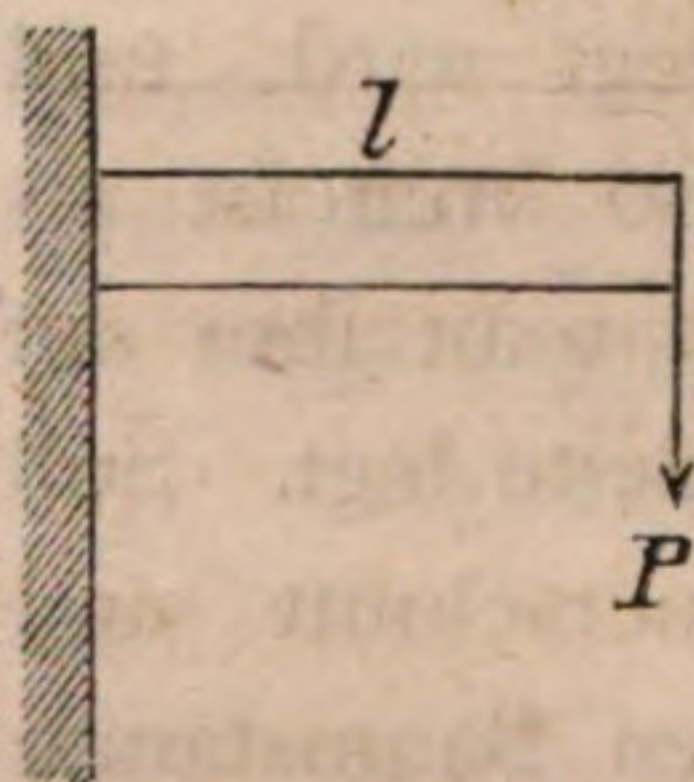
$$7000 \cdot \frac{15^3}{2^3} \cdot \frac{3^3}{25^3} = 208\frac{1}{3} \text{ Kg.}$$

Ein Balken von quadratischem Querschnitte trägt mehr, wenn er auf eine Seite, als wenn er auf eine Kante gestellt wird, bei rektangulärem Querschnitt mehr, wenn er auf die schmale, als wenn er auf die breite Seite gelegt wird, und zwar trägt er, wenn die eine Seite doppelt so breit ist als die andere, eine doppelt so grosse Last wenn man ihm auf die schmale, als wenn man ihn auf die breite Seite legt. Soll ein hölzerner Balken von rektangulärem Querschnitt und grösstmöglicher Tragfähigkeit aus einem runden Baumstamm gezimmert werden, so hat man oben angegebenes Verfahren anzuwenden. Für die Tragfähigkeit gusseiserner Balken ist ein T förmiger Querschnitt am günstigsten, wenn die Breite der Unterflausche 1, die Breite der Oberflausche 2,17, die Dicke der beiden Flauschen 0,3, die Dicke der Mittelrippe 0,25 und die ganze Höhe 6,35 beträgt. Die Gestalt des Querschnittes, bei gleicher Grösse desselben ist ebenfalls von Einfluss, und zwar ist die Tragkraft eines Balkens mit quadra-

tischem Querschnitt geringer als die eines solchen mit rektangulärem Querschnitt, wenn letzterer auf seiner schmalen Seite ruht. Die Tragkraft eines Balkens mit quadratischem Querschnitt, der auf einer Seite ruht, verhält sich zur Tragkraft eines Balkens mit entsprechendem kreisrunden Querschnitt wie 6:5. Der elliptische Querschnitt mit aufrecht grosser Axe vergrössert die Tragkraft gegenüber dem kreisrunden.

In Betreff der Art, wie der Balken befestigt ist und wie die Last wirkt, gelten bei gleicher Länge folgende Sätze: Ist der Balken an einem Ende in horizontaler Lage befestigt, am andern ganz frei, und hänge die Last an dem freien Ende, so ist die Tragkraft = 1. Ist die Last unter sonst gleichen Verhältnissen über den ganzen Balken verteilt, so ist die Tragkraft = 2. Sind beide Enden unterstützt und hängt die Last in der Mitte, so ist die Tragkraft = 4. Dasselbe gilt für den in der Mitte unterstützten und an beiden Enden freien Balken. Sind beide Enden unterstützt, und ist die Last gleichmässig verteilt, so ist die Tragkraft = 8. Dieselbe Tragkraft besitzt der an beiden Enden eingemauerte Balken, wenn die Last in der Mitte hängt; ist sie aber in diesem Falle gleichmässig verteilt, so ist die Tragkraft = 12.

1. Ist der Balken an einem Ende fest und wirkt am andern Ende eine Kraft senkrecht abwärts, so ist bei rechtwinkligem Querschnitt, wenn die Balkenlänge mit l , die Breite des Querschnittes mit b , die Höhe mit h , der Festigkeitsmodul mit k bezeichnet wird



$$P = \frac{b \cdot h^2}{1} \cdot \frac{k}{6}$$

Fig. 18.

bei quadratischem Querschnitt, wenn a die Quadratsseite bezeichnet:

$$P = \frac{a^3}{1} \cdot \frac{k}{6}$$

bei kreisförmigem Querschnitt, wenn r der Radius ist:

$$P = \frac{\pi r^3}{1} \cdot \frac{k}{4}$$

2. Ist die Last gleichmässig verteilt, so hat man bei einem rechteckigen Querschnitt:

$$P = \frac{2 \cdot b \cdot h^2}{b} \cdot \frac{k}{6}$$

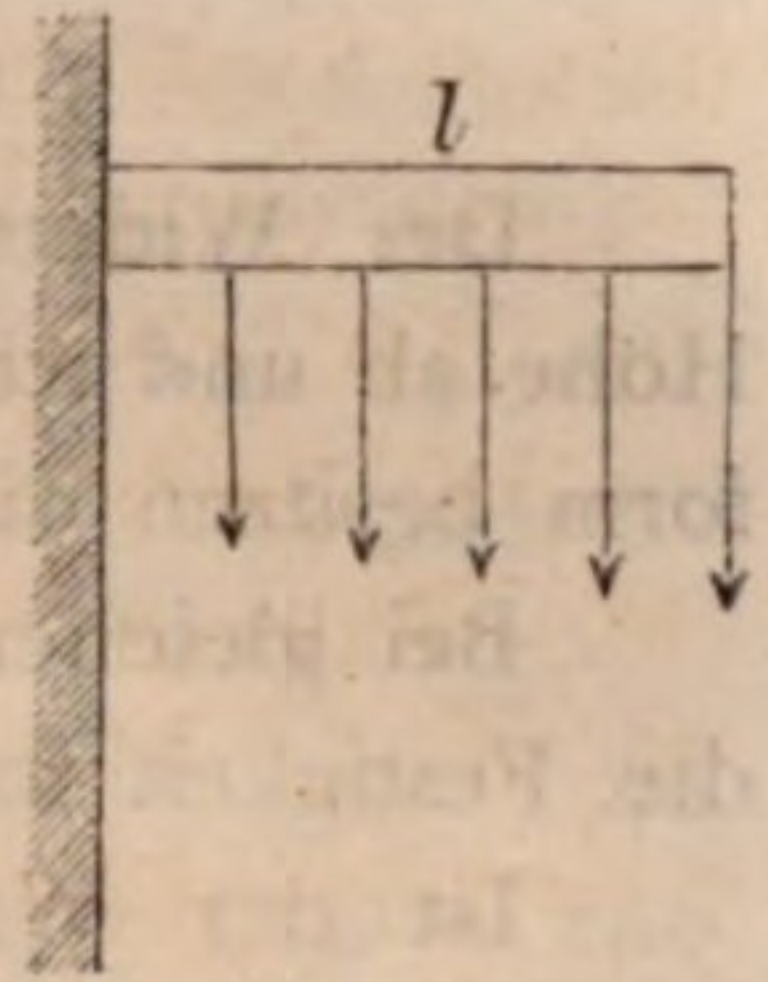


Fig. 19.

3. Ist ein Balken an beiden Enden unterstützt und in der Mitte belastet, so ist:

$$P = \frac{4 \cdot b \cdot h^2}{b} \cdot \frac{k}{6}$$

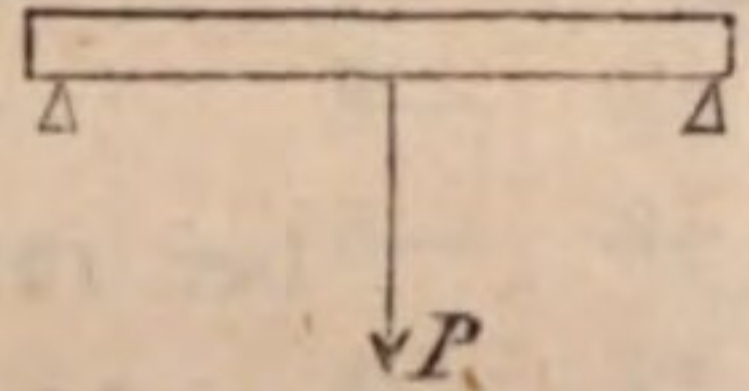


Fig. 20.

4. Ist dieser Balken gleichmässig belastet, so ist

$$P = \frac{8 \cdot b \cdot h^2}{l} \cdot \frac{k}{6}$$

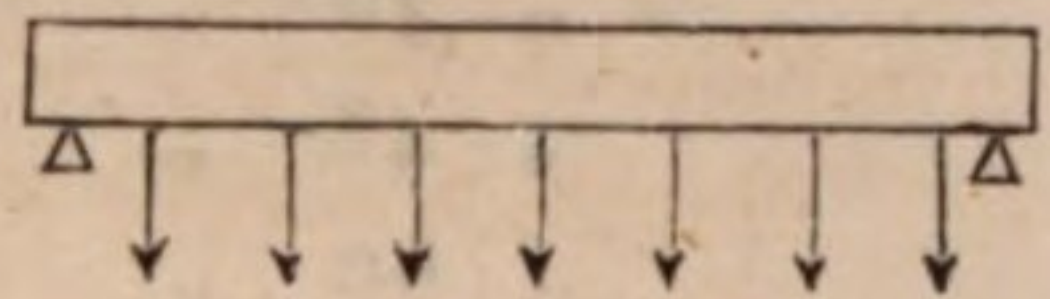


Fig. 22.

5. Ist der Balken an beiden Enden eingemauert und gleichmässig belastet so ist:

$$P = \frac{16 \cdot b \cdot h^2}{l} \cdot \frac{k}{6}$$

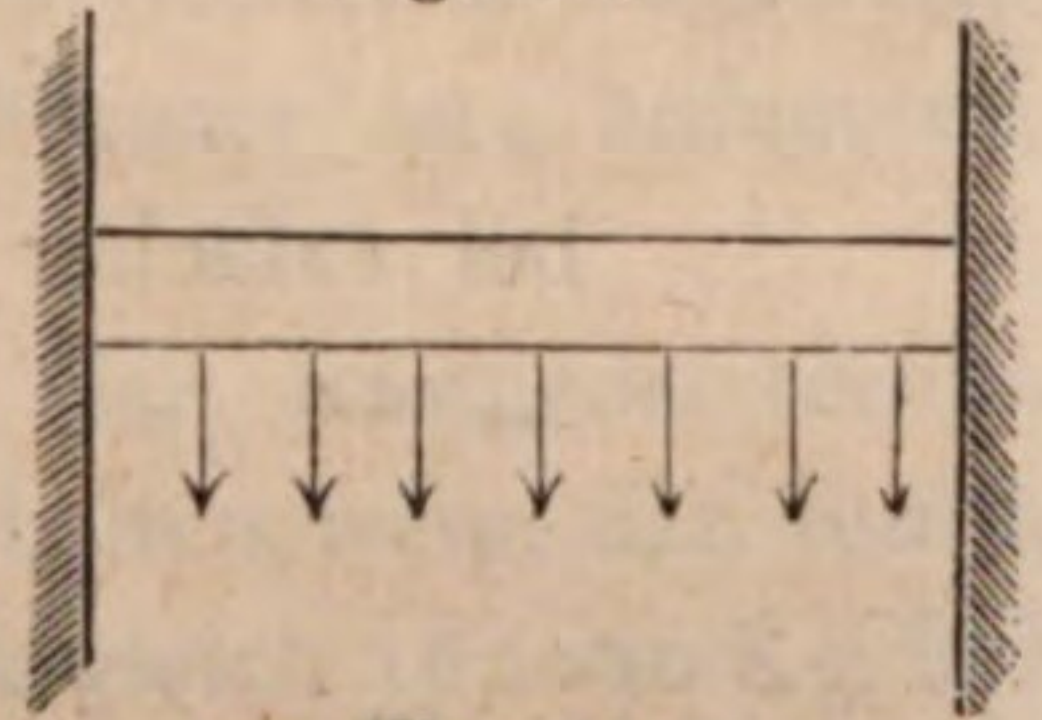


Fig. 23.

Tabelle über das Maass der relativen Festigkeit für einen Querschnitt von 1 Quadrat-Zentimeter.

Namen der Körper.	Festigkeitsmodul Kg.	Sicherheitsmodul Kg.
Buchenholz	700—1600	70—160
Eichenholz	550—1600	55—160
Fichte oder Rottanne	550—900	55—90
Kiefernholz	480—1200	48—120
Tannenholz	480—960	48—96
Ulmenholz	400—800	40—80
Gusseisen	1700—4000	600—1400
Schmiedeeisen	1400—3200	500—1100
Kalkstein	48—120	12—30
Sandstein	40—55	10—14
Ziegelsteine	13—23	3—6

3. Rückwirkende Festigkeit.

Der Widerstand gegen das Zerdrücken nimmt mit der Höhe ab und wächst mit dem Querschnitt. Körper in Würfel-
form besitzen die grösste rückwirkende Festigkeit.

Bei gleichem Querschnitt und zunehmender Höhe nimmt die Festigkeit folgendermassen ab:

Ist der Widerstand bei einer Höhe gleich der Dicke, gleich 1, so ist:

Für Bauhölzer

bei 12facher Höhe der Widerstand	=	$\frac{5}{6}$
„ 24 „ „ „	=	$\frac{1}{2}$
„ 36 „ „ „	=	$\frac{1}{3}$
„ 48 „ „ „	=	$\frac{1}{6}$
„ 60 „ „ „	=	$\frac{1}{12}$

Für Schmiedeeisen

bei 12facher Höhe der Widerstand	=	$\frac{5}{8}$
„ 24 „ „ „	=	$\frac{1}{2}$

Für Gusseisen

bei 4facher Höhe der Widerstand	=	$\frac{2}{3}$
„ 8 „ „ „	=	$\frac{1}{2}$
„ 36 „ „ „	=	$\frac{1}{15}$

*Tabelle über das Maass der rückwirkenden Festigkeit für
1 Kubikzentimeter in Kilogrammen.*

Namen der Körper.	Festigkeits- modul Kg.	Sicherheits- modul Kg.
Gusseisen	10000	2000
Schmiedeeisen	5000	1000
Kupfer	4000—8000	800—1600
Kanonenmetall	25000	5000
Eichenholz	200— 460	20— 46
Rottannen- und Fichtenholz .	450— 550	45— 55
Weisstannenholz	140	14

Namen der Körper.	Festigkeits- modul Kg.	Sicherheits- modul Kg.
Basalt	2000	200
Porphyr	2450	240
Gneis	350	35
Granit	400—800	40—80
Marmor	300—1000	30—100
Gyps	50—70	5—7
Kalkstein	80—400	8—40
Sandstein	80—800	8—80
Backstein	40—150	4—15
Mörtel	30—60	3—6

Aufgaben.

86. Welche Last kann eine runde schmiedeeiserne Zugstange, deren Durchmesser gleich 4 Zentimeter ist, aufnehmen, ohne zu zerreißen?
87. Welchen Durchmesser sollen die vier schmiedeeisernen Säulen einer hydraulischen Presse erhalten, wenn der, durch die Presse ausgeübte, höchste Druck gleich 160000 Kg. ist?
88. Wie gross ist der Querschnitt einer Hängesäule von Tannenholz zu nehmen, wenn dieselbe eine andauernde Last von 40000 Pfund tragen soll?
89. Ein quadratförmiger und zylinderförmiger Balken haben gleiche Grundfläche. Wie verhält sich die Festigkeit des ersteren zu der des letzteren?
90. Ein Baustamm hat einen Kreis zur Grundfläche. Wie verhält sich die Festigkeit desselben zu der Festigkeit des daraus gesägten Balkens mit quadratförmiger Grundfläche?
91. Welche Last kann ein Balken von Tannenholz an einem Ende tragen, der 2,5 M. lang, 22 Zentimeter breit, 33 Zentimeter hoch ist, one abzuberechnen, wenn er mit dem andern Ende eingemauert ist?
92. Welche Breite und Dicke sollen die eichenen Balken eines Getreidemagazins erhalten, wenn dieselben bei einer freien Länge von 6 M. an beiden Enden eingemauert sind und

das Verhältniss der Breite zur Dicke wie 5 : 7 gemacht wird?

93. Wie dick müssen die gusseisernen Zapfen einer Wasserradwelle sein, wenn das Rad sammt Welle 25000 Kg. wiegt und 5,5 Kubikmeter Wasser hält und wenn die Zapfenlänge gleich seiner Dicke ist?

Anmerkung: Man macht für die Stärke am Wellzapfen, damit sie volle Festigkeit bieten, folgende Angaben, wo P den Druck bezeichnet, welchen die Zapfen auszuhalten haben.

- a. Für Wasserräder, deren Zapfenlänge der Dicke gleich ist, soll für Eisen

$$d = 0,165 \sqrt{P} \text{ sein.}$$

Für kleinere Zapfen, deren Länge gewöhnlich = 1,2 d ist, soll

$$d = 0,18 \sqrt{P} \text{ sein.}$$

- b. Gutgeschmierte Zapfen für Wellen zur Bewegungsförderung sollen, bei einer Länge von = 1,2 d eine Dicke von

$$d = 0,13 \sqrt{P} \text{ erhalten.}$$

- c. Für die schmiedeeisernen Axen der Furwerke, welche die geringsten Dimensionen erhalten sollen, soll, wenn b ihre Länge bedeutet,

$$d = 0,0113 \sqrt[3]{P \cdot l} \text{ sein.}$$

S. 35. Zur Berechnung von Entschädigungen für entzogenes Triebwasser.

Den wasserrechtlichen Entscheidungen der Gerichte fehlt es in den meisten Fällen an positiven Grundlagen und Erfahrungssätzen, — man begnügt sich daher, weil dieselben sehr schwierig festzustellen sind, mit Experten, welche bei vorkommenden Wasserprozessen sich über eine zu leistende Entschädigungssumme einigen, die aber für gewöhnlich keinen der streitenden Interessenten zufriedenstellt.

Die Anlage des Saar-Kolenkanals erforderte es, dass den an der oberen Saar gelegenen Mühlen zur Speisung des Kanals namentlich bei regenarmen Jaren, zeitweise das Betriebswasser entzogen werden musste. Die französische Verwaltung des Landes zog es vor, die Feststellung einer zu gewährenden Entschädigung nicht von der gesetzlich zulässigen Expropriation, sondern von ganz positiven Ermittlungen über Wassermasse und Wert derselben abhängig zu machen. Es war dieses ein offener administrativer Felgriff, denn wenn das Bestreben, jedem Müller den Verlust an Wasser gewissenhaft zu entschädigen nur zu loben ist, so wären einmal dem Staatsschatze hunderttausende von Franken durch eine sofortige Expropriation erspart worden, und zum Anderen ist man schliesslich doch zu der Ueberzeugung gelangt, dass eine in allen Teilen unanfechtbare Berechnung des durch die Wasserentziehung verursachten Verlustes faktisch unmöglich ist. Tatsache ist, dass heute, also nach ungefähr 15 Jaren, erst zwei Mühlen ihre Entschädigungen, jedoch nicht durch die Gerichte, sondern durch die Vermittelung der Wasserbau-Ingenieure, also durch gegenseitige Vereinbarung erhalten haben.

a. Allgemeine technische und juridische Grundsätze.

1. Der Wasserbedarf einer Mühle steht im direkten Verhältniss zu der Anzal der Mahlgänge und im umgekehrten Verhältniss zu der Höhe des Gefälles.

2. Steht die Schütze des Wasserrades nicht senkrecht, wie das gewöhnlich der Fall ist, sondern z. B. $\frac{1}{9}$ geneigt, so findet man nach Doubuission, welcher für eine 63° geneigte Schütze einen Kontraktions-Koeffizienten von 0,75 feststellte, durch die Gleichung $\log. \text{tong. } a = \log. 9$ einen Wert für unsern Fall von $83^\circ 40''$. Nimmt man ferner an, dass zwischen 63° und 90° die Kontraktions-Koeffizienten im umgekehrten Verhältniss stehen, so erhält man den gesuchten Koeffizienten durch

$$0,65 \times \frac{90^\circ - 83^\circ 40''}{90^\circ - 63^\circ} = 0,673$$

Dazu ist zu bemerken, dass die Breite der Schützen nicht ohne Einfluss auf den Kontraktions-Koeffizienten ist, sondern

dass je breiter die Schütze ist, desto grösser der Koeffizient sein muss. (Formules de Claudel 1857, pag. 104.)

3. Ein Mühlenbesitzer ist nicht zu entschädigen nach dem Zustande, in welchem sich seine Mühle zur Zeit der Verleihung des Wasserrechts durch die frühere Landesherrschaft befand, sondern nach dem Zustande, in welchem sie sich während der Wasserentnahme befand, sogar wenn die Natur des Betriebes eine ganz andere geworden ist, als sie zur Zeit der Wasserkonzession gewesen ist (Entscheidung im französischen Staatsrat).

4. Der Wasserkonsum ist der Lichtenweite der Schützen direkt proportional etc.

b. Wert eines Kubikmeters Betriebswassers in
24 Stunden.

Durch die eingehendsten Untersuchungen war der Wasserkonsum und die Produktionsfähigkeit folgender Mühlen festgestellt worden:

Namen der Mühle.	Gänge.	Produktion in 24 Stunden Kg.	Wasserkonsum in 24 Stunden Kbm.	Gefälle. M.	Wasserkonsum bei 1,7 M. Gefälle Kbm.	Verhältnissmässiger Wasserkonsum pro 100 Kilog. Getreide in 24 Stunden Kbm.
A	2	2910	120,000	1.4	99,000	3402
B	2	2110	137,000	1.5	121,000	5762
C	3	3791	144,000	1.6	136,000	3588
D	3	3272	188,000	1.2	133,000	4064
E	3	3375	140,000	1.7	140,000	4148

Es handelte sich um die Feststellung einer Entschädigungssumme der Mühle zu E. Nach den praktischen Ermittlungen wurden in dieser Mühle gereinigtes Getreide gemahlen in 24 Stunden:

I. Gang	. . .	1800 K. — 2000 K.
II. „	. . .	1400 „ — 1600 „
III. „	. . .	1000 „ — 1200 „
Zusammen		<u>4200 K. — 4800 K.</u>
pro Tag im Mittel		4500 K.

Davon gehen ab:

$\frac{1}{9}$ Verlust der Zeit für Reinigung.

$\frac{1}{6}$ Zeitverlust für sonstigen Aufenthalt und feiern aller Art,
also: im Jaresdurchschnitt Leistung per Tag $= \frac{9}{10} \times \frac{5}{6} \times 4500 \text{ R.}$
 $= 3375 \text{ R. à } 1,50 \text{ Frc. per } 100 \text{ Kilogr.}$ Ertrag, ergibt ein
24stündiger Erträgniss von 50,62 Frc. oder 40,50 M. brutto.
Mithin Wert eines Kubikmeters Betriebswassers in 24 Stunden
 $\frac{50,62}{140,000} = 0,0361 \text{ Cts. oder } 0,0288 \text{ Pf.}$ Diese Zal wurde
nun zur Berechnung der zu kapitalisirenden Entschädigungs-
summe zu Grunde gelegt.

c. Berechnung der verbrauchten Wassermenge in
24 Stunden.

Der Zustand der Schützen bei der Mühle (E) war fest-
gestellt worden:

	Weite:	Normalhub:
I. Schütze	0,74 M.	0,24 M.
II. „	0,70 „	0,30 „
III. „	0,72 „	0,30 „

Der Stau über den Schützen war gewöhnlich $= 0,97 \text{ M.}$
Hiernach hätten die Schützen der Mühle (E) pro Sekunde
verbraucht:

	pCt:	Weite:	Hub:	
I.	0,65	0,74	0,24	$\sqrt[2]{2g\left(0,97 - \frac{0,24}{2}\right)}$
II.	0,65	0,70	0,30	$\sqrt[2]{2g\left(0,97 - \frac{0,30}{2}\right)}$
III.	0,65	0,72	0,30	$\sqrt[2]{2g\left(0,37 - \frac{0,30}{2}\right)}$

oder:

I.	0,474	Kbm. pro Sekunde.
II.	0,547	„ „ „
III.	0,563	„ „ „

Wasserverbrauch $= 1,584 \text{ Kbm. pro Sekunde.}$

„ in 24 Stunden 86,400 Sek. $= 136,857 \text{ Kbm.}$

Es ist jedoch zu beachten, dass der Wasserverbrauch ein

grösserer wird, sobald wegen Wassermangel die Schützen höher gezogen werden müssen und der Stau sinkt. Es ist daher die oben berechnete Wassermenge von 140,000 Kbm. als richtiger zu bezeichnen.

VI. ABSCHNITT.

§. 36. Die Logarithmen und ihre Anwendung.

Schon oft ist darauf hingewiesen worden, wie die Anwendung der Logarithmen bei landwirtschaftlichen Berechnungen von grossem Nutzen sei und doch ist mir ausser „Schubert, Matematisches Vademekum“ kein Werk für Landwirte bekannt, welches diese Berechnung mit aufgenommen hat, trotzdem die Anwendung der Logarithmen bei Lösung von Aufgaben mit hohen Potenzen und Wurzeln geradezu unentbehrlich ist. Die Rechnung wird durch die Logarithmen nicht allein abgekürzt, sondern auch zuverlässiger. Ehe wir jedoch zeigen, auf welche Weise man bei landwirtschaftlichen Berechnungen der Logarithmen sich bedienen kann, wollen wir selbst auf die Logarithmen näher eingehen.

Die Logarithmen überhaupt.

1. Die Potenz 2^4 führt zur Zal 16, so dass sich ergibt:

$$2^4 = 16;$$

durch Umkerung folgt hieraus:

$$2 = \sqrt[4]{16}.$$

Im ersten Falle ist 16 als Potenz durch die Basis 2 und den Exponenten 4 bestimmt. Im zweiten Falle ist 2 als Wurzel durch die Zal 16 und den Exponenten 4 dargestellt. Ausser diesen beiden Fällen gibt es noch einen dritten, in dem es sich um die Abhängigkeit des Exponenten 4 von den Zalen 2 und 16 handelt; und hier wird der vormalige

Exponent 4 der Logarithmus von 16 für die Basis 2 genannt. Es ist demnach:

$$4 = \log_2 16;$$

das wird gelesen: 4 ist des Logarithmus von 16 für die Basis 2.

Allgemein:

$$a^m = a$$

durch Umkerung:

$$a = \sqrt[m]{a}$$

und

$$m = \log_a a.$$

Wie hier die Zal 2, so kann jede andere beliebige Zal, die grösser als 1 ist, als Basis einer unendlichen Reihe von Potenzen auftreten, und nur in diesem Falle erhalten die Exponenten dieser Potenzen den Namen Logarithmen. Die Zusammenstellung der Zalen mit ihren zugehörigen Logarithmen, wie sich dieselben für eine angenommene Basis ergeben, bilden ein logarithmisches System.

2. Man hat alle Zalen als Potenzen von namentlich zwei Grundzalen dargestellt, von 10 (a) und von einer zwischen 2 und 3 liegenden Irrationalzal ($e = 2,7182818 \dots$). Die Logarithmen der Zalen für die Basis 10 heissen die gemeinen oder Briggs'schen Logarithmen, von ihrem allgemeinen Gebrauch und dem Mathematiker Briggs ($\dagger$ 1630). Die Briggs'schen Logarithmen werden ohne Angabe der Basis mit log. vulg., oder nur mit log. bezeichnet.

Die Logarithmen der Zalen für die Basis $e = 2,7182818 \dots$ heissen die natürlichen oder hyperbolischen oder auch die Napier'schen Logarithmen nach dem Schottländer Napier ($\dagger$ 1618).

Natürliche Logarithmen werden daher durch $\log^e$ oder durch log. nat. angedeutet.

Da für den gewöhnlichen Bedarf das Briggs'sche Logarithmen-system genügt, so beschäftigen wir uns nur mit diesem.

Die Briggs'schen Logarithmen.

Der Logarithmus von 1 ist gleich Null, und von jeder Potenz von 10 ist er gleich dem jedesmaligen Exponenten der Grundzal.

log.	1	= 0	denn	$10^0 = 1$
log.	10	= 1	„	$10^1 = 10$
log.	100	= 2	„	$10^2 = 100$
log.	1000	= 3	„	$10^3 = 1000$
log.	2	= 0,3010300 . .	„	$10^{0,3010300} = 2$
log.	5	= 0,6989700 . .	„	$10^{0,6989700} = 5$

Hier wird jede mit der Bezeichnung log. verbundene Zal Numerus genannt.

Nach diesem System ist wie eben angegeben

0 der Logarithmus von 1

1 „ „ „ 10

2 „ „ „ 100

3 „ „ „ 1000

u. s. w.

Diese Logarithmen heissen rationale; ihnen gegenüber stehen die irrationalen Logarithmen, sie liegen zwischen 1, 10, 100, 1000 u. s. w.

Der Logarithmus z. B., der zwischen 1 und 10 liegenden Zalen ist kleiner als 1, also ein Bruch, der desto grösser ist, je näher die zu logarithmirende Zal der 10 liegt. Die zwischen 10 und 100 liegenden Zalen haben 1 und einen mit ihnen wachsenden Bruch zum Logarithmus; die Zalen zwischen 100 und 1000 haben 2 und einen wachsenden Bruch zum Logarithmus.

Die Logarithmen aller Zalen ausser 1, 10 und deren Potenz werden demnach als irrationale Zalen in Dezimalbrüchen von beliebiger Stellenzal je nach dem Bedürfniss grösserer oder geringerer Annäherung dargestellt. Die Vega'schen Tafeln enthalten 7, andere Werke z. B. von Wittstein, August, enthalten 5, Müller hat sogar nur 4 Stellen.

Jeder irrationale Logarithmus besteht aus zwei Theilen, nämlich aus:

den Ganzen, Charakteristik oder Kennziffer genannt, und den Dezimalstellen, Mantisse genannt.

Die Charakteristik eines Logarithmus hängt von der Stellung des Dezimalzeichens im Numerus ab. Hat z. B. der Numerus in den Ganzen 3 Stellen, so ist die Charakteristik $3 - 1 = 2$; d. h. die Charakteristik des Logarithmus einer ganzen Zal ist immer um eins niedriger, als die letztere nebeneinander stehende Ziffern hat; z. B. der Logarithmus 0,7782 gehört, wie die Kennziffer 0 andeutet, einer einziffrigen ganzen Zal an, nämlich der Zal 7; der Logarithmus 2,6551 zu einer dreiziffrigen Zal, nämlich 452 u. s. w.

Mit andern Worten, die Charakteristik einer einstelligen ganzen Zal ist gleich:

$$(n - 1).$$

Für die Dezimalbrüche, z. B. 0,178, sind die Logarithmen dieselben wie für die ganzen Zalen, z. B. 178; nur wird die betreffende Charakteristik unter dem Minuszeichen dem Logarithmus hinten angehängt, während vor dem Logarithmus, durch ein Komma getrennt, eine Null steht; z. B. der Logarithmus der ganzen Zal 178 ist 2,2504, des Dezimalbruches 0,178 dagegen $= 0,2504 - 1$. Die Kennziffer $- 1$ deutet an, dass der Dezimalbruch mit Zehnteln beginnt, die Kennziffer $- 2$, dass er mit Hunderteln, $- 3$, mit Tausendteln beginnt u. s. w. Mit anderen Worten: Man hat der in den Logarithmentafeln gefundenen Zalen so viele Nullen vorzustellen, als die Minus-Kennziffer Einheiten enthält, und die erste Null durch ein Komma von den übrigen, etwa vorhandenen Nullen zu trennen.

Die Logarithmen von Zalen, welche mit denselben Ziffern in derselben Reihenfolge geschrieben sind und sich nur durch die Stelle des Komma unterscheiden, welches die Ganzen von den Dezimalstellen trennt, haben gleiche Mantissen und unterscheiden sich nur durch die Charakteristik von einander.

$$\log. 3456 = 3,5385737$$

$$\log. 345,6 = 2,5385737$$

$$\log. 34,56 = 1,5385737$$

$$\log. 3,456 = 0,5385737$$

$$\log. 0,3456 = 0,5385737 - 1$$

$$\log. 0,03456 = 0,5385737 - 2$$

$$\log. 0,003456 = 0,5385737 - 3$$

Die nachstehende Tabelle enthält die Logarithmen für die Zalen von 1 bis 1000; für 1 bis 99 findet man dieselben in der ersten Reihe, welche in der Tabelle mit 0 bezeichnet. Die mit 1 bis 9 bezeichneten Vertikalreihen geben die Logarithmen für jede dreistellige Zal zwischen 100 und 999.

Vierstellige Logarithmen der Zalen von 1—1000.

1	0000	2	3010	3	4771	4	6021	5	6990	6	7782	7	8451	8	9031	9	9542
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.						
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374	41						
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0756	38						
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106	35						
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430	32						
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732	30						
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014	28						
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279	26						
17	2305	2330	2355	2381	2406	2430	2455	2480	2504	2529	25						
18	2553	2578	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765	24						
19	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989	22						
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3202	21						
21	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404	20						
22	3424	3444	3464	3483	3503	3522	3541	3560	3579	3598	19						
23	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3748	3766	3784	18						
24	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962	18						
25	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133	17						
26	4150	4166	4183	4200	4216	4233	4249	4265	4281	4298	16						
27	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456	16						
28	4472	4487	4503	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609	15						
29	4624	4639	4654	4669	4684	4698	4713	4728	4742	4757	15						
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900	14						
31	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038	14						
32	5052	5065	5079	5092	5106	5119	5132	5146	5159	5172	13						
33	5185	5198	5211	5224	5238	5250	5263	5276	5289	5302	13						
34	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428	13						
35	5441	5453	5465	5478	5490	5502	5515	5527	5539	5551	12						
36	5563	5575	5587	5599	5611	5623	5635	5647	5659	5670	12						
37	5682	5694	5705	5717	5729	5740	5752	5763	5775	5786	12						
38	5798	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5900	11						
39	5911	5922	5933	5944	5955	5966	5977	5988	5999	6010	11						
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.						

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.
40	6021	6031	6042	6053	6064	6075	6085	6096	6107	6117	11
41	6128	6138	6149	6160	6170	6181	6191	6201	6212	6222	10
42	6233	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	6325	10
43	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425	10
44	6435	6444	6454	6464	6474	6484	6493	6503	6512	6523	10
45	6532	6542	6551	6561	6571	6580	6590	6599	6609	6618	10
46	6628	6637	6646	6656	6665	6675	6684	6693	6703	6712	9
47	6721	6730	6739	6749	6758	6767	6776	6785	6794	6803	9
48	6812	6822	6831	6840	6849	6857	6866	6875	6884	6893	9
49	6902	6911	6920	6929	6937	6946	6955	6964	6972	6981	9
50	6990	6998	7007	7016	7024	7033	7042	7050	7059	7067	9
51	7076	7084	7093	7101	7110	7118	7127	7135	7143	7152	8
52	7160	7168	7177	7185	7193	7202	7210	7218	7226	7235	8
53	7243	7251	7259	7267	7275	7284	7292	7300	7308	7316	8
54	7324	7332	7340	7348	7356	7364	7372	7380	7388	7396	8
55	7404	7412	7419	7427	7435	7443	7451	7459	7466	7474	8
56	7482	7490	7497	7505	7513	7521	7528	7536	7544	7551	8
57	7559	7566	7574	7582	7589	7597	7604	7612	7619	7627	8
58	7634	7642	7649	7657	7664	7672	7679	7686	7694	7701	7
59	7709	7716	7723	7731	7738	7745	7753	7760	7767	7774	7
60	7782	7789	7796	7803	7810	7818	7825	7832	7839	7846	7
61	7853	7860	7868	7875	7882	7889	7896	7903	7910	7917	7
62	7924	7931	7938	7945	7952	7959	7966	7973	7980	7987	7
63	7993	8000	8007	8014	8021	8028	8035	8041	8048	8055	7
64	8062	8069	8075	8082	8089	8096	8102	8109	8116	8122	7
65	8129	8136	8143	8149	8156	8162	8169	8176	8182	8189	7
66	8195	8202	8209	8215	8222	8228	8235	8241	8248	8254	7
67	8261	8267	8274	8280	8287	8293	8300	8306	8312	8319	6
68	8325	8332	8338	8344	8351	8357	8363	8370	8376	8382	6
69	8389	8395	8401	8407	8414	8420	8426	8432	8439	8445	6
70	8451	8457	8463	8470	8476	8482	8488	8494	8500	8507	6
71	8513	8519	8525	8531	8537	8543	8549	8555	8561	8567	6
72	8573	8579	8585	8591	8597	8603	8609	8615	8621	8627	6
73	8633	8639	8645	8651	8657	8663	8669	8675	8681	8686	6
74	8692	8698	8704	8710	8716	8722	8727	8733	8739	8745	6
75	8751	8756	8762	8768	8774	8780	8785	8791	8797	8802	6
76	8808	8814	8820	8825	8831	8837	8842	8848	8854	8859	6
77	8865	8871	8876	8882	8887	8893	8899	8904	8910	8915	6
78	8921	8927	8932	8938	8943	8949	8954	8960	8965	8971	6
79	8976	8982	8987	8993	8998	9004	9009	9015	9020	9026	6
80	9031	9036	9042	9048	9053	9058	9063	9069	9074	9080	5
81	9085	9090	9096	9101	9106	9112	9117	9122	9128	9133	5
82	9188	9143	9149	9154	9159	9165	9170	9175	9180	9186	5
83	9191	9196	9201	9207	9212	9217	9222	9227	9232	9238	5
84	9243	9248	9253	9258	9263	9269	9274	9279	9284	9289	5
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.
85	9294	9299	9304	9310	9315	9320	9325	9330	9335	9340	5
86	9345	9350	9355	9360	9365	9370	9375	9380	9385	9390	5
87	9395	9400	9405	9410	9415	9420	9425	9430	9435	9440	5
88	9445	9450	9455	9460	9465	9469	9474	9479	9484	9489	5
89	9494	9499	9504	9509	9513	9518	9523	9528	9533	9538	5
90	9542	9547	9552	9557	9562	9567	9571	9576	9581	9586	5
91	9590	9595	9600	9605	9610	9614	9619	9624	9628	9633	5
92	9638	9643	9647	9652	9657	9661	9666	9671	9676	9680	5
93	9685	9690	9694	9699	9704	9708	9713	9717	9722	9727	5
94	9731	9736	9741	9745	9750	9754	9759	9763	9768	9773	5
95	9777	9782	9786	9791	9796	9800	9805	9809	9814	9818	5
96	9823	9827	9832	9836	9841	9845	9850	9854	9859	9863	4
97	9868	9872	9877	9881	9886	9890	9895	9899	9903	9908	4
98	9912	9917	9921	9926	9930	9934	9939	9943	9948	9952	4
99	9956	9961	9965	9970	9974	9978	9983	9987	9991	9996	4
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.

Mit Hülfe der Differenzen lassen sich auch die Logarithmen für vierstellige Zalen und ebenso lässt sich jede vierstellige Zal aus den Logarithmen leicht berechnen. Um den Logarithmus einer vierstelligen Zal zu berechnen, hat man die vierte Stelle der betreffenden Zal mit der Differenz zu multiplizieren und das Produkt zu dem, in der Tabelle stehenden Logarithmen zu addiren, so dass der letztere dadurch zu einem fünfstelligen Logarithmus wird. Sucht man z. B. den Logarithmus für die Zal 6534, so ist die Kennziffer 3. Den Logarithmus für die Zal 653 gibt die Tabelle an, nämlich 8149, addirt man hierzu $4 \times 7 = 28$

8149

28

81518 also 3,81518 = Log. für 6534.

Soll aus einem gegebenen Logarithmus die entsprechende vierstellige Zal gesucht werden, so hat man nur an den Unterschied des gegebenen und des in der Tabelle aufgeführten nächst kleineren Logarithmus eine Null anzuhängen und die so erhaltene Zal durch die Differenz zu dividiren. Hat man z. B. den Logarithmus 3,5862, so sucht man in der Tabelle den nächst kleineren und findet 5855, welcher zu der Zal 385 gehört. Der Unterschied dieser beiden Loga-

ritmen beträgt 7, eine Null angehängt gibt 70, durch die Differenz 11 dividirt gibt 6; die gesuchte Zal für den Logarithmus $3,5862 = 3856$.

Hat man mit Zalen die grösser als 10000 sind zu rechnen, so kann man die Zal abrunden, oder man muss sich der vollständigeren Logarithmentafeln bedienen. Bei landwirtschaftlichen Berechnungen genügen die Logarithmen bis 10000.

§. 37. Rechnung mit Logarithmen.

Die Einrichtung und der Gebrauch der logarithmischen Tafeln, soweit sie hier nicht mitgeteilt, findet sich in allen Logarithmen-Tafeln ausführlicher erklärt. In Beziehung auf die Lösung der beiden Aufgaben:

1. zu einer gegebenen Zal den zugehörigen Logarithmus zu finden,
2. zu einem gegebenen Logarithmus die zugehörige Zal zu finden, verweisen wir auf das Gegebene.

Mit Hülfe der Logarithmen verwandelt sich

- I. das Multiplizieren in Addiren,
- II. das Dividiren in Subtrahiren,
- III. das Potenziren in Multiplizieren,
- IV. das Radiziren in Dividiren.

- a. Die Zalen 11, 12, 13 sind mit einander zu multiplizieren

$$\begin{aligned}\log. 11 &= 1,0414 \\ \log. 12 &= 1,0792 \\ \log. 13 &= 1,1139 \\ \text{addirt} &= 3,2345.\end{aligned}$$

Die zugehörige Zal zu dem log. 3,2345 beträgt 171. Demnach ist $11 \times 12 \times 13 = 171$.

b. In den Erbsen findet man durchschnittlich 22,4% Proteinsubstanz und 52,3% sogenannte stickstofffreie Nährstoffe, wie viel von den betreffenden Substanzen ist in 6535 Pfd. enthalten?

Aus dieser Aufgabe ergibt sich die Proportion

$$\begin{aligned}1 : 0,224 &= 6535 : x \text{ und} \\ 1 : 0,523 &= 6535 : x\end{aligned}$$

Statt die Multiplikation auszuführen sucht man die betreffenden Logarithmen und addirt sie.

$$\begin{array}{rcl} \log. 6535 & = & 3,81465 \\ + \log. 0,224 & = & 0,35030 - 1 \\ \hline & & 4,16495 - 1 \end{array} \qquad \begin{array}{rcl} \log. 6535 & = & 3,81465 \\ + \log. 0,523 & = & 0,71850 - 1 \\ \hline & & 4,53315 - 1 \end{array}$$

Ist, wie in diesem Falle, die dem Logarithmus etwa angehängte negative Kennziffer kleiner, als die vor dem Logarithmus stehende positive Kennziffer, so wird die erstere von der letzteren, ist sie grösser, die letztere von der ersteren abgezogen; hier erhält man dadurch die Kennziffer 3. Dem Logarithmus 3,16495 entspricht die Zahl 1461, dem Logarithmus 3,53315 die Zahl 3414.

c. 2366 durch 16 zu dividiren.

$$\begin{array}{rcl} \log. 2366 & = & 4.3.7.4.0.1 \\ \log. 16 & = & 2.2.0.4.1.2 \\ \hline & & 2,16989 = 146 \end{array}$$

d. Enthält die Roggenkleie 14,5% Protein, wie viel hat man davon zu verfüttern, wenn man den Tieren in diesem Futter 486 Pfd. Proteinsubstanz reichen will?

$$\begin{array}{rcl} \log. 486 & = & 2,6866 \\ \log. 0,145 & = & 0,1614 - 1 \end{array}$$

In diesem Falle hat man zuerst die Kennziffer des ersten Logarithmus zu vergrössern und hinten gleich — 10 anzuhängen.

$$\begin{array}{rcl} 12,6866 & - & 10 \\ - 0,1614 & - & 1 \\ \hline 12,5252 & - & 9 = 3,5252 = 2252 \text{ Pfd.} \end{array}$$

e. Wie heisst die 7. Potenz von 6564

$$\begin{array}{rcl} \log. 6564 & = & 3,81777 \\ & & 7 \\ \hline & & 26,72019 \end{array}$$

demnach $6564^7 = 525037\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000$.

Man sucht den Logarithmus der gegebenen Zahl; multiplizire denselben mit dem gegebenen Exponenten; suche zu diesem Produkte als Logarithmus die zugehörige Zahl, so ist dies die gesuchte Potenz.

f. Ist der Dignand eine negative Zahl, so berechnet man die Potenz der gleich grossen absoluten Zahl, und bestimmt

nachträglich das Vorzeichen der Potenz. Z. B. sei $0,5673^9$ zu suchen:

$$\log. 0,5673 = 0,75381 - 1$$

$$\frac{9}{6,78429 - 9} = 0,78429 - 3$$

folglich $0,5673^9 = 0,00608542$.

g. Ist der Exponent eine vielziffrige Zal, so addirt man zum Logarithmus des Logarithmus den Logarithmus des Exponenten
z. B. $x = 23,90087^{11,087023}$

$$\log. x = 1,1087023. \log. 2390087 = 1,1087023. 1,378413 = a$$

$$\log. a (= \log. \log. x) = \log. 1,1087023 + \log. 1,3784137 (=$$

$$\log. \log. 23.90087)$$

$$= 0,0448149 + 0,1393796 = 0,1841945$$

$$a = 1,5282504 = \log. x.$$

$$x = 33,748186.$$

h. Wurzeln mit Hülfe der Logarithmen auszuziehen, findet grösstenteils dann nur Anwendung, wenn der Wurzelexponent grösser als 3 ist. Zu diesem Zwecke neme man aus der Logarithmen-Tafel den Logarithmus der gegebenen Zal; dividire denselben durch den gegebenen Wurzelexponenten und suche zu dem erhaltenen Quotienten als Logarithmus die zugehörige Zal, so wird dies die gesuchte Wurzel sein.

Den Ausdruck $x = \sqrt[20]{0,4}$ zu berechnen.

$$\text{Es ist } \log. x = (\log. 0,4) : 20 = (0,602060 - 1) : 20$$

$$\text{oder } \log. x = (19,6020600 - 20 : 20) = 0,9801030 - 1$$

$$\text{daher } x = 0,955219. \dots$$

Ferner: $\sqrt[3]{0,009183}$

$$\log. 0,009183 = 0,96298 - 3$$

$$\log. \sqrt[3]{0,009183} = \frac{0,96298 - 3}{3} = 0,32099 - 1$$

$$\text{folglich } \sqrt[3]{0,009183} = 0,20941.$$

i. Eine Potenz, deren Exponent ein Bruch ist, heisst Bruchpotenz.

Bei Bruchpotenzen sucht man den Logarithmus des Dignanden, multipliziert denselben mit dem Zähler des Potenzexponenten und dividirt das erhaltene Produkt mit dem Nenner des letzteren und sucht endlich zu dem erhaltenen Quotienten die zugehörige Zal.

$$\text{z. B. } 4,5678^{5/6}$$

$$\log. 4,5678 = 0,65971$$

$$\log. 4,5678^5 = 5 \cdot 0,65971 = 3,29855$$

$$\log. 4,5678^{5/6} = \frac{3,29855}{6} = 0,54976$$

$$\text{folglich } 4,5678^{5/6} = 3,54616.$$

Aufgaben.

Aufsuchen der Briggs'schen Logarithmen für Zalen
und der Zalen für gegebene Logarithmen

- | | |
|---|---------------------------------------|
| 1. log. 22 | 2. log. 97 |
| 3. log. 576. | 4. log. 938. |
| 5. log. 4277. | 6. log. 9543. |
| 7. log. 12742. | 8. log. 62956. |
| 9. log. 637024. | 10. log. 5873156. |
| 11. log. 2,79584. | 12. log. 5,994263. |
| 13. log. 0,87942. | 14. log. 0,000571235. |
| 15. log. $8^{4/5}$. | 16. log. $7^{7/9}$. |
| 17. log. 12^4 . | 18. log. $15^{4/7^6}$. |
| 19. log. $\sqrt[4]{12^{4/9}}$. | 20. log. $\sqrt[3]{13^{1/2}}$. |
| 21. log. $\sqrt[4]{72,5^3}$. | 22. log. $\sqrt[6]{87,36^5}$. |
| 23. log. $\sqrt[8]{\frac{(5,32)^5}{(0,896)}}$. | 24. log. $\sqrt[3]{\frac{1}{9,42}}$. |
| 25. log. log. 4. | 26. log. log. 256. |
| 27. log. log. 1,17. | 28. log. log. 59. |
| 29. log. log. $\sqrt[4]{336}$. | 30. log. log. $\sqrt[5]{9872}$. |
| 31. num. log. 3,4775897. | 32. num. log. 0,8426315. |
| 33. num. log. (0,9753124 — 1). | 34. num. log. (0,7768859 — 2). |

35. num. log. ($-0,3964275$). 36. num. log. ($-3,4218508$).
 37. num. log. $\frac{3}{5}$. 38. num. log. $\frac{17}{40}$.
 39. num. log. $\sqrt[3]{16}$. 40. num. log. $\sqrt[4]{5,24}$.

Wirkliche Berechnung von Zalenausdrücken mittelst
der Logarithmen.

41. $956,0482 \times 0,73298 \times 0,099875 =$
 42. $750,894 \times 35,965 \times 0,9412 \times 0,073648 =$
 43. $94,178 \times 0,8659 \times 3,7241 \times 0,07254 \times 14,9268 =$
 44. $\frac{4,6873 \times 99,7524}{8,7241 \times 16,354} =$ 45. $\frac{93,9754 \times 12,8925 \times 5,7124}{0,096845 \times 9,0724}$
 46. $52,8723^4 =$ 47. $8,45^3 \times 6,728^4 =$
 48. $\frac{7,495^2 \times 9,873^3 \times 6,58^5}{2,337^4 \times 7,82^3} =$ 49. $(\frac{7}{21})^3 \times (\frac{15}{8})^4 \times (\frac{17}{18})^6 =$
 50. $\frac{(3\frac{3}{4})^4 \times (15\frac{5}{9})^5}{(7\frac{7}{8})^6} =$ 51. $\frac{(35,3)^4 \times (3\frac{3}{7})^6 \times (17\frac{7}{25})^5}{(12\frac{1}{4})^3 \times (6\frac{11}{12})^7} =$
 52. $(11,307)^4 + (9,562)^3 + (8,7435)^5 - (4,598)^4 =$
 53. $\sqrt[5]{39478} =$ 54. $\sqrt[11]{516} =$ 55. $\sqrt[8]{(\frac{19}{24})^5} =$
 56. $\sqrt[24]{19762} =$ 57. $\sqrt[0,84]{(18,3729)^{11}} =$ 58. $\sqrt[6]{\frac{3,84}{7,553}}$
 59. Reis enthält 6% Protein und 78% Stärkemehl; wie viel von diesen Substanzen ist in 6534 Pfd. Reis enthalten?
 60. Kartoffeln enthalten 2% Protein und 17% Stärkemehl; wie viel ist in 36,5 Ztr. enthalten?
 61. Das Wiesengras enthält 3,1% Eiweisskörper, 0,8% Fett, 12,1% stickstofffreie Extraktstoffe. Wie viel sind von diesen Stoffen in 2560 Ztr. enthalten?
 62. Wenn dem Boden ein Ersatz von 465 Pfd. Phosphorsäure in der Form von Knochenmehl gegeben werden soll, wie viel hat man von diesem Düngemittel bei einem Gehalt desselben von 25,5% Phosphorsäure auszustreuen?
 63. In einem Probeschnitt hat man auf einer Fläche 3,5 Ht. 4,87 Ztr. Grünklee gefunden, wie viel liefert 1 Ht.?
 64. Aufgeschlossener Peru - Guano enthält durchschnittlich 10% Phosphorsäure und 9% Stickstoff. a. Wie viel von diesen Substanzen ist in 15 Ztr. enthalten? b. Wie viel

muss man ausstreuen, um einem Acker 126 Pfd. Stickstoff und 140 Pfd. Phosphorsäure mitzuteilen?

65. Sessa, der Erfinder des Schachspiels, wurde von dem indischen König Scheran aufgefordert, sich für seine Erfindung eine königliche Belohnung zu wählen. Sessa erbat sich darauf die Summe der Weizenkörner, welche herauskommt, wenn das erste Feld des Schachbrettes mit 1 Korn, das zweite mit 2, dritte mit 4, und so nach dieser Progression, alle 64 Felder, besetzt wird; nämlich: $1 + 2 + 4 + 8 + 16 \dots + 2^{68}$. Wie gross ist die ganze Summe?
66. Angenommen, dass bei gänzlicher Schonung die vorhandenen Hasen eines Jagd-Reviere sich jährlich um das Dreifache vervielfältigt hätten, und jetzt deren 5096 vorhanden wären, wie viel Hasen würden unter dieser Voraussetzung vor 5 Jaren dagewesen sein, wenn man die Brut der mehr als einjährigen Hasen ausser Rechnung lässt?
67. Jemand sät 2 S. Weizen und will mehrere Jare hindurch die ganze Ernte als Aussaat für das folgende Jar benutzen, und zwar so lange, bis die Ernte ihm mehr als 30000 S. einbringt. Nach wie viel Jaren wird sein Wunsch erfüllt sein, wenn jedes Jar die Fruchtbarkeit sich gleich bleibt und die Ernte das Siebenfache der Aussaat beträgt?

§. 38. Zinseszinsrechnung.

Werden die Zinsen eines Kapitals, sobald sie fällig sind, gleich zum Kapital geschlagen oder werden sie als neues Kapital anderweitig auf Zinsen gegeben, so sagt man, das Kapital steht auf Zinseszinsen. Im gewöhnlichen Leben kommt es täglich vor, namentlich bei allen Versorgungs-Anstalten, Wittwen-, Waisen-, Lebensversicherungsgesellschaften.

Dass ein solches Zinseszins tragendes Kapital schnell anwachsen muss, ist leicht einzusehen.

Ist z. B. ein Kapital von 1000 Mk. zu 5% Zinseszins

ausgeliehen, so finden sich am Ende des ersten Jares an Kapital und Zins zusammen $1000 \cdot \frac{105}{100} = 1000 \cdot 1,05$ Mk., welche am Ende des zweiten Jares zu $1000 \cdot 1,05 \cdot \frac{105}{100} = 1000 \cdot 1,05 = 1000 \cdot 1,05^2$ Mk. angewachsen sind.

I. Es bezeichne a das Kapital, das zu c Prozent auf n Jare auf Zinseszinsen ausgeliehen wird, man soll die Summe s berechnen, bis zu welcher das ursprüngliche Kapital a anwächst.

Wird 1 Mk. zu $c\%$ auf 1 Jar ausgeliehen, so trägt derselbe $\frac{c}{100}$ Zinsen und aus der anfänglichen Mark sind am Ende des ersten Jares geworden $1 + \frac{c}{100} = \frac{100 + c}{100}$. Bezeichnet man nun $\frac{100 + c}{100}$ mit p , so wachsen a Mk. in 1 Jar zu $a \cdot \frac{100 + c}{100}$ oder zu $a p$ Mk. Betrachtet man diese $a p$ als neues Kapital, so wächst dasselbe bis zum Ende des zweiten Jares zu $a p \cdot \frac{100 + c}{100}$ oder zu $a p \cdot p = a p^2$ an und diese $a p^2$ am Ende des dritten Jares zu $a p^3$ u. s. w.

Die Kapitale sind daher am Ende des 1. Jares $a p$.
am Ende des 2. Jares $a p^2$.
am Ende des 3. Jares $a p^3$.
am Ende des 4. Jares $a p^n$

Es ist demnach $S = a p^n$, wobei $p = \frac{100 + c}{100}$ bedeutet. Aus der Gleichung $S = a p^n$ lassen sich dann einfach auch die übrigen Grössen, als a , p n berechnen.

Es ist das ursprüngliche Kapital:

$$a = \frac{S}{p^n} = S \left(\frac{100}{100 + c} \right)^n \text{ und } p = \sqrt[n]{\frac{S}{a}}$$

$$c = 100 p - 100 \text{ und } n = \frac{\log. S - \log. a}{\log. p}.$$

Wie bei den Kapitalien, die auf Zinseszinsen ausstehen, so kann auch bei anderen Dingen, sobald dieselben in ähnlicher Weise nach Prozentsen wachsen, dieser Zuwachs ge-

funden werden, z. B. das Wachsen einer Bevölkerung, die Zunahme des Holzes in Wälder u. s. w.

Beispiele: Welches Kapital wächst durch Zinseszins zu 4% in 20 Jaren zu 150000 Mk. an.

$$\begin{aligned}\log. 150000 &= 5,1760913 \\ 20. \log. 1,04 &= 0,3406660. \\ \hline \log a &= 4,8354253 \\ a &= 68458,18 \text{ Mk.}\end{aligned}$$

2. Ein Kapital von 900 Mk. ist mit seinen Zinseszinsen in 12 Jaren auf 11 Mk. angewachsen. Zu wie viel war es ausgegeben?

Auflösung: $S = 1000$. $a = 900$, $n = 12$, c gesucht.

$$\begin{aligned}\log. S &= 3,0413928 \\ „ a &= 2,9542426 \\ \hline &0,0871502 \text{ durch } 12 \text{ dividirt}\end{aligned}$$

gibt $\log. p = 0,0072625$

„ $p = 1,01687 = 1,017$ (ziemlich)

$$100 + p = 1,017$$

$$p = 1,7\%$$

3. Wie lange muss das Kapital von 600 Mk. zu 5% Zinseszinsen stehen, um auf 800 Mk. zu kommen?

Auflösung: $a = 600$ Mk. $S = 800$ Mk. $c = 1,05$, n gesucht.

$$n = \frac{\log. S - \log. a}{\log. p}$$

$$\log. S = 2,9030900$$

$$„ a = 2,7781513$$

$$\hline 0,1249387$$

$$\log. p = 0,0211893$$

$$n = 5,89 \dots \text{Jare.}$$

II. Wenn zwei Kapitale a und a' , die zu c und c' Prozente auf n und n' Jare ausgeliehen sind, nach diesen Zeiträumen gleichen Wert haben sollen, in welcher Abhängigkeit stehen die einzelnen Grössen von einander?

Bezeichnet $p = \frac{100+c}{100}$; $p' = \frac{100+c'}{100}$, so ist, da beide Kapitale a und a' nach n und n' Jaren gleichen Wert haben sollen, $a p^n = a' p'^{n'}$, und daher:

$$\begin{aligned}
 1. \quad a &= \frac{a' p'^n}{p^n} & 2. \quad p &= \sqrt[n]{\frac{a' p'^n}{a}} \\
 3. \quad n &= \frac{\log. a' + n' \cdot \log. p' - \log. a}{\log. p}.
 \end{aligned}$$

III. Zwei Kapitale S und S' , welche durch Zinseszinsen entstanden sind, indem man die ursprünglichen Kapitale n und n' Jar zu c und c' Prozent verlieh, hatten vor diesen Jaren denselben Wert a , in welcher Abhängigkeit stehen die einzelnen Grössen von einander?

Bezeichnet $p = \frac{100 + c}{100}$; $p' = \frac{100 + c'}{100}$, so ist, wenn das ursprüngliche Kapital bedeutet, $a = \frac{S}{p^n} = \frac{S'}{p'^{n'}}$, also ist:

$$\begin{aligned}
 1. \quad S &= \frac{S' \cdot p^n}{p'^{n'}} & 2. \quad p &= \sqrt[n]{\frac{S p'^{n'}}{S'}} \text{ und} \\
 3. \quad n &= \frac{\log S + n' \log. p' - \log. S'}{\log. p}.
 \end{aligned}$$

IV. Werden zwei Kapitale a und a' auf dieselbe Zeit zu c und c' Prozent verliehen und wachsen dadurch zu den Summen S und S' an, so fragt es sich, in welcher Abhängigkeit stehen alsdann die Grössen von einander?

Bezeichnet wie früher, $p = \frac{100 + c}{100}$ und $p' = \frac{100 + c'}{100}$ so ist $s = a p^n$ und $s' = a' p'^{n'}$; daher

$$n = \frac{\log. s - \log. a}{\log. p} = \frac{\log. s' - \log. a'}{\log. p'}, \text{ woraus folgt:}$$

$$1. \quad \log. a = \log. s - \frac{(\log. s' - \log. a') \cdot \log. p}{\log. p'}$$

$$2. \quad \log. p = \frac{\log. s - \log. a}{\log. s' - \log. a'} \cdot \log. p'$$

$$3. \quad \log. s = \log. a + \frac{(\log. s' - \log. a') \cdot \log. p}{\log. p'}$$

V. Wenn zwei Kapitale a und a' zu demselben Zinsfuss, auf n und n' Jare verborgt werden und in diesen Zeiträumen die Werte s und s' erhalten, welche Abhängigkeit findet dann zwischen den Grössen statt?

$$\text{Es ist } p = \sqrt[n]{\frac{s}{a}} \text{ und } p' = \sqrt[n']{\frac{s'}{a'}}, \text{ und da } p = p', \text{ weil}$$

der Zinsfuss derselbe sein soll, so ist $\sqrt[n]{\frac{s}{a}} = \sqrt[n']{\frac{s'}{a'}}$, daraus folgt:

$$1. a = s \sqrt[n']{\left(\frac{a'}{s'}\right)^n} \quad 2. n = \frac{n' (\log. s - \log. a)}{\log. s' - \log. a'}$$

$$3. s = a \sqrt[n']{\left(\frac{s'}{a'}\right)^n}$$

VI. Ein Kapital a ist am Ende jedes Jares n Jare^r hintereinander ausgezahlt worden, wie gross wird die Summe s aller Kapitalien mit ihren Zinseszinsen am Ende des n ten Jares sein, wenn der Zinsfuss $c\%$ beträgt?

Bezeichnet wie bisher $p = \frac{100 + c}{100}$, so beträgt das am Ende des ersten Jares gezalte Kapital $(n - 1)$ Jare lang Zinseszinsen und hat demnach am Schlusse des n ten Jares einen Wert von $a p^n - 1$, das am Schlusse des 2ten Jares ausgeliehene Kapital bringt $(n - 2)$ Jare lang Zinsen und erhält daher am Ende des n ten Jares einen Wert von $a p^n - 2$ u. s. w. Es beträgt demnach die Summe aller Kapitalien mit ihren Zinseszinsen:

$$s = a p^n - 1 + a p^n - 2 + a p^n - 3 + \dots + a p^2 + a p + a \text{ oder } s = \frac{a (p^n - 1)}{p - 1} \text{ oder } \log. s = \log. a + \log. (p^n - 1) - \log. (p - 1)$$

Hieraus folgt:

$$1. a = \frac{s (p - 1)}{p^n - 1} \text{ oder } \log. a = \log. s + \log. (p - 1) - (\log. p^n - 1)$$

$$2. n = \frac{\log. (a + (p - 1) s) - \log. a}{\log. p}$$

$$3. p \text{ wird gefunden aus der Gleichung: } a p^n - s p + s - a = 0.$$

VII. Ein Kapital a , welches auf Zinseszins zu $c\%$ ausgeliehen wurde, wird jährlich um eine Summe b vergrössert oder vermindert, zu welcher Summe s wächst, wächst das Ganze in n Jaren an?

Bezeichnet p , wie früher, $\frac{100 + c}{100}$, so wächst das Kapital a für sich allein in n Jaren zu $a p^n$ und die alljährlich hinzu-

gefügte oder weggenommene Summe b wird nach VI. zu $\frac{b(p^n - 1)}{p - 1}$. Es wird also $s = a p^n \pm \frac{b(p^n - 1)}{p - 1}$, wobei das $(+)$ Zeichen genommen werden muss, wenn das Kapital a um die Summe b jährlich vermehrt wird, das $(-)$ Zeichen dagegen seine Anwendung findet, wenn a um b jährlich vermindert wird. Aus der gefundenen Gleichung:

$s = a p^n \pm \frac{b(p^n - 1)}{p - 1}$ lassen sich dann die übrigen Grössen leicht berechnen.

$$1. a = \frac{s(p - 1) \mp b(p^n - 1)}{p^n(p - 1)}$$

$$2. b = \frac{(s - a p^n)(p - 1)}{p^n - 1}$$

$$3. n = \frac{\log. (s(p - 1) \pm b) - \log. (a(p - 1) \pm b)}{\log. p.}$$

Aufgaben zur Zinseszinsrechnung.

1. Ein Kapital von 2500 Mk. ist zu 3% auf 25 Jare zu Zinseszinsen ausgeliehen, wie hoch ist dasselbe nach dieser Zeit angewachsen?
2. 8400 Mk. sind auf 15 Jare bei einem Zinsfuss von $5\frac{1}{2}\%$ auf Zinseszinsen ausgeliehen worden, um wieviel hat sich das Kapital in dieser Zeit vermehrt?
3. Der Holzbestand eines Waldes wird auf 2400 Klafter taxirt. Wie gross ist derselbe nach 10 Jaren bei einem jährlichen Zuwachs von $4\frac{3}{4}\%$?
4. Die Einwohnerzahl einer Stadt betrug vor 20 Jaren 37,500, wie gross wird sie jetzt sein, wenn die Zunahme jährlich 20% betrug?
5. Ein Kapital hat sich bei einem Zinsfuss von 4% in 16 Jaren mit Zinseszinsen auf 36,400 Mk. vergrössert, wieviel betrug das ursprüngliche Kapital?
6. Ein seit 60 Jaren geschonter Forst wird jetzt zu 54,875 Klaftern abgeschätzt, während er vor dieser Zeit 16,550 Klaftern enthielt, wieviel betrug der jährliche Zuwachs?
7. Wenn die Bevölkerung einer Stadt von 32,000 Seelen

- jährlich um $2\frac{1}{2}\%$ zugenommen hat, nach wie viel Jaren wird die Seelenzal derselben etwa 97,213 Köpfe betragen?
8. In einer Stadt von 12,000 Einwonern starben in einem Jare 455 Menschen, und die Zal der Geburten betrug 551, wieviel $\%$ betrug die Vermerung und wieviel Seelen wird bei gleicher Vermerung die Stadt in 50 Jaren zählen?
9. Welches Kapital wird in 12 Jaren, zu $3\frac{3}{4}\%$ auf Zinseszins ausgeliehen, eben so gross sein, als 5450 Mk. in 18 Jaren zu $5\frac{1}{2}\%$?
10. Wie lange müssen 3460 Mk. zu 4% auf Zinseszins ausgeliehen werden, um eben so gross zu werden, als 9200 Mk. zu $3\frac{1}{2}\%$ in 15 Jaren?
11. Es sind 5420 Mk. auf 18 Jare zu 5% Zinseszins verborgt worden; wie hoch müssen 3750 Mk. 24 Jare lang ausgeliehen werden, damit das anwachsende Kapital dem ersteren gleich werde?
12. Wie lange müssen 1920 Mk. zu $4\frac{1}{2}\%$ auf Zinseszinsen verborgt werden, um zu derselben Summe anzuwachsen, als 4750 Mk., die zu $3\frac{3}{8}\%$ auf 20 Jare ausgeliehen worden waren?
13. Ein Kapital, das zu 5% auf Zinseszinsen 16 Jare lang ausgeliehen wurde, ist zu 8460 Mk. angewachsen, wie hoch ist ein anderes ihm ganz gleiches Kapital vor 20 Jaren ausgeliehen worden, das nun zu 10,800 Mk. angewachsen ist?
14. Ein Kapital, das 10 Jare lang zu $5\frac{1}{4}\%$ auf Zinseszinsen ausgeliehen wurde, hat einen Wert von 13,800 Mk. erhalten; wie hoch war ein ihm ganz gleiches Kapital 26 Jare lang ausgeliehen, das einen Wert von 12,400 Franks hatte?
15. 840 Mk. auf Zinseszins ausgeliehen, sind in 15 Jaren zu 1720 Mk. angewachsen, in welcher Zeit werden bei demselben Zinsfusse 1680 Mk. einen Wert von 2880 Mk. erhalten?
16. Es hat Jemand 5312 Mk. auf Zinseszinsen 14 Jare lang ausstehen und sodann 11742 Mk. zurückerhalten, wieviel

wird er bei gleichem Zinsfusse von einem auf 22 Jare ausgeliehenen Kapitale von 8742 Mk. empfangen?

17. Wenn 1320 Mk. Kapital, auf Zinseszinsen zu 4 $\frac{0}{100}$ verborgt, in einer bestimmten Zeit zu einem Werte von 5200 Mk. anwachsen, welchen Wert werden 2400 Mk. in derselben Zeit bei einem Zinsfusse von 5 $\frac{0}{100}$ erreichen?
18. Es hat Jemand 14 Jare lang am Ende eines jeden Jares in einer Sparkasse 120 Mk. zu 4 $\frac{0}{100}$ auf Zinseszinsen eingelegt, wie gross wird nach dieser Zeit das Ersparte geworden sein?
19. Welchen Beitrag muss Jemand 25 Jare lang am Ende eines jeden Jares in einen Fond einzahlen, damit die auflaufende Summe nach Verlauf dieser Zeit bei einem Zinsfusse von 4 $\frac{1}{2}\frac{0}{100}$ 5000 Mk. betrage?
20. Es wünscht B durch eine jährliche Einzahlung von 100 Mk. in eine Sparkasse nach Verlauf einer Anzal Jare 7200 Mk. zurück zu erhalten, wieviel Jare lang muss diese Einzahlung geschehen, wenn der Zinsfuss 4 $\frac{1}{2}\frac{0}{100}$ beträgt?
21. Es hat Jemand auf 16 Jare zu 3 $\frac{3}{4}\frac{0}{100}$ ein Kapital verborgt und sich jährlich 450 Mk. auszahlen lassen; nach Verlauf der 16 Jare betrug das Kapital noch 6300 Mk., wie gross war das ursprüngliche Kapital gewesen?
22. Jemand hat 4500 Mk. zu 5 $\frac{1}{2}\frac{0}{100}$ auf Zinseszinsen eine Anzal Jare ausgeliehen und alljährlich 150 Mk. hinzugetan, dadurch ist nach Verlauf dieser Jare das Gesamtkapital zu einem Werte von 16,500 Mk. angewachsen, nach wie viel Jaren geschah es?

§. 39. B. Rentenrechnung.

Wenn ein Kapital a zu $c\frac{0}{100}$ verliehen und jährlich eine Summe r , die mehr als die Interessen beträgt, an den Gläubiger zurückgezahlt wird, so wird notwendig in einer gewissen Zeit, in n Jaren, das Kapital aufgezehrt sein. Man nennt alsdann das Kapital a die Mise, und die jährlich zurückgezalt Summe r die Rente.

Bezeichnet man $p = \frac{100 + c}{100}$, so ist das Kapital nach n Jaren geworden $a p^n$ und die jährlich bezalten Renten haben einen Wert von $\frac{r (p^n - 1)}{p - 1}$ erhalten. Soll nun nach n Jaren das Kapital verbraucht sein, so muss $a p^n - \frac{r (p^n - 1)}{p - 1} = 0$ oder $a p^n = \frac{r (p^n - 1)}{p - 1}$ sein, und aus dieser Gleichung findet man:

$$\begin{aligned} 1. \quad a &= \frac{r (p^n - 1)}{p^n (p - 1)} & 2. \quad r &= \frac{a p^n (p - 1)}{p^n - 1} \\ 3. \quad n &= \frac{\log. r - \log. (r - (p - 1) a)}{\log. p} \end{aligned}$$

und p wird gefunden aus der Gleichung:

$$4. \quad a p^n + 1 - (a + r) p^n + r = 0.$$

23. Jemand wünscht 30 Jare lang eine Rente von 2160 Mk. zu beziehen; wieviel Mk. Kapital muss er anlegen, wenn der Zinsfuss $3\frac{1}{2}\%$ beträgt?
24. Es zalt Jemand 4000 Mk. Mise an und wünscht dafür 25 Jare lang eine Rente zu beziehen, wie hoch wird sich dieselbe belaufen, wenn der Zinsfuss 4% beträgt?
25. Eine Staatsschuld von 30,000,000 Mk. soll bei einem Zinsfusse von 3% binnen 12 Jaren getilgt werden, wieviel muss dann jährlich zur Tilgung derselben verwendet werden?
26. A bietet auf ein Grundstück 24,000 Mk. bar, B dagegen 3000 Mk. 10 Jare lang jährlich zu zalen. Welches von beiden Geboten ist das vorteilhaftere, wenn der Zinsfuss 5% beträgt?
27. B hat beim Verkauf seines Grundbesitzes die Wahl, die ganze Kaufsumme von 25,000 Mk. bar oder durch eine jährliche Rente von 1500 Mk., zalbar den 1. Januar, zu empfangen. Er wält das Letztere. Wie lange erhält er bei 4% diese Rente?

Berechnung der Lebensversicherungen und Wittwenpensionen.

Die Beiträge (Prämien) zu den Lebensversicherungsanstalten und Wittwenkassen werden in der Regel pränumerando ent-

richtet, wogegen die Auszahlung der Renten postnumerando geschieht. Hieraus erwächst den Wittwen- und Leibrentenkassen offenbar ein Vorteil von den Zinsen eines vollen Jares. Die Lebensversicherungs-Verträge bestehen entweder in einer einmaligen oder in ganz-, halb- und vierteljährlichen Prämienzahlung für je 100 Mk. versichertes Kapital, zahlbar bei dem Tode der versicherten Person, oder bei Vollendung eines im Voraus bestimmten Alters derselben.

Sei B der jährliche Beitrag, m die Anzahl der Jare, während welcher derselbe zu entrichten ist; ferner r die Rente, welche der Versicherte selbst oder ein Anderer nach Verlauf der m Jare noch n Jare genießen soll, so ist der Endwert e der Beiträge nach Ablauf des n ten Jares.

$$e = B \frac{(1 + 0,01 p)^m - 1}{0,01 p} (1 + 0,01 p)$$

Dieser Summe ist der bare Wert der zu zahlenden Renten bezogen auf denselben Zeitpunkt gleich. Mithin ist:

$$b = \frac{100 r}{p} \left(\frac{(1 + 0,01 p)^n - 1}{(1 + 0,01 p)^n} \right) = B \frac{(1 + 0,01 p)^m - 1}{0,01 p} (1 + 0,01 p)$$

und hiernach die jährliche Prämie

$$\text{I. } B = \frac{r ((1 + 0,01 p)^n - 1)}{((1 + 0,01 p)^m - 1)(1 + 0,01 p)^{n+1}}.$$

Bei vierteljährlicher Prämienzahlung ist der Beitrag

$$\text{II. } B = \frac{r (\sqrt[4]{1 + 0,01 p} - 1) ((1 + 0,01 p)^n - 1)}{0,01 p (1 + 0,01 p)^{n+1} ((1 + 0,01 p)^m - 1)}$$

Bei Lebensversicherungen ist e die Versicherungssumme, zahlbar bei dem Tode des Versicherten, also die jährliche Prämie

$$\text{III. } B = \frac{0,01 p \cdot e}{(1 + 0,01 p) ((1 + 0,01 p)^m - 1)}$$

die vierteljährliche Prämie

$$\text{IV. } B_i = \frac{(\sqrt[4]{1 + 0,01 p} - 1) e}{(1 + 0,01 p) ((1 + 0,01 p)^m - 1)}$$

28. Jemand wünscht, nach seinem Tode seinen zurückbleibenden Angehörigen 12000 Mk. zu hinterlassen, und will zu diesem Zwecke an eine Lebens-Versicherungs-Anstalt jährlich eine gewisse Summe zahlen. Welche Summe hat diese Anstalt zu fordern, wenn sie gemäss den Sterblichkeits-Registern als warscheinliche Lebensdauer des Versichernden 18 Jare annimmt und wenn der Zinsfuss $3\frac{3}{4}\%$ beträgt? (H).
29. Jemand will 21 Jare hindurch zu Anfange eines jeden Jares eine bestimmte Summe zahlen, damit nach Verlauf der 21 Jare er selbst oder ein Anderer 8 Jare hindurch eine jährliche, Ende eines jeden Jares zu zalende Rente von 1800 Mk. geniesse. Wie gross ist die jährlich zu zalende Summe, wenn die Zinsen zu $4\frac{1}{2}\%$ gerechnet werden?
30. Der Rein-Ertrag einer Wiese, bei deren Benutzung man alle 10 Jare an die Reihe kommt, ist zu 150 Mk. zu veranschlagen. Welcher jährlichen Einname ist dieses Nutzungsrecht gleich zu setzen, wenn man eben an der Reihe gewesen und der Zinsfuss zu 5% angenommen wird?
31. Eine Gemeinde hat auf dem Grund und Boden einer andern den jedesmaligen Neubau einer Brücke zu besorgen, der durchschnittlich alle Jare mit einem Kostenaufwande von 7500 Mk. vorzunehmen ist. Sie wünscht diese Last gleichmässig auf alle Jare zu verteilen. Welche jährliche Abgabe würde ihr auf Grund eines Zinsfusses von 5% aufzulegen sein zu einer Zeit, wo die Brücke eben neu gebaut war?
32. Eine 4prozentige Staatsanleihe von 18000000 Mk. wird mit einem jährlichen Tilgungskapital von 900000 Mk. (für Kapital- und Zinsenschuld) abgetragen. Nach wie viel Jaren wird die Schuld getilgt sein?
33. Ein Gutsherr überlässt seinem treuen Diener und dessen Nachkommenschaft auf ewige Zeiten ein Grundstück von einem Rein-Ertrage von 1500 Mk. gegen einen sogenannten Erbenzins von $1\frac{1}{2}\%$. Wie gross ist dieser jährliche Erbenzins?

34. Ein Waldboden wird mit Kiefern bepflanzt. Die Kosten der ersten Anlage sind 27 Mk., die jährliche Grundsteuer 1 Mk. Was wird der Wald am Ende des 80sten Jares, wo er gefällt wird und einen Ertrag von 900 Mk. gibt, gekostet haben, wenn 5% gerechnet werden?
35. Aus einer Forst von $B = 10000$ Klaftern werden jährlich 5000 Klafter ausgehauen. Wie gross wird der Forstbestand nach 10 Jaren sein, wofern der jährliche Zuwachs zu 2% angenommen wird?
36. Ein Hochwald gibt durchschnittlich alle 80 Jare einen Rein-Ertrag von 3000 Mk. Man will sein Eigentumsrecht entweder gegen eine einmalige Bezahlung für immer verkaufen oder dasselbe in eine alljährliche Rente verwandeln. Wenn man dabei nun einen Zinsfuss von 5% zu Grunde legt, wie gross wird der Barwert eines solchen Eigentums oder auch die alljährliche Rente sein, *a)* zu einer Zeit, wo der Wald eben abgetrieben, d. h. jene Einname eben bezogen ist? *b.* zu einer Zeit, wo man nur noch 10 Jare vor einer nächsten Einname der Art steht?
37. Wenn nach bewärten Sterblichkeits-Tabellen die mittlere Dauer einer Ehe, eines 40jährigen Mannes mit einer 30jährigen Frau zu 20 Jaren, die mutmassliche Lebensdauer dieser Frau aber zu 35 Jaren angenommen wird; mit welchem bar zu erlegendem Kapitale, oder zweitens, mit welcher jährlich und zwar zu Anfang eines jeden jener 20 Jare zu entrichtenden sogenannten Prämie würde eine am Ende jedes jener 15 Jare zu zahlende Wittwenpension von 900 Mk. erkauft werden müssen, wenn 4% Zinseszins gerechnet werden?
38. Drei Höfe besitzen eine Wiese von 3 Ht. als gemeinsames Eigentum in der Weise, dass in je 3 auf einander folgenden Jaren abwechselnd je ein Hof das ganze Wiesenstück aberntet. Als eben C die Ernte der Wiese gehabt hat, beschliesst man, dieselbe für die Zukunft zu teilen, so dass künftighin Jeder jedes Jahr seinen Anteil für sich benutzt. Wie viel würde ein Jeder zu seinem Anteile erhalten, wenn man bei der Abfindung einen Zinsfuss von 4% zu Grunde

legt? Wie viel müssten die Einen herausgeben, die Andern als Entschädigung empfangen, wenn Jeder ein Ht. zu seinem Teile erhalten sollte und der Reinertrag des ganzen Wiesengrundes zu 90 Mk. veranschlagt wird?

§. 40. Versicherungswesen.

Die Versicherung ist ein Vertrag, durch welchen der eine Teil, grösstenteils eine Gesellschaft, sich verpflichtet, gegen Zahlung einer bestimmten Summe (Prämie) eine gewisse Gefahr durch Ersatzleistung über sich zu nehmen. Derjenige, welcher die Gefahr auf sich nimmt, heisst Versicherter, Derjenige, welcher sich oder sein Eigenthum übergibt, Versicherer. Der Versicherte hat dem Versicherer nach Uebereinkunft bestimmte Vergütung zu leisten und empfängt über die Versicherung eine nach einem bestimmten Schema ausgefertigte Urkunde (Police), in welcher die Namen der Kontrahenden, die versicherten Gegenstände, die Bedingung des Vertrages und andere wichtige Umstände aufgenommen sind. Ohne eine solche Police ist der Vertrag ungültig. Der eigentliche Zweck der Versicherungsanstalten ist, die pekuniären Nachteile eines gewissen Unglücksfalles für den Betroffenen auszugleichen und zwar dadurch, dass eine grosse Anzahl Nichtbetroffener zur Beihülfe gezogen wird. Auch lässt sich eine Versicherung als Sparkasse ansehen, aber sie hat vor der Sparkasse insofern einen Vorzug, als sie in der Regel bei dem Eintreten des Falles eine dem Bedürfniss entsprechende grössere Summe liefern, gleichviel, ob der Betrag der bereits beigesteuerten Gelder die Höhe derselben erreicht hat oder nicht.

Nach Art des Gegenstandes, welcher der Versicherung unterliegen soll, gibt es sehr verschiedene Versicherungsanstalten, von denen die hauptsächlichsten hier besprochen werden sollen.

1. Die Lebensversicherung.

Unter Lebensversicherung verstehen wir gewöhnlich den Vertrag, wodurch der Versicherer sich verpflichtet, beim Tode

einer gewissen Person ein im voraus festgesetztes Kapital zu zahlen, wogegen ihm der Versicherte während der Dauer des Vertrages gewisse Beiträge zu leisten hat. Die Lebensversicherung ist ein Institut der neuesten Zeit, erst nachdem es möglich war, die warscheinliche Lebensdauer der Menschen festzusetzen, konnte ein solches Institut bestehen. Man kann zwar nicht sagen, wie lange eine bestimmte Person leben werde, wol aber, welches die durchschnittliche Lebensdauer einer Million in einem Jare geborener Menschen sein müsse. Darauf lässt sich die Berechnung gründen, dass ein, in einem bestimmten Alter stehendes Individuum nur noch eine Reihe von Jaren zu leben habe.

Durch die mühsamsten Arbeiten hat man gefunden, wie viel von einer gewissen Anzal in einem Jare geborener Personen noch am Ende des 1., 2., u. s. w. Jares gelebt haben. Diese Zalen hat man gesammelt und verglichen und ist dadurch auf Mittelzalen gekommen, die man als allgemein gültiges Gesetz annehmen zu können glaubte.

Kaspar schreibt: „Wie sehr auch im Einzelnen der Tod eines Menschen ein Zufall scheinen mag, so hat die Beobachtung im Grossen doch gelert, dass, weit entfernt von einem blossen blinden Zufall, Leben und Tod, auch dem Zalenverhältnisse nach, festen und unwandelbaren Gesetzen folgen. Man hat gefunden, dass nicht blos in gegebenen Bevölkerungen die Sterbefälle sich in gewissen, stehenden Verhältnissen immer wiederholen, was auch für die einzelnen Zeitabschnitte, Jare, Monate, Tageszeiten gilt, sondern, dass namentlich auch die verschiedenen Lebensalterklassen in einer gewissen Regelmässigkeit aussterben“.

Süssmilch-Laumann'sche Sterblichkeits-Tafel.

A	B	C	D	D*	E	F	G	H
Lebensjare.	Anzal der Pers., welchedas neben- stehende Jar vol- endet haben.	Anzal der Per- sonen, welche im genannten Jare ge- storben sind.	Es würden im genannten Jare verlebt		Es sind im ge- nannten Jare zu- sammen verlebt	Summa aller Jare, welche von den unter B ge- nannten Per- sonen noch zu verleben sind.	Mittlere Lebens- dauer.	Warscheinliche Lebensdauer.
			volle Jare:	halbe Jare:	Jare:			
0	1000	250	—	—	—	28488	28,5	17,8
1	750	89	750	250	875	27613	36,8	38,8
2	661	43	661	89	705 ¹ / ₂	26907 ¹ / ₂	40,7	44,2
3	618	25	618	43	639 ¹ / ₂	26268	42,5	46,1
4	593	14	593	25	605 ¹ / ₂	25662 ¹ / ₂	43,2	46,4
5	579	12	579	14	586	25076 ¹ / ₂	43,3	46,2
6	567	11	567	12	573	24503 ¹ / ₂	43,2	45,8
7	556	9	556	11	561 ¹ / ₂	23942	43,0	45,4
8	547	8	547	9	551 ¹ / ₂	23390	42,8	44,9
9	539	7	539	8	543	22847 ¹ / ₂	42,4	44,4
10	532	5	532	7	535 ¹ / ₂	22312	41,9	43,8
11	527	4	527	5	529 ¹ / ₂	21782 ¹ / ₂	41,3	42,9
12	523	4	523	4	525	21257 ¹ / ₂	40,6	42,3
13	519	4	519	4	521	20736 ¹ / ₂	40,0	41,5
14	515	4	515	4	517	20219 ¹ / ₂	39,3	40,7
15	511	4	511	4	513	19706 ¹ / ₂	38,6	39,9
16	507	4	507	4	509	19197 ¹ / ₂	37,9	39,2
17	503	4	503	4	505	18692 ¹ / ₂	37,2	38,4
18	499	4	499	4	501	18191 ¹ / ₂	36,5	37,6
19	495	4	495	4	497	17694 ¹ / ₂	35,7	36,8
20	491	5	491	4	493	17201 ¹ / ₂	35,0	35,9
21	486	5	486	5	488 ¹ / ₂	16713	34,4	35,3
22	481	5	481	5	483 ¹ / ₂	16229 ¹ / ₂	33,7	34,6
23	476	5	476	5	478 ¹ / ₂	15751	33,1	33,9
24	471	5	471	5	473 ¹ / ₂	15277 ¹ / ₂	32,4	33,2
25	466	5	466	5	468 ¹ / ₂	14809	31,8	32,2
26	461	5	461	5	463 ¹ / ₂	14345 ¹ / ₂	31,1	31,7
27	456	5	456	5	458 ¹ / ₂	13887	30,5	31,0

A	B	C	D	D*	E	F	G	H
Lebensjare.	Anzal der Pers., welche das neben- stehende Jar vol- endet haben.	Anzal der Per- sonen, welche im genannten Jar ge- storben sind.	Es würden im genannten Jare verlebt		Es sind im ge- nannten Jare zu- sammen verlebt	Summaaller Jare, welche von den unter B ge- nannten Per- sonen noch zu verleben sind.	Mittlere Lebens- jare.	Warscheinliche Lebensdauer.
			volle Jare:	halbe Jare:	Jare:			
28	451	6	451	5	453 ¹ / ₂	13433 ¹ / ₂	28,8	30,3
29	445	6	445	6	448	12985 ¹ / ₂	29,2	29,6
30	439	6	439	6	442	12543 ¹ / ₂	28,6	28,9
31	433	6	433	6	436	12107 ¹ / ₂	28,0	28,3
32	427	6	427	6	430	11677 ¹ / ₂	27,3	27,6
33	421	6	421	6	424	11253 ¹ / ₂	26,7	26,9
34	415	6	415	6	418	10835 ¹ / ₂	26,1	26,3
35	409	7	409	6	412	10423 ¹ / ₂	25,5	25,5
36	402	7	402	7	405 ¹ / ₂	10018	24,9	25,0
37	395	7	395	7	398 ¹ / ₂	9619 ¹ / ₂	24,3	24,4
38	388	7	388	7	391 ¹ / ₂	9228	23,8	23,8
39	381	7	381	7	384 ¹ / ₂	8843 ¹ / ₂	23,2	23,2
40	374	7	374	7	377 ¹ / ₂	8466	22,6	22,5
41	367	7	367	7	370 ¹ / ₂	8095 ¹ / ₂	22,0	21,9
42	360	7	360	7	363 ¹ / ₂	7732	21,5	21,2
43	353	7	353	7	356 ¹ / ₂	7375 ¹ / ₂	20,9	20,6
44	346	7	346	7	349 ¹ / ₂	7026	20,3	19,9
45	339	7	339	7	342 ¹ / ₂	6683 ¹ / ₂	19,7	19,2
46	332	8	332	7	335 ¹ / ₂	6348	19,1	18,6
47	324	8	324	8	328	6020	18,6	18,0
48	316	8	316	8	320	5760	18,0	17,4
49	308	8	308	8	312	5388	17,5	16,8
50	300	9	300	8	304	5048	16,9	16,2
51	291	9	291	9	295 ¹ / ₂	4788 ¹ / ₂	16,4	15,7
52	282	9	282	9	286 ¹ / ₂	4592	15,9	15,1
53	273	9	273	9	277 ¹ / ₂	4224 ¹ / ₂	15,5	14,6
54	264	9	264	9	268 ¹ / ₂	3956 ¹ / ₂	15	14,0
55	255	9	255	9	259 ¹ / ₂	3696 ¹ / ₂	14,5	13,9
56	246	9	246	9	250 ¹ / ₂	3446	14	12,9
57	237	9	237	9	241 ¹ / ₂	3204 ¹ / ₂	13,5	12,4

A	B	C	D	D*	E	F	G	H
Lebensjare.	Anzal der Pers., welche das neben- stehende Jar vol- lendet haben.	Anzal der Per- sonen, welche im genannten Jar ge- storben sind.	Es würden im genannten Jare verlebt		Es sind im ge- nannten Jare zu- sammen verlebt. Jare:	Summaaller Jare, welche von den unter B ge- nannten Per- sonen noch zu verleben sind.	Mittlere Lebens- dauer.	Warscheinliche Lebensdauer.
58	228	9	228	9	$232\frac{1}{2}$	2972	13	11,8
59	219	9	219	9	$223\frac{1}{2}$	$2748\frac{1}{2}$	12,6	11,3
60	210	9	210	9	$214\frac{1}{2}$	2534	12,1	10,8
61	201	9	201	9	$205\frac{1}{2}$	$2328\frac{1}{2}$	11,6	10,3
62	192	10	192	9	$196\frac{1}{2}$	2132	11,1	9,8
63	182	10	182	10	187	1945	10,7	9,3
64	172	10	172	10	177	1768	10,2	8,9
65	162	10	162	10	167	1601	9,9	8,5
66	152	10	152	10	157	1444	9,5	8,1
67	142	10	142	10	147	1297	9,1	7,8
68	132	10	132	10	137	1160	8,8	7,4
69	122	10	122	10	127	$1033\frac{1}{2}$	8,4	7,1
70	112	9	112	0	117	$916\frac{1}{2}$	8,1	6,8
71	103	9	103	9	$107\frac{1}{2}$	$808\frac{1}{2}$	7,8	6,6
72	94	9	94	9	$98\frac{1}{2}$	710	7,5	6,3
73	85	8	85	9	$89\frac{1}{2}$	$620\frac{1}{2}$	7,3	6,1
74	77	8	77	8	81	$539\frac{1}{2}$	7,0	5,8
75	69	7	69	8	73	$466\frac{1}{2}$	5,8	5,5
76	62	7	62	7	$65\frac{1}{2}$	401	6,5	5,2
77	55	6	55	7	$58\frac{1}{2}$	$342\frac{1}{2}$	6,2	5,1
78	49	6	49	6	52	$290\frac{1}{2}$	5,9	4,9
79	43	6	43	6	46	$244\frac{1}{2}$	5,7	4,6
80	37	5	37	6	40	$204\frac{1}{2}$	5,5	4,5
81	32	4	32	5	$34\frac{1}{2}$	170	5,3	4,3
82	28	4	28	4	30	140	5,0	4,0
83	24	4	24	4	26	114	4,8	4,0
84	20	3	20	4	22	92	4,6	4,0
85	17	3	17	3	$18\frac{1}{2}$	$73\frac{1}{2}$	4,3	3,8
86	14	2	14	3	$15\frac{1}{2}$	58	4,1	3,5
87	12	2	12	2	13	45	3,7	3,0

A	B	C	D	D*	E	F	G	H
Lebensjare.	Anzal der Pers., welche das neben- stehende Jar vol- endet haben.	Anzal der Pers- sonen, welche im genannten Jare ge- storben sind.	Es wurden im genannten Jare verlebt		Es sind im ge- nannten Jare zu- sammen verlebt	Summa aller Jare, welche von den unter B ge- nannten Pers- sonen noch zu verleben sind.	Mittlere Lebens- dauer.	Warscheinliche Lebensdauer.
			volle Jare:	halbe Jare:	Jare:			
88	10	2	10	2	11	34	3,4	3,0
89	8	2	8	2	9	25	3,1	3,0
90	6	1	6	2	7	18	3,0	3,0
91	5	1	5	1	5 $\frac{1}{2}$	12 $\frac{1}{2}$	2,5	2,5
92	4	1	4	1	4 $\frac{1}{2}$	8	2,0	2,0
93	3	1	3	1	3 $\frac{1}{2}$	4 $\frac{1}{2}$	1,5	1,5
94	2	1	2	1	2 $\frac{1}{2}$	2	1,0	1,0
95	1	1	1	1	1 $\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0,5	0,5
96	0	1	0	1	$\frac{1}{2}$	—	—	—

Diese Süssmilch-Laumann'sche Sterblichkeitstafel ist auf sorgfältige statistische Nachrichten begründet und soll für die Sterblichkeitsverhältnisse im nördlichen Deutschland besonders zutreffend sein, daher wird sie auch bei Anlegung von Versicherungsanstalten grösstenteils zu Grunde gelegt.

Die Spalte A in den vorliegenden Tafeln enthält die Jare 1—96. In B ist angegeben, wieviel von 1000 in einem Jare geborenen Personen noch gelebt hatten. Neben 36 steht 402; Ende des 36. Lebensjares haben also von 1000 noch 402 gelebt. C enthält die Anzal, wieviel Personen von jenen 1000 in dem betreffenden Jare gestorben sind. In der Rubrik E ist die Summe der Lebensjare verzeichnet, welche Alle in dem neben angegebenen Jare verlebt hatten. In F ist die mittlere Lebensdauer bezeichnet, diese wird gefunden, wenn man die Summe aller noch zu verlebenden Jare durch die Anzal der in einem Jare noch lebenden Personen teilt.

Z. B. Ende des 50. Lebensjares waren noch 300 am Leben, welche zusammen noch 5048 Jare zu verleben haben, auf eine Person kommt demnach $\frac{5048}{300} = 16,9$ Jare.

Die Rubrik H enthält die „warscheinliche Lebensdauer.“

Unter der warscheinlichen Lebensdauer versteht man diejenige Anzal von Jaren, nach deren Ablauf die Warscheinlichkeit noch zu leben, der Warscheinlichkeit zu sterben gleich ist. Diese warscheinliche Lebensdauer findet man mittelst der obigen Tafel, wenn man von der Anzal der in einem Jare noch Lebenden die Hälfte nimmt und das Lebensjar aufsucht, in welchen die Anzal der noch Lebenden jener Hälfte gleich ist. Die dabei angegebenen Jare geben das Alter an, bis zu welchem die Person noch zu leben hoffen darf.

Die Versicherungssumme steht in der Willkür des Versicherten innerhalb der Grenzen, welche von der Versicherungsgesellschaft festgesetzt sind. Der Versicherungsschein heisst Police. Die Versicherungssumme kann nach den verschiedenen Einrichtungen der Anstalten entweder auf einmal, oder in mereren Raten abgetragen werden. Die Prämie ist von dem Alter des Versicherten, von der Dauer und der Art der Versicherung und von der Grösse der Versicherungssumme abhängig; sie wird nach der warscheinlichen Lebensdauer berechnet und ist für jüngere Personen kleiner als für ältere. Bei lebenslänglicher Versicherung muss der Versicherte entweder bis zu seinem Tode Prämien zahlen, oder hört bei einem gewissen Alter, z. B. von 85 Jaren auf.

Nach den gewöhnlichen Bedingungen muss Derjenige, dessen Leben versichert werden soll, eine gute Gesundheit besitzen, und sein Beruf nicht von der Art sein, dass dadurch sein Leben und seine Gesundheit besonderen Gefahren ausgesetzt sind.

Zur Beantragung einer Versicherung hat Derjenige, aus dessen Leben sie abgeschlossen werden soll, nicht nur selbst über seine Gesundheits- und Lebensverhältnisse genaue Angaben zu machen, sondern auch darüber ein Zeugniss von einem Arzte beizubringen. Ist hierauf aber die Versicherung abgeschlossen, so behält sie ihre Gültigkeit, der Gesundheitszustand der versicherten Person mag sich später nachtheilig verändern oder nicht. Nur wenn sich früher oder später finden sollte, dass falsch deklariert worden ist kann die Versicherung aufgehoben werden, was bald mit, bald ohne Entschädigung

von der Versicherungsanstalt geschieht. Stirbt ein Versicherter, so hat der Inhaber der Police die bekannte oder vermutliche Ursache des Todes anzugeben und die Sterbepapiere, nämlich einen amtlichen Todtenschein und einen genauen Bericht des Arztes über die letzte Krankheit oder sonstige Todesursache, beizubringen.

Der Nutzen der Lebensversicherung ist ein so ausgebreiteter, dass es hier nur möglich ist, die wichtigsten Fälle anzugeben, in welchen Versicherungen auf eigenes und fremdes Leben einzugehen sind. Ist es dem Laufe der Natur nach unmöglich, sowol den Zeitpunkt, wo das Lebensende des Einzelnen eintritt, voraus zu wissen, als auch denselben hinaus zu schieben, so werden doch durch eine Lebensversicherungsgesellschaft, die üblen Folgen, welche die Ungewissheit des Todes nach sich ziehen muss, aufgehoben und den Einzelnen, welcher einer solchen Gesellschaft angehört, eine Zuversicht gewärt, welche ihn getrost der Wendung seines Geschickes entgegen gehen lässt. Die Mittel, durch welche diese Zuversicht erkaufte wird, sind sogar in dem Falle geringer, als die wirklich zu erwartende Summe, wenn der Versicherer stirbt, ehe er noch die bei seinem Eintritte stattfindende warscheinliche Lebensdauer erreichte; sie sind freilich für den grösser, welcher seine warscheinlichste Lebensdauer überlebt, wofür aber auch der letztere während seiner ganzen Lebensdauer die gewisse Zuversicht gehabt hat, selbst bei dem augenblicklich eintretenden Tode eine Summe zu hinterlassen. Eine Lebensversicherung stellt sich da als vorteilhaft dar, wo der Einzelne auch dann noch als Versorger der Seinigen eintreten will, wenn die physischen Bedingungen es ihm direkt verbieten. Mag nun ein Vater sein Leben versichern, um den ihm leiblich Verbundenen ein Kapital zur Versorgung zu hinterlassen, oder mag sich der Besitzer von Majoraten versichern, um bei seinem Tode die jüngern Kinder oder die Töchter für die Zurücksetzung zu entschädigen, welche sie durch die gesetzliche Erbfolge erleiden. Eine Versicherungspolice, auf welche regelmässig die Prämien eingezalt werden, kann unter bestimmten Bedingungen, z. B. als Kautions, die Stelle baren

Geldes vertreten oder doch als Pfand, auf welches geliehen wird, zur Beschaffung baren Geldes dienen.

In jüngster Zeit haben sich in Deutschland viele solche Lebens-Versicherungsgesellschaften gebildet; eine der ältesten ist die Gothaer, 1829 gegründet. Die grössten sind: Konkordia in Köln, Iduna in Halle, die Gothaer, Leipziger, Lübecker und Berliner.

2. Die Feuerversicherung.

Die Feuerversicherung soll die Sicherheit gewären, dass ein Schaden, welcher an dem versicherten Gegenstande durch Feuer entsteht, dem Versicherten vergütet werde. Die Gesellschaften oder Anstalten, welche in Deutschland die Feuerversicherung betreiben, zerfallen in drei verschiedene Kategorien, nämlich 1, in die sogenannten öffentlichen Feuerversicherungsanstalten, 2. in Privatgesellschaften, die auf dem Prinzip der Gegenseitigkeit, und 3. in Privatgesellschaften, die auf dem Aktienprinzip basiren. Das Prinzip, auf welchem die öffentlichen Feuerversicherungsanstalten (Feuersocietäten) beruhen, ist durchweg das der Gegenseitigkeit. Sie unterscheiden sich von den auf Gegenseitigkeit gegründeten Privatanstalten hauptsächlich dadurch, dass sie vom Staat verwaltet werden, dass ihre Grundverfassung und der Geschäftsbetrieb durch landesherrliche Reglements bestimmt und geordnet wird und dass sie zum Theil mehr oder weniger ausgedehnte Privilegien geniessen.

Die Privat-Feuerversicherungsanstalten auf Gegenseitigkeit haben mit den öffentlichen Instituten das gemein, dass der einem Mitglied verursachte Feuerschaden von allen Mitgliedern derselben Vereinigung gemeinschaftlich getragen wird. Bei einem Theile dieser Gesellschaften werden die Beiträge nach dem Verhältniss der aufzubringenden Entschädigungssumme ausgeschrieben, also postnumerando gezahlt, bei dem andern Theile wird von jedem einzelnen Mitglied am Beginn des Versicherungsjares eine bestimmte Prämie pränumerando erhoben und dasjenige, was von den Einnahmen eines Jares erübrigt wird, als Dividende an die Mitglieder zurückgezahlt. Letzte

Einrichtung findet sich z. B. bei der Gothaer Bank. Sollten die Ausgaben eines Jares die Einnahmen übersteigen, so werden von den Gesellschaftsmitgliedern zur Deckung des Felenden Nachschüsse erhoben, welche indess nach den Statuten der genannten Bank den vierfachen Betrag der Prämie nicht übersteigen dürfen. Die kleineren dieser Privatverbände sind nur von sehr untergeordneter Bedeutung. Ein einziger Brandschaden von wenigen tausend Talern reicht unter Umständen hin, um einem solchen Verein zu Grunde zu richten.

Bei den Feuerversicherungs-Aktiengesellschaften wird die Garantie für die Vergütung entstehender Brandschäden nicht, wie bei den Gegenseitigkeits-Instituten, von den Versicherten, sondern von einer Anzal Unternehmer, den Aktionären geleistet. Diese sind Eigentümer der Anstalt. Die Versicherten bezalen pränumerando eine bestimmte feste Prämie, welche sich nach der grösseren oder geringeren Feuergefährlichkeit des Versicherungsobjekts richtet. Ergibt sich am Schluss des Jares ein Ueberschuss der Einnahmen über die Ausgaben, so fällt dieser den Aktionären zu; reicht dagegen die Prämieeinnahme zur Deckung der entstehenden Brandschäden und sonstigen Unkosten nicht aus, so müssen die Aktionäre das Felende zuschiessen. Zu diesem Zwecke haben dieselben bei Begründung der Anstalt ein bestimmtes Garantiekapital, welches jedoch nur zum Teil bar eingezahlt wird, aufzubringen, auch einen Teil der jährlichen Ueberschüsse zur Bildung eines Reservefonds zu verwenden. Diese Aktiengesellschaften sind, was die räumlichen Ausdehnungen und die Grösse der Geschäfte überhaupt anbelangt, gegenwärtig die bedeutendsten.

3. Die Hagelversicherung.

Der Zweck der Hagelversicherung ist, den durch Hagelschlag entstehenden Schaden, insbesondere so weit er die Erzeugnisse des Bodens, als Halm- und Hülsenfrüchte, Oel- und Handelsgewächse, Flachs und Hanf, Obst, Wein, Hopfen u. s. w. betrifft, zu vergüten. Die ersten Hagelgesellschaften wurden in der ersten Hälfte des vorigen Jar-

hunderts gegründet und zwar auf Gegenseitigkeit. Alle auf Gegenseitigkeit gegründeten Gesellschaften haben das gemein, dass sie Beiträge je nach Bedarf postnumerando erheben. Ferner existiren noch eine Menge von Gegenseitigkeitsanstalten, welche pränumerando eine Prämie einfordern und nach Feststellung der Schäden bei Unzulänglichkeit entweder Nachschüsse erheben, oder die Schäden nicht voll, sondern theilweis bezahlen. Wichtiger als diese sind die Hagelversicherungs-Aktiengesellschaften. Bei diesen zahlt der Versicherer eine feste Prämie, welche sich nach der grössern oder geringern Gefährlichkeit der Gegend und nach der zu versichernden Fruchtgattung höher oder niedriger stellt.

In keiner andern Versicherungsbranche begegnet man in Bezug auf die in den einzelnen Jahren eintretenden Schäden solchen Schwankungen wie bei der Hagelversicherung. Diese Schwankungen haben für die bei Gegenseitigkeitsinstituten Versicherten zur Folge, dass sich die Beiträge von einem Jahr zum andern oft in sehr fühlbarer Weise ändern, und zwar weit mehr als dies z. B. bei gegenseitigen Feuer- oder gar Lebensversicherungsanstalten der Fall zu sein pflegt. Die Versicherten der Aktiengesellschaften werden von diesen Schwankungen selbstverständlich nicht berührt, um so empfindlicher aber die Aktionäre.

Mit Rücksicht auf diese Schwankungen und deren Folgen dürften für den Versicherungsbedürftigen die Hagelversicherungs-Aktiengesellschaften die empfehlenswertesten sein. Es kommt aber noch dazu, dass dieselben etwaige Entschädigungen sofort auszuzahlen in der Lage sind, während bei den Gegenseitigkeitsgesellschaften die Beschädigten sich oft gedulden müssen, bis die Beiträge oder Nachschüsse eingegangen sind, was unter Umständen bis in den Winter dauern kann. Der Wert der Hagelversicherung liegt auf der Hand. Ein Hagelschlag ist im Stande, den Landmann, welchen er betrifft, auf das empfindlichste zu schädigen, ja ihn bei Wiederkehr zu ruiniren. Das einzige Mittel, sich zu schützen, bietet die Hagelversicherung.

4. Die Viehversicherung.

Die Viehversicherung beruht im Wesentlichen auf denselben Grundsätzen wie andere Versicherungsanstalten. Der gleichen Anstalten bestehen in einzelnen Gegenden, die häufiger von Viehseuchen heimgesucht sind. Von Privatvereinen dieser Art, welche hie und da in Deutschland entstanden waren, haben sich die wenigsten halten können, und keiner ist zu irgend einer Bedeutung gelangt. Der Grund dieser Erscheinungen ist der, dass der Landmann nur das Absterben durch Viehseuchen als wesentlich bedrohend ansieht, für diesen Fall aber von den Gesellschaften keine Versicherung angenommen wird.

VII. ABSCHNITT.

§. 41. Vom Feldmessen.

Nachdem man das zu vermessende Grundstück durch Einschlagen von Pfälen in den einzelnen Grenzpunkten genau bezeichnet hat, ist auch die innere Beschaffenheit des Grundstückes in Betracht zu ziehen. Alle zu vermessenden Flächen sind aber immer auf Dreiecke oder Trapeze zurückzuführen oder in solche zu zerlegen.

1. Eine dreiseitige Fläche, z. B. $A B C$, wird ohne Einteilung gemessen, in soweit nicht durch andere Umstände eine andere Messung geboten ist. Von einem Dreieck werden alle drei Seiten und zwei Höhen gemessen. Die Messung der drei Seiten ist für die Aufzeichnung, die Messung der zwei Höhen für eine doppelte Berechnung nötig.

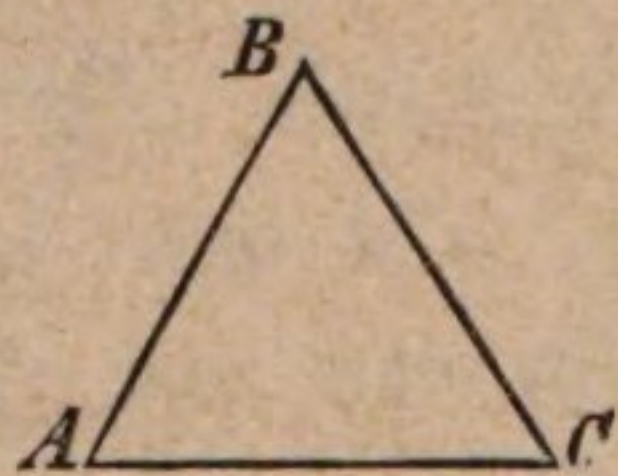


Fig. 23.

2. Eine viereckige Fläche $A B C D$ kann auf doppelte Weise vermessen werden. Erstens, man zerlegt die Fläche

durch eine Diagonale in zwei Dreiecke und verfärt wie oben unter 1 angegeben. Zweitens man nimmt eine Standlinie MN

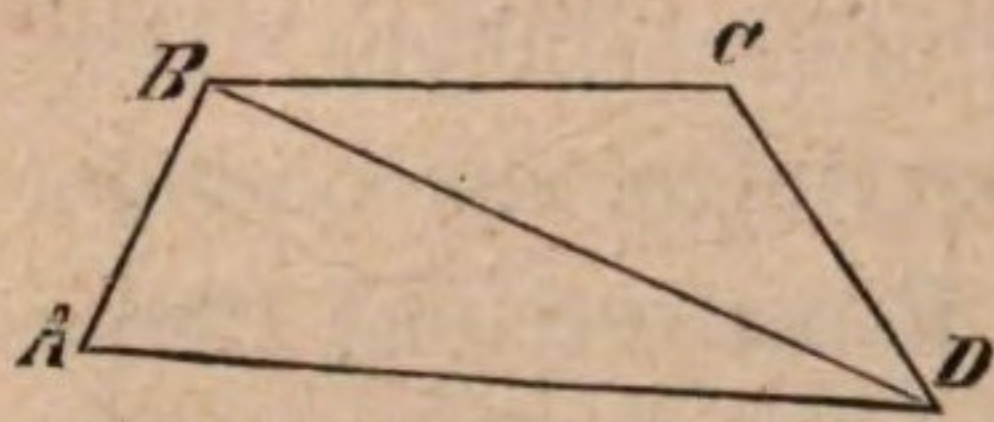


Fig. 24.

an und zwar so, dass sie von allen Ecken des Grundstückes möglichst weit entfernt ist, damit die Senkrechten aus den Ecken auf die Standlinien möglichst kurz ausfallen. Diese Einteilung

wendet man vorzugsweise da an, wenn das Grundstück länglich ist. In diesem Falle wird das Grundstück $A B C D$ durch

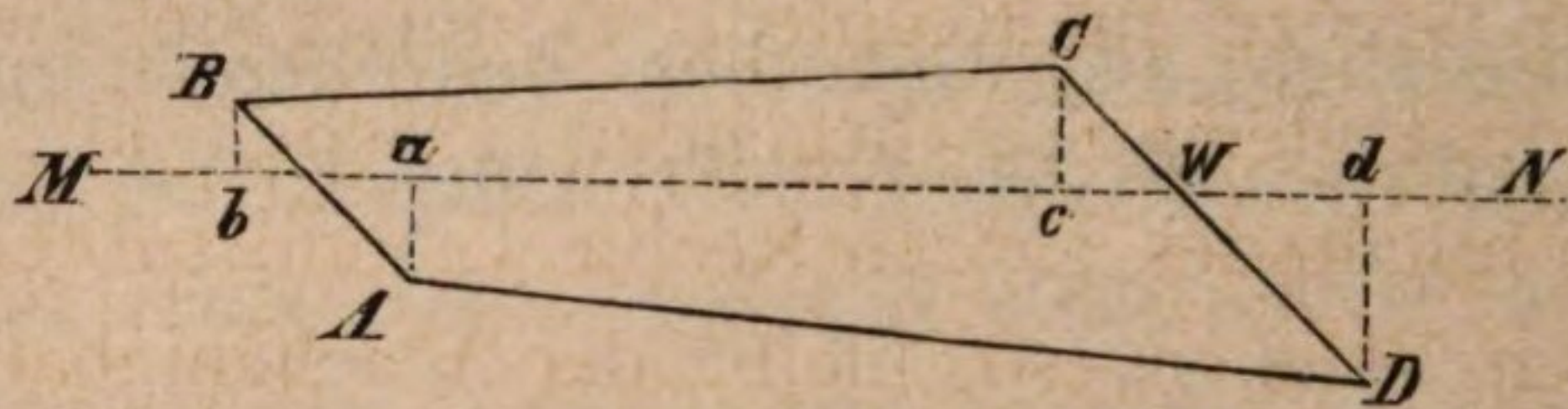


Fig. 25.

die Standlinie und durch die auf diese gefällten Senkrechten in die Trapeze $B b C c$, $A a d D$ und in die rechtwinkligen Dreiecke $A a b$ und $C c w$ geteilt. Bei dieser Einteilung sind zu messen: 1. die Standlinie von d bis b , und die Standlinie von a bis c . 2. sämtliche Senkrechte und um sicher zu gehen, 3. die Umsassungslinien.

Kleinere viereckige Flächen $A B C D$ lassen sich auch

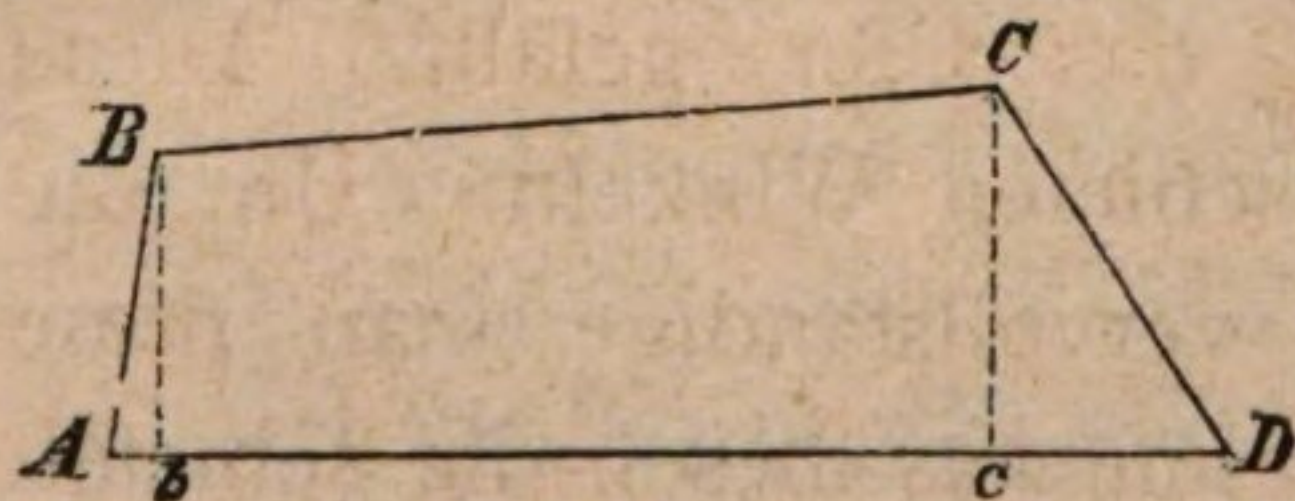


Fig. 26.

so ausmessen, dass man eine Seite derselben zu AB als Standlinie benutzt, was sehr oft eine Vereinfachung der Arbeit herbeiführte.

Ein beliebiges Vieleck z. B. das Elfeck $A B C D E F G H I K L$ kann entweder durch Diagonalen in Dreiecke oder durch

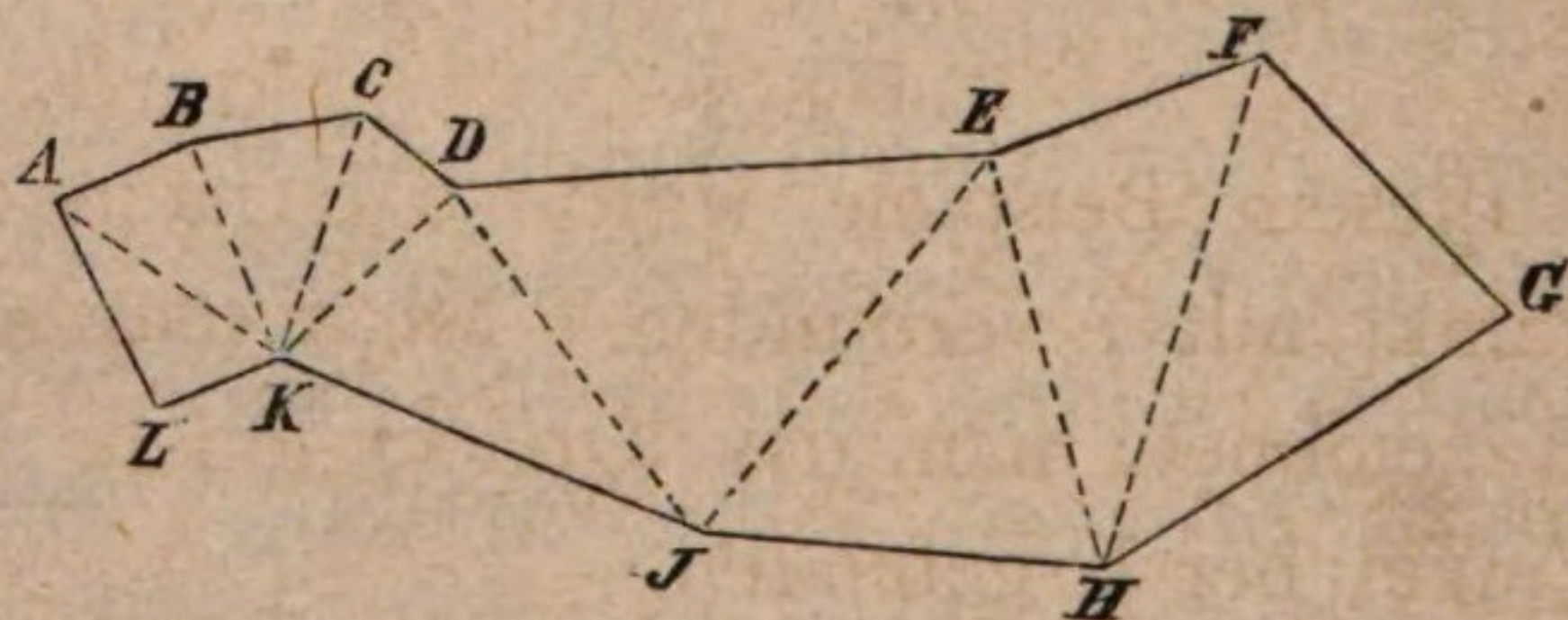


Fig. 27.

eine Standlinie in Trapeze und Dreiecke zerlegt werden. Die zweite Vermessung verdient indessen den Vorzug, weil sie eine schnellere Ausführung ermöglicht.

Teilweise oder ganz krummlinig begrenzte Flächen zu messen, sollen folgende Beispiele lernen.

Das Grundstück A B C D wird auf der Seite B C von einem Feldwege begrenzt. Durch unsere gewöhnliche Teilung zerfällt das Grundstück in Dreiecke z. B. A D E, A B E und Trapeze.

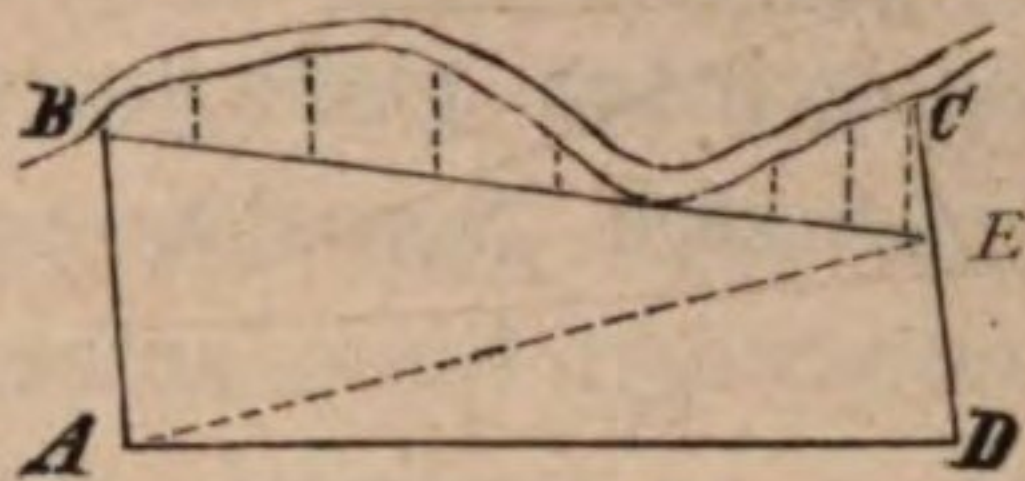


Fig. 28.

Handelt es sich um Aufnahme von unzugänglichen Grundstücken, wie Seen u. s. w., so steckt man an der Grenze ein Rechteck ab, misst die, zwischen der Standlinie und dem See liegenden Flächen ab; berechnet darauf den Inhalt des ganzen Rechtecks und subtrahirt davon die erwänten Flächen, so bleibt der Flächeninhalt des Sees als Rest.

Soll der Plan eines Flusses aufgenommen werden, so ist am einfachsten nur eine Standlinie zu gebrauchen, ist dieses nicht hinreichend, so kann man mehrere anwenden, wie dies in Fig. 30 angegeben ist. Hier sind die Linien a b, b c und c d Standlinien, von

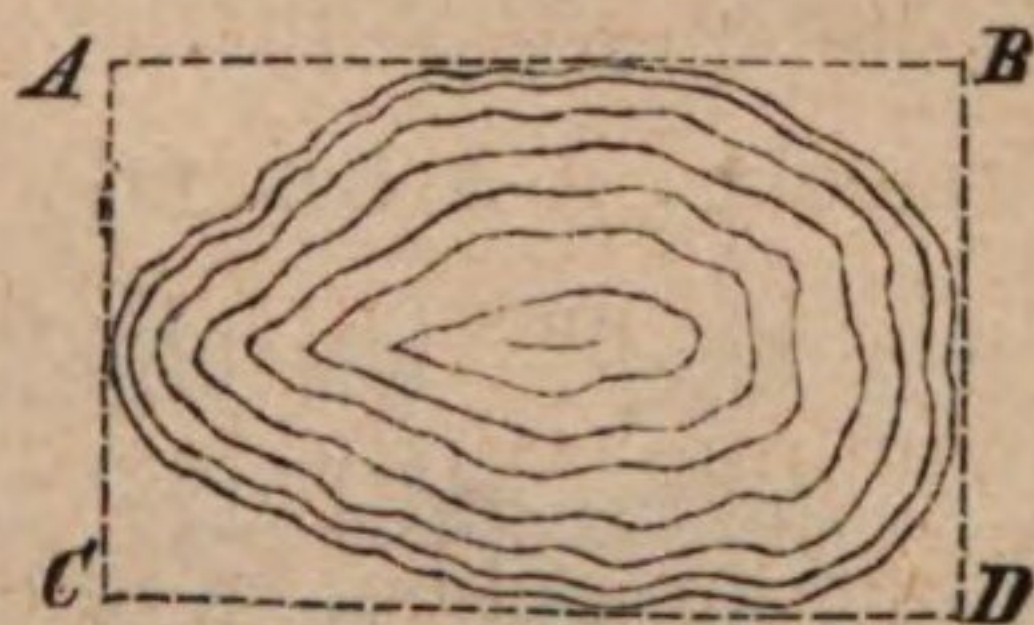


Fig. 29.

hier aus werden Senkrechte auf das Ufer gefällt. Diese Standlinien schneiden sich unter schiefen Winkeln. Um die Winkel nun messen zu können, vervollständige man diese Standlinien zu Dreiecken und berechne aus diesen die schiefen

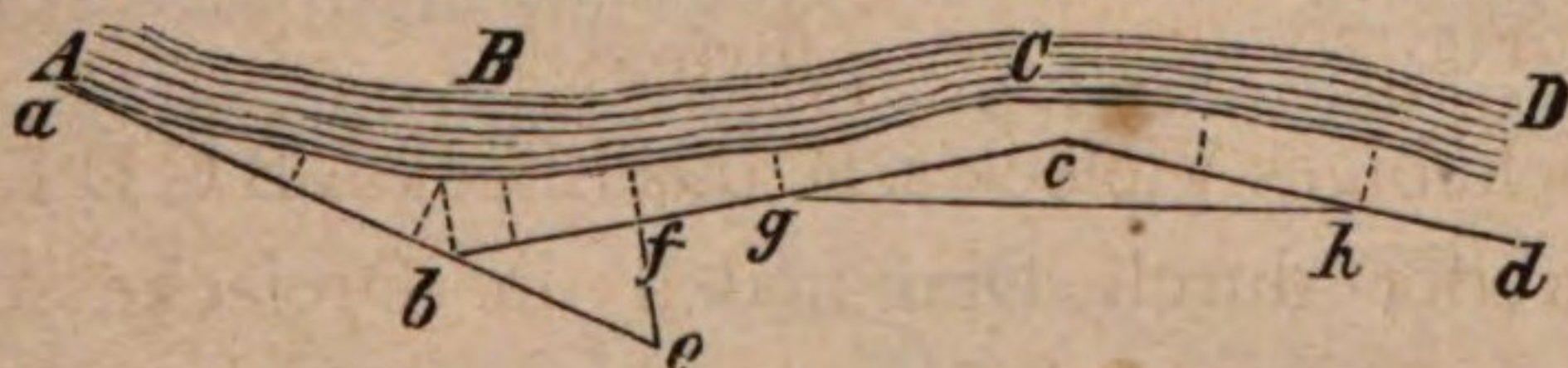


Fig. 30.

Winkel. In diesem Beispiele wurde a b nach e verlängert und dieser Punkt mit f verbunden. Misst man nun b e, e f und f b und zeichnet man das Dreieck e f b, so hat man auch den Winkel bei b gefunden.

§. 42. Das Messen der Linien.

Um Linien auf dem Felde messen zu können, müssen sie sichtbar gemacht werden. Dies geschieht durch die sogenannten Signalstangen, die an den Endpunkten der zu messenden Linie aufgestellt werden. Ist aber die Strecke zu gross, so genügen, soll genau gemessen werden, die Signalstangen nicht allein, sondern man bedarf noch anderer Hilfspunkte, welche zwischen den äussern Punkten angebracht werden müssen. Sind bei der zu messenden Linie keine Hindernisse vorhanden, so braucht Fig. 31 keine nähere Erläuterung.

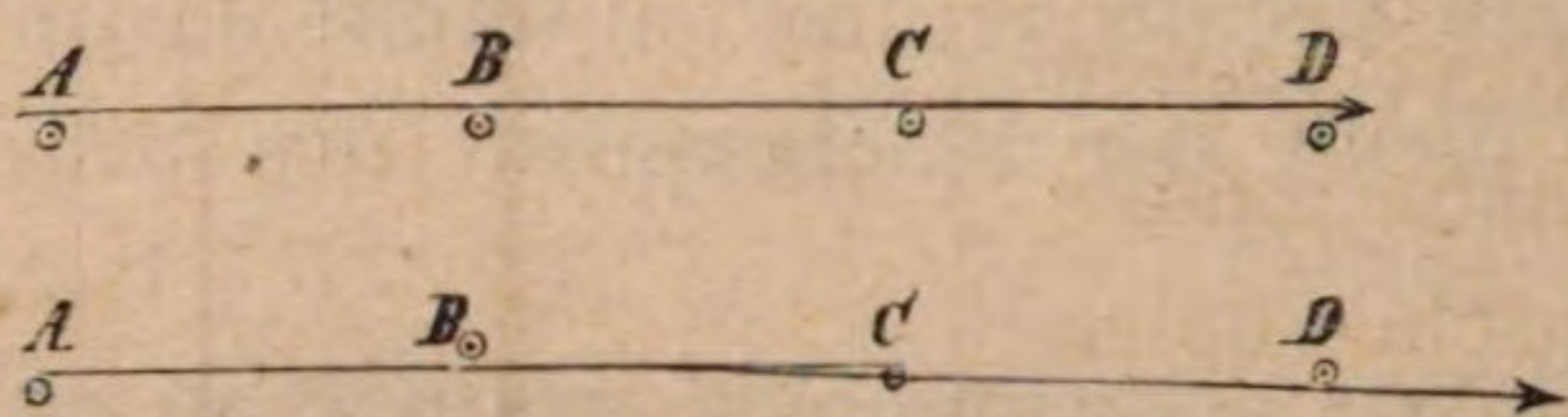


Fig. 31.

Wie soll aber verfahren werden, wenn Hindernisse vorhanden sind, die darin bestehen, dass man von einem Endpunkte den andern nicht

sehen kann. Die Hindernisse können verschiedener Art sein, je nachdem ein Hügel u. s. w. das Hinderniss bildet. Nemen wir an, in Fig. 32 befindet sich zwischen C und D ein Hügel,

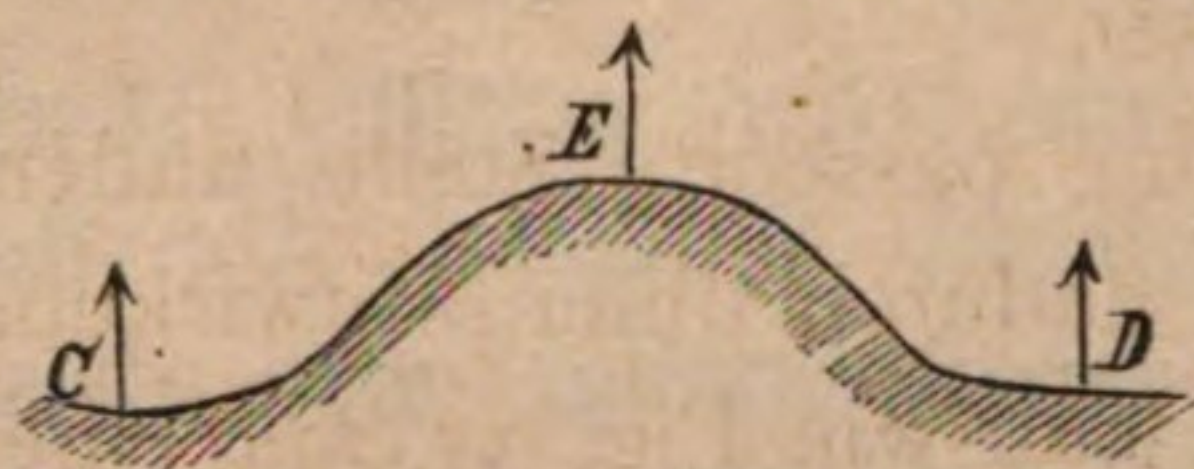


Fig. 32.

wie wird diese Linie gemessen? Der Vermesser sucht sich einen Punkt E aus, mittelst der Kreuzscheibe, indem er sich so auf den Hügel aufstellt, dass er beide End-

punkte sehen kann und misst dann wie angegeben.

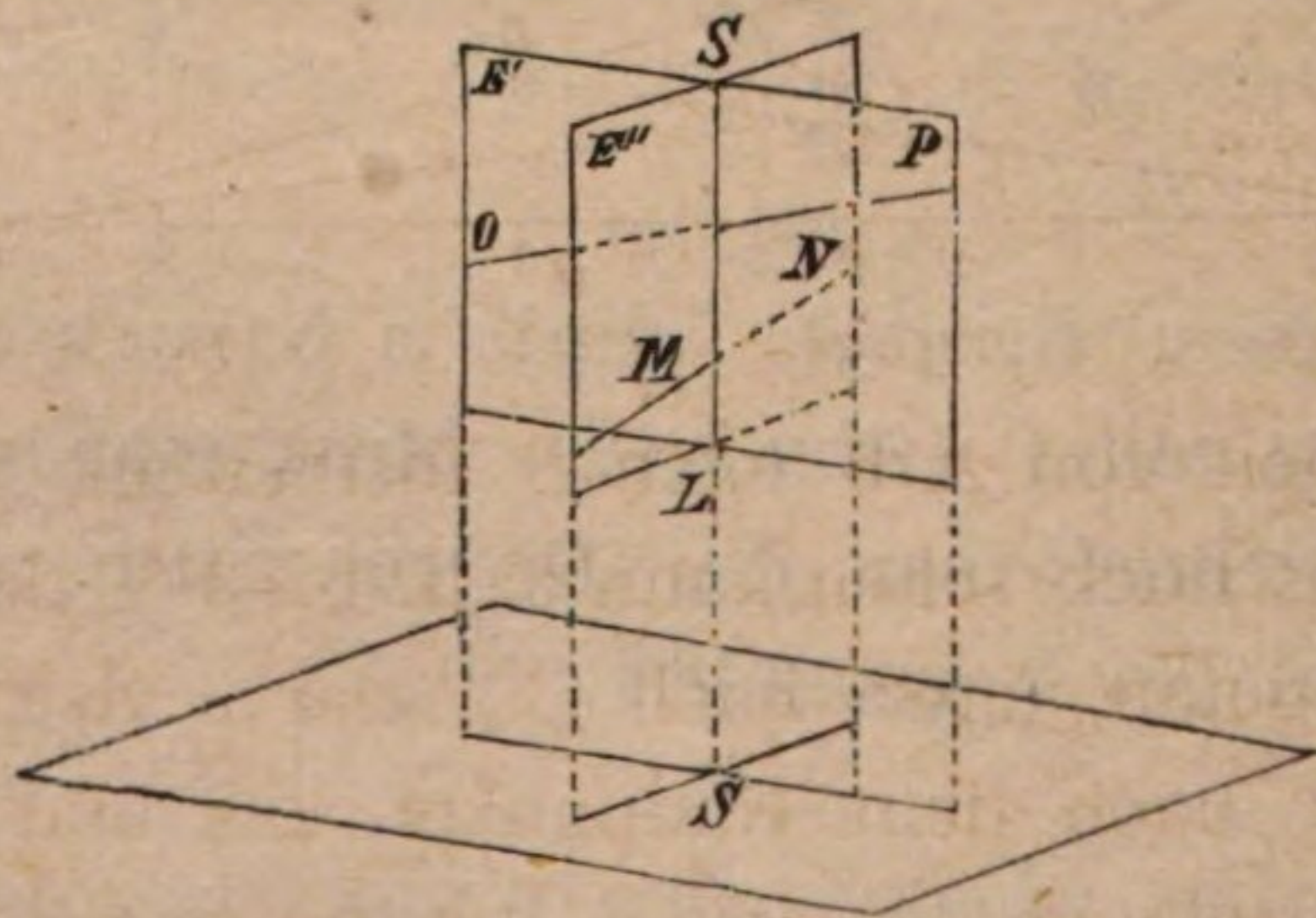


Fig. 33.

Anmerkung. Die Kreuzscheibe ist ein Instrument,

welches zum Messen und Abstecken rechter Winkel dient. Zu diesem Zwecke erhält die Kreuzscheibe zwei Visirebenen E^1 und E^2 , welche senkrecht auf einander stehen und beim Gebrauche so aufgestellt werden, dass ihre Schnittfläche $S L$ vertikal ist.

Die wirkliche Kreuzscheibe besteht aus dem Fuss und dem eigentlichen Instrument. Der Fuss besteht aus einem hölzernen Stab von 36—39 Mm. Durchmesser und ist 1,5 M. lang. Unten mit einer eisernen Spitze und oben mit einem Zapfen versehen, auf welche die Hülse der Kreuzscheibe aufgeschraubt werden kann. Das Instrument Fig. 34 besteht ausser der Hülse, aus einem runden oder auch achtseitig prismatischen hohlen Körper von Messing, dessen Durchmesser 7,5 bis 9 Zm. und dessen Höhe ungefähr 12 Zm. beträgt. Die Visirebenen, die oben beschrieben, werden durch gegenüberliegende gerade Einschnitte (Schauritzen) dargestellt, die beim Gebrauch senkrecht stehen müssen.

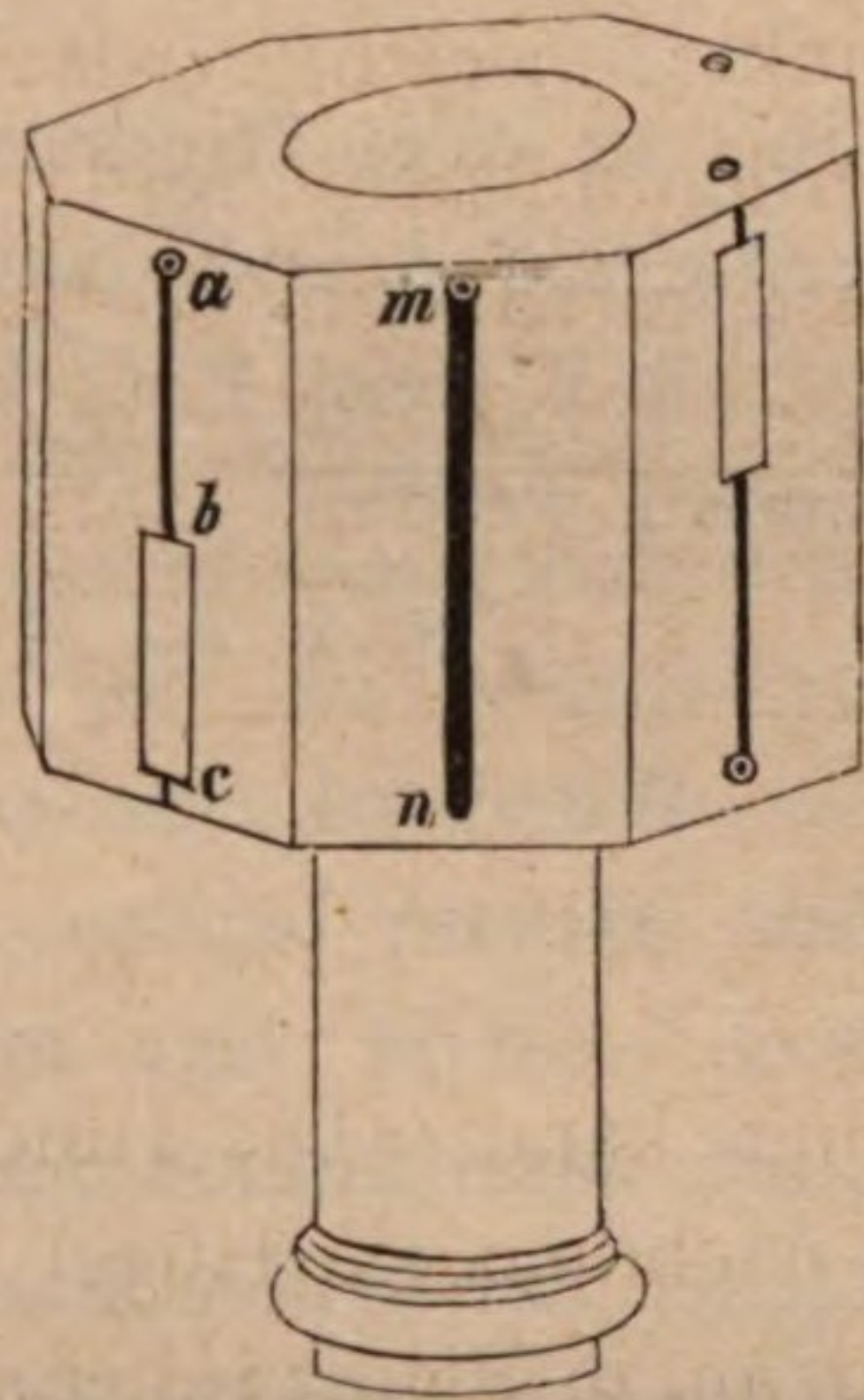


Fig. 34.

Sollte auf dem Hügel sich keine passende Stelle finden, so kann man diese Aufgabe auch dadurch unter Mitwirkung eines Gehülfen lösen, dass letzterer sich wie Fig. 35 mit einer

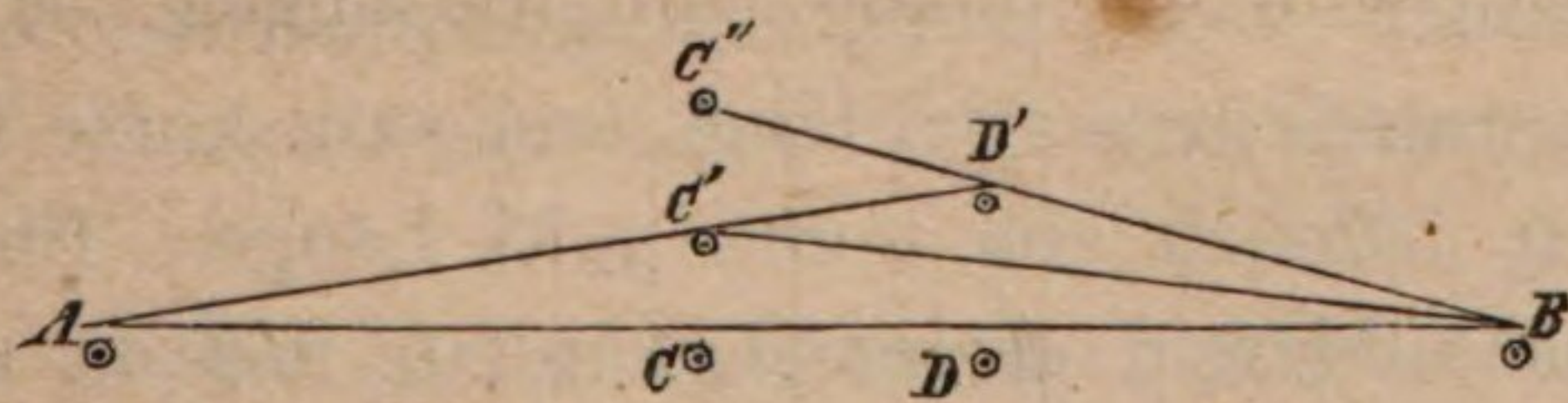


Fig. 35

Signalstange soweit von A B nach B fortbewegt, als man die Stange von A aus noch sehen kann z. B. bis D' , dasselbe wird auch von B aus getan, (etwa nach C'), dann visirt zuerst der eine den andern nach dem Endpunkte ein und der zweite korrigirt die Aufstellung des ersten, bis beide schliesslich die richtige Aufstellung (C und D) gefunden haben.

3. Befindet sich zwischen den Endpunkten ein unüberschreit-

bares Hinderniss, so sucht man erst nach Fig. 36 die Zwischenpunkte V und C zu finden; steckt dann eine Hilfslinie R A möglichst

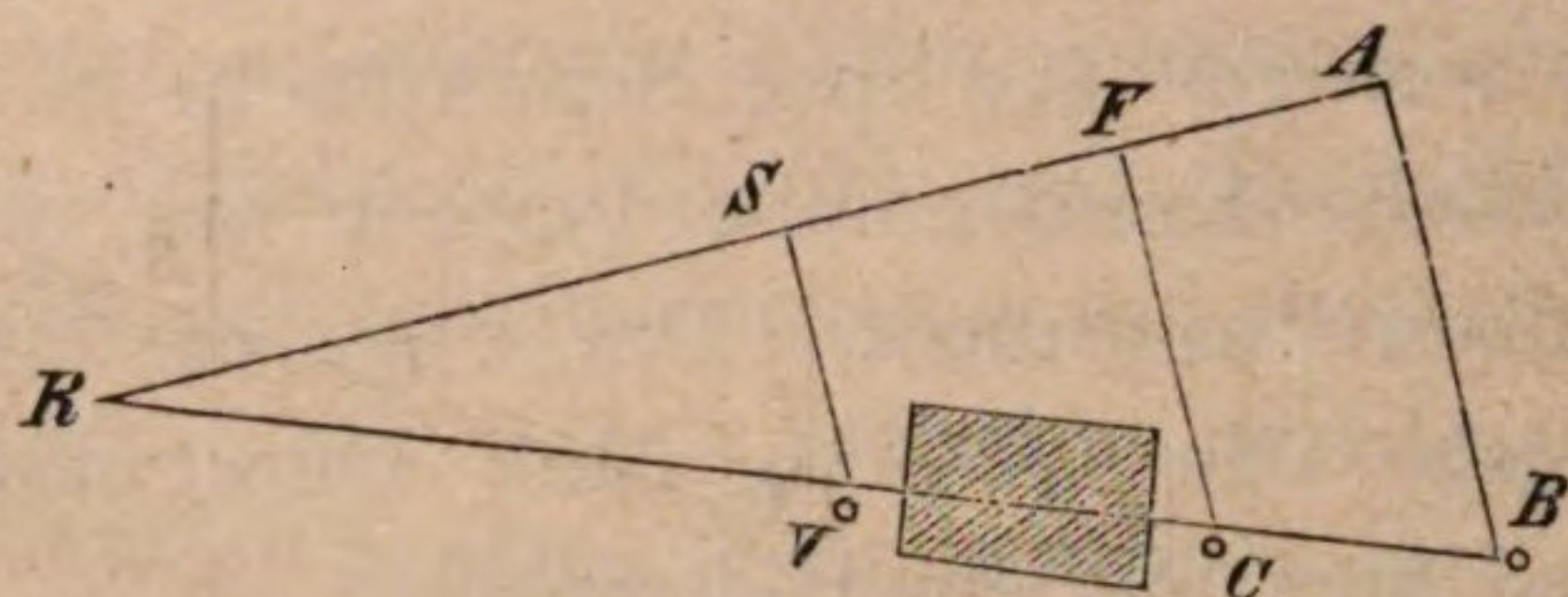


Fig. 36.

nahe an dem Hindernisse vorbei und fällt von B eine Senkrechte auf A und dann von S und F Senkrechte auf V und C.

S V und F C können nach mathematischen Sätzen gefunden werden.

$$S V = A B \frac{R S}{R A}; \quad F C = A B \frac{R F}{R A}.$$

Wie wird eine Linie auf horizontalem Boden gemessen? Zum Messen benutzt man die Messstangen und mindestens zwei. Zuerst legt man die eine genau an die abgesteckte Linie, dann nimmt man die andere und legt sie so, dass die Endflächen der beiden Stangen sich berühren; die erste Stange muss so lange unverschoben bleiben, bis die andere richtig gelegt ist.

Anmerkung. Zum Messen bedient man sich der Messketten und der Messstangen. In neuerer Zeit verschwinden jedoch die Messketten. Die Messstangen müssen eine verschiedene Länge haben. Grosse Messstangen gestatten zwar eine schnellere und sichere Messung, sind jedoch auf unebenem Boden nicht immer zu gebrauchen. Daher ist es notwendig, mindestens zwei lange und zwei kurze Messstangen zu besitzen, nämlich von 3 und 5 M. Länge. Ehe die Messstangen nach Metern eingeteilt werden, müssen sie auf ihre Richtigkeit geprüft werden. Am zweckmässigsten werden je ein Meter abwechselnd weiss und schwarz gestrichen und die Dezimeter mittelst schwarzer oder weisser Striche auf dem weissen oder schwarzen Grunde angegeben.

Wie wird eine Linie auf geneigtem Boden gemessen? Nach der grösseren oder geringeren Neigung richten sich die Messstangen, ferner wird der Senkelstock gebraucht. Nach Erfahrungen hat sich herausgestellt, dass eine Linie auf ge-

neigtem Boden genauer gemessen wird, wenn man sie von unten nach oben misst, als wenn es umgekehrt geschieht. Ferner reicht beim Messen von unten nach oben eine Person

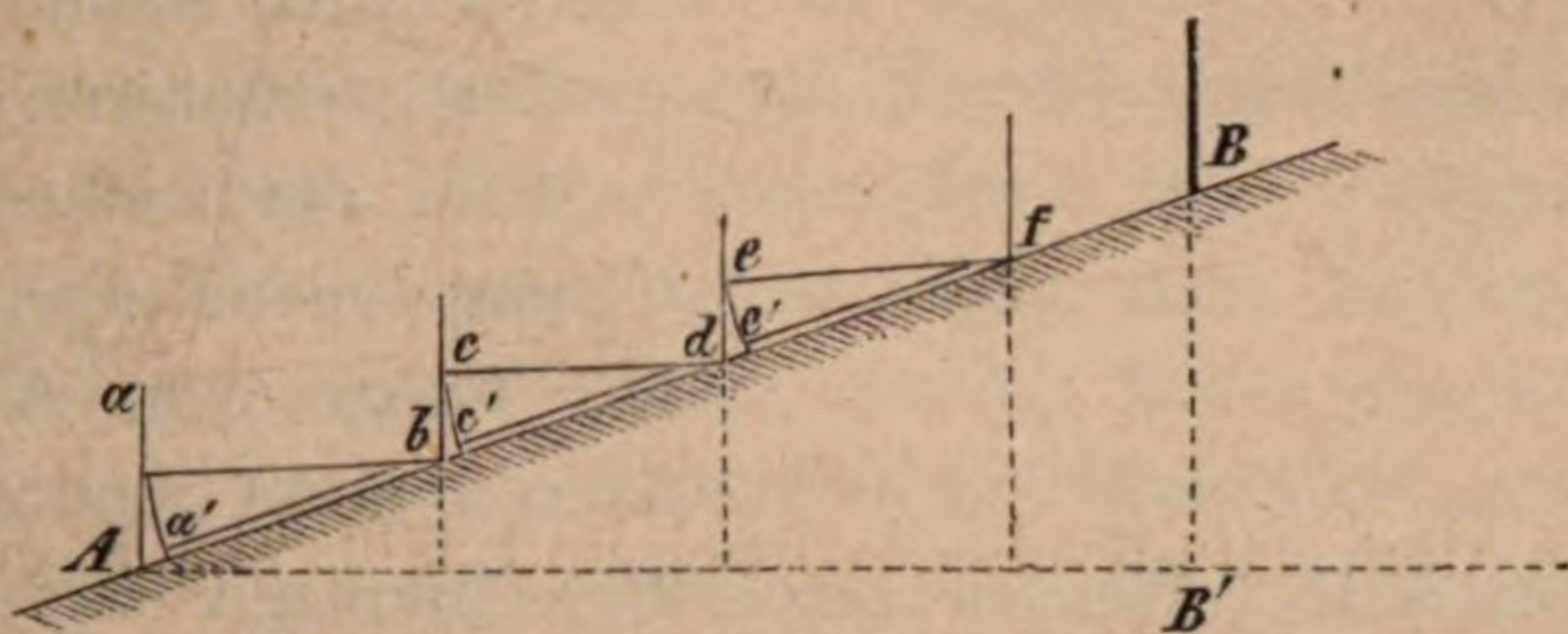


Fig. 37.

aus, während, geschieht es umgekehrt, zwei nötig sind. Die Fig. 37 macht eine weitere Beschreibung der Messung nicht nötig.

Anmerkung. Der Senkelstock ist ein zylindrischer Stab von gutem Holz, 1,5 M. lang, mit einem Durchmesser von 36 Mm. Das untere Ende desselben ist mit einer eisernen Spitze versehen. Fig. 38.

Wie werden Linien gemessen, welche nicht unmittelbar gemessen werden können?

Es seien die Endpunkte einer geraden Linie a b zugänglich, aber die Linie a b selbst eines Sumpfes wegen nicht unmittelbar messbar, wie kann ihre Länge bestimmt werden?

a. Man errichte in a und b eine Senkrechte (Fig. 39) und mache diese Senkrechten gleich lang. Die Verbindungslinie dieser Endpunkte der beiden Senkrechten ist gleich der zu messenden Linie und wird statt dieser gemessen.

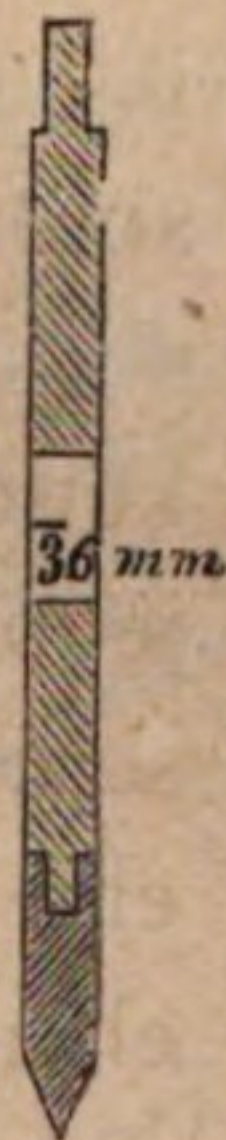


Fig. 38.

b. Es sei A B die auszumessende Linie, B nicht zugänglich, sondern von A durch einen Fluss getrennt. Fig. 40.

Man errichte eine Senkrechte in A, A C. Dann suche man Punkt F auf von C B, der noch zugänglich ist und B am nächsten liegt. Von F falle man eine



Fig. 39.

Senkrechte F D auf A C, dann ist die gesuchte Linie

$$A B = A C \frac{D F}{C D}.$$

c. Eine Linie soll gemessen werden, die jenseits eines

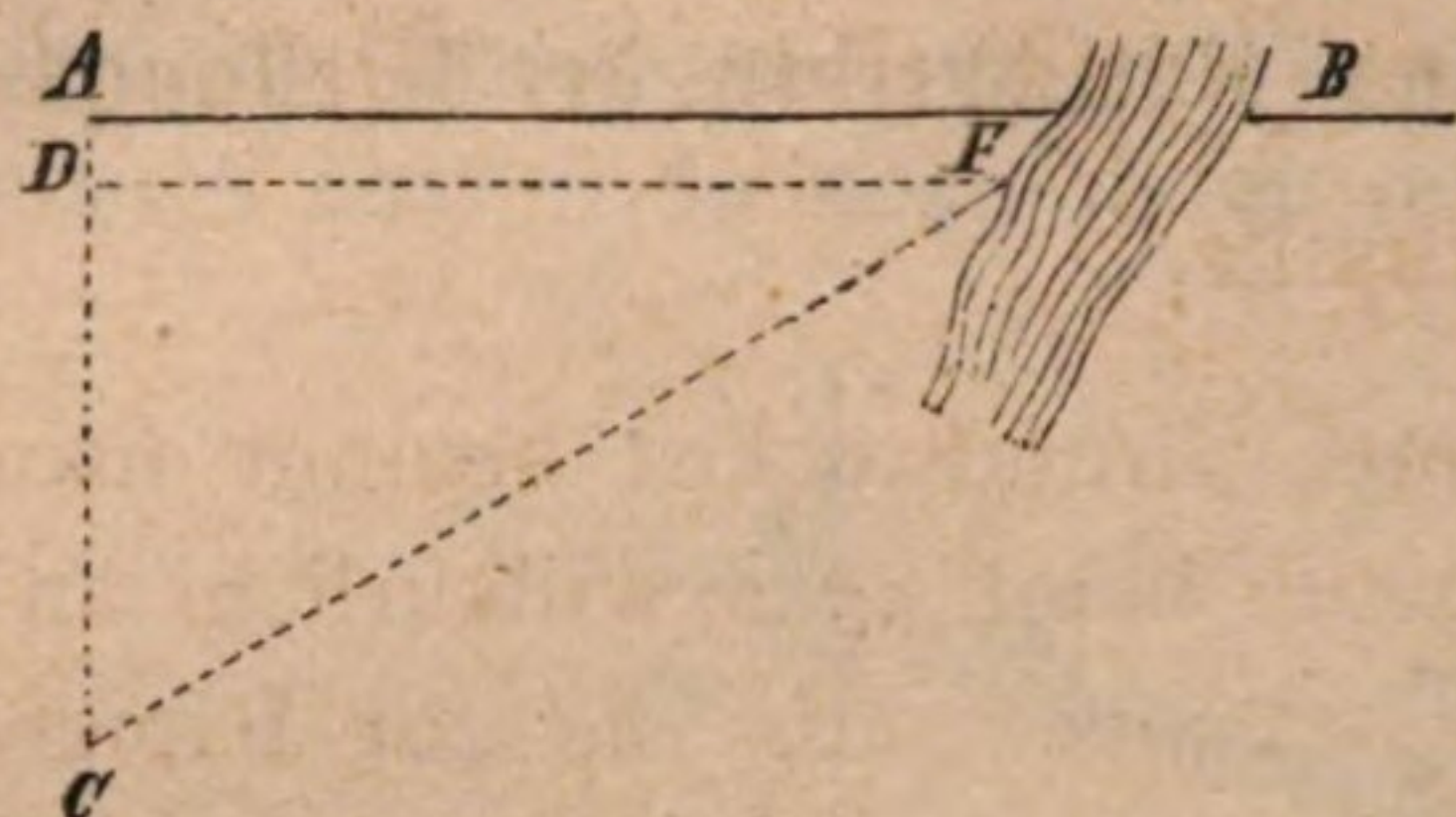


Fig. 40.

Flusses liegt, nicht zugänglich ist, in deren Richtung aber visirt werden kann. Fig. 41.

Man verlängere die Linie A B in der Richtung nach C und suche nach B die die Länge von A C und dann von B C und subtrahirt

B C von A C. Werden beide Berechnungen sogleich ausgeführt, so ist:

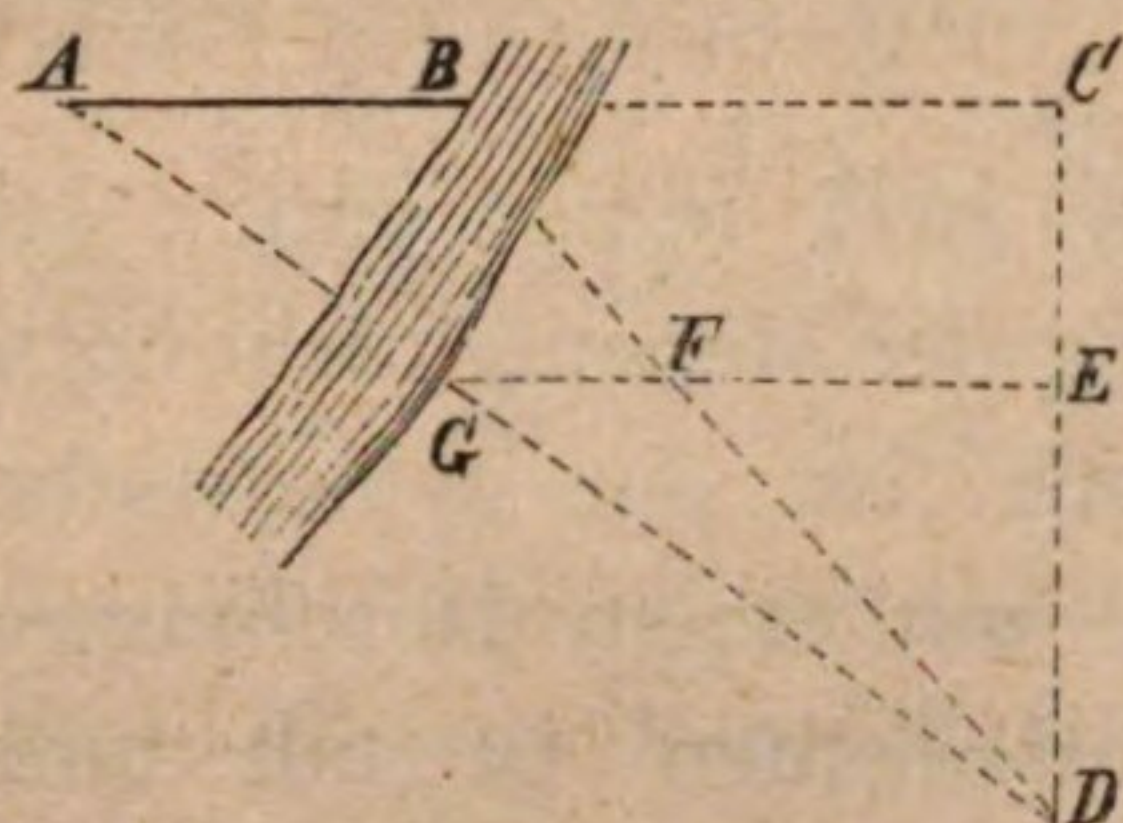


Fig. 41.

$$A B = G F \frac{C D}{E D}.$$

d. Die Entfernung von A nach B soll gefunden werden, da ein Haus zwischen den beiden Punkten steht, so kann diese Linie weder gemessen, noch visirt werden. Fig. 42.

Man sucht einen dritten Punkt C; derselbe muss so liegen, dass man von ihm nach A und B sehen und messen kann; hiernach bestimmt man D und E, so ist:

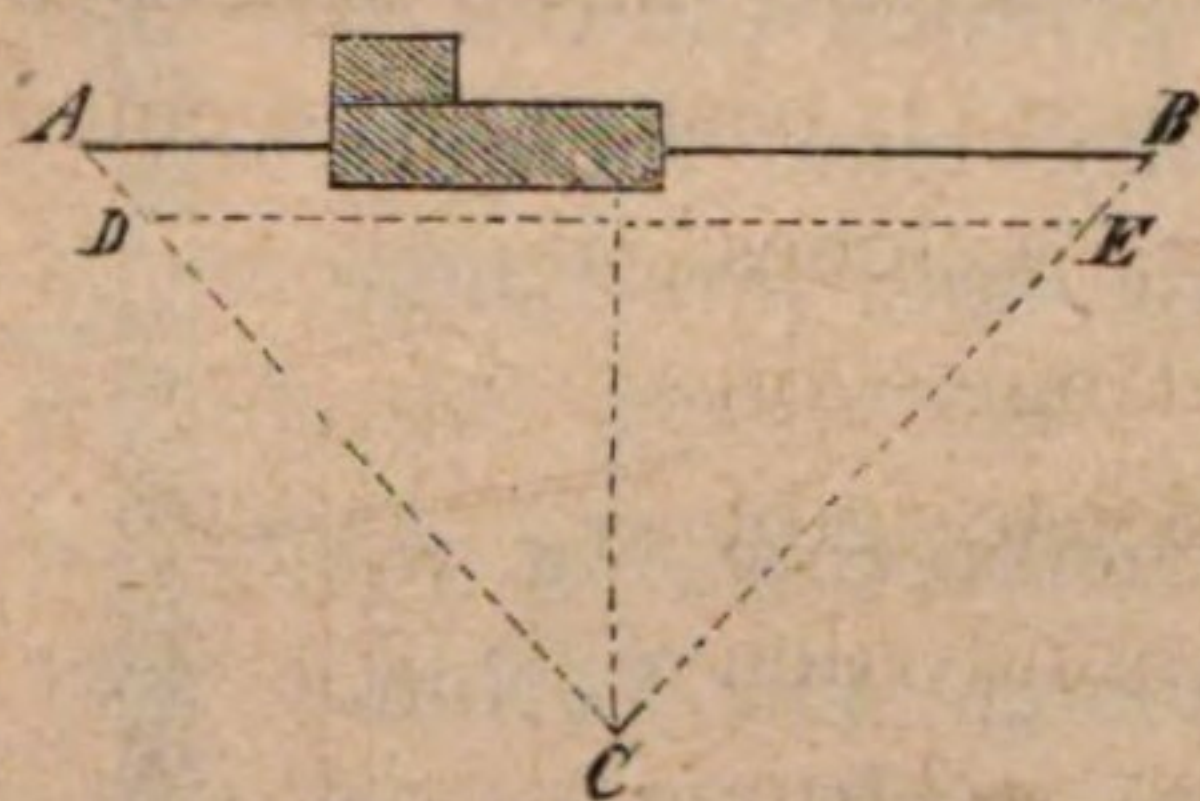


Fig. 42.

und E, so ist:

$$C D : C A = C E : C B,$$

woraus folgt:

$$A B = D E \frac{A C}{D C}$$

oder

$$A B = D E \frac{B C}{E C}.$$

e. Die Entfernung zweier Punkte A und B sollen ge-

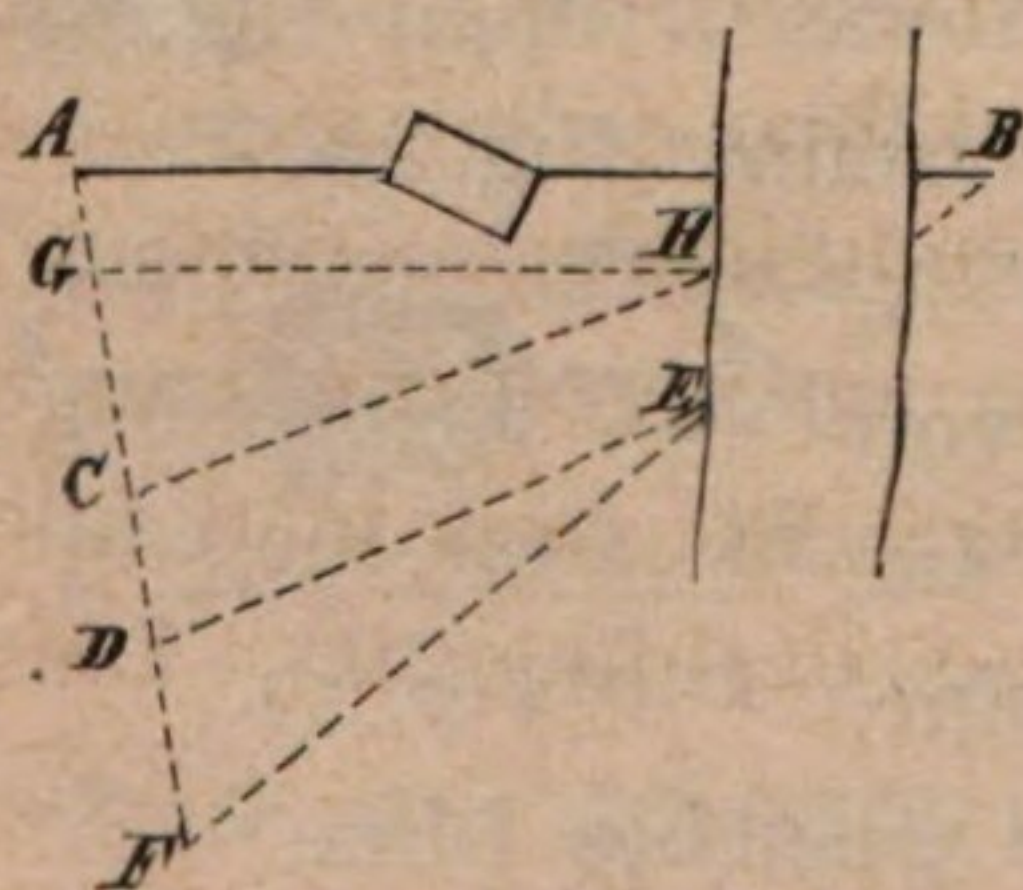


Fig. 43.

funden, die durch ein Haus und einen Fluss getrennt werden. Der Punkt A sei nur zugänglich. Fig. 43.

Man wähle den Punkt C so, dass von ihm nach A gemessen und nach B visirt werden kann. Darnach findet man C B nach den früheren Aufgaben. Das Weitere erläutert die Zeichnung.

§. 43. Das Aufzeichnen und Aufschreiben der Messungsergebnisse.

Bei der Aufzeichnung eines Grundstückes beginnt man mit der Standlinie. Diese Linie kann man willkürlich annehmen, jedoch wird man sie so legen, dass sie zur Papierfläche eine symmetrische Lage erhält. Noch ehe man eine Linie zeichnet, muss man sich über den Maassstab entscheiden, der zu Grunde gelegt werden soll. Welcher Maassstab angewendet werden soll, hängt von dem zu vermessenden Grundstück ab. Die passendsten sind für Landwirte 1:1000 bis 1:500. Alle Linien müssen in derselben Figur nach demselben Maassstabe aufgetragen werden.

Die zweite Linie, welche dann aufgetragen werden soll, muss mit der ersten einen Punkt gemein haben. Steht sie auf der ersten senkrecht, so benutzt man den Maassstab sogleich als rechten Winkel.

Anmerkung. Um dies nun im Felde bequem ausführen zu können, hat man einen Skizzentisch und einen Maassstab nötig. Der Skizzentisch (siehe Fig. 44) besteht aus einem dünnen Brette von weichem Holz, welches quadratförmig ist und eine Seitenlänge von ungefähr 50 Zm. hat. Eine Querleiste gibt dem Brette die nötige Festigkeit und den erwünschten Anhaltspunkt, um einen 9 Dzm. langen Fuss anzubringen.

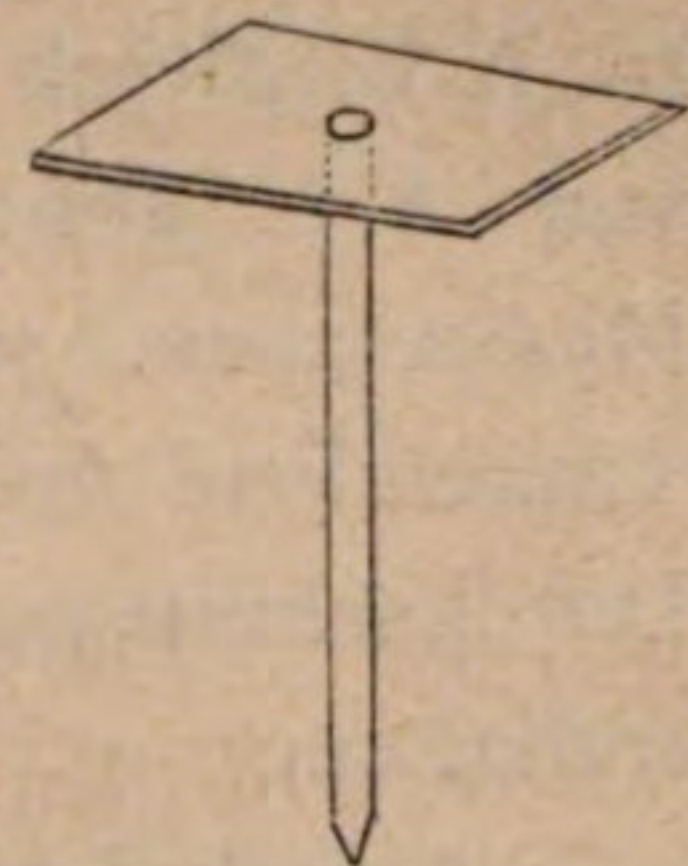


Fig. 44.

Der Maassstab besteht entweder aus Messing, Holz oder Papier. Wie schon angegeben ist der Maassstab von 1:1000 unseren Zwecken am dienlichsten. Wie nun ein tausendteiliger (verjüngter) Maassstab zu konstruiren, das heisst wie eine gegebene Länge A B so in tausend gleiche Teile zu teilen ist, dass man alle Längen von 1 bis 1000 in der Länge des kleinsten Theils darstellt, wollen wir hier darlegen.

Man theile die Länge A B in 10 gleiche Teile, $A E = E F = F G$ u. s. w.; einen dieser Teile, A E, ebenso wieder

in 10 gleiche Teile, $A b = b c = c d$ u. s. w.; einen dieser Teile, $A b$, endlich wieder in 10 gleiche Teile, aber nicht wie wir eben getan, sondern so, dass man eine Linie $A C$ von beliebiger, am besten der $A E$ gleichen Länge unter

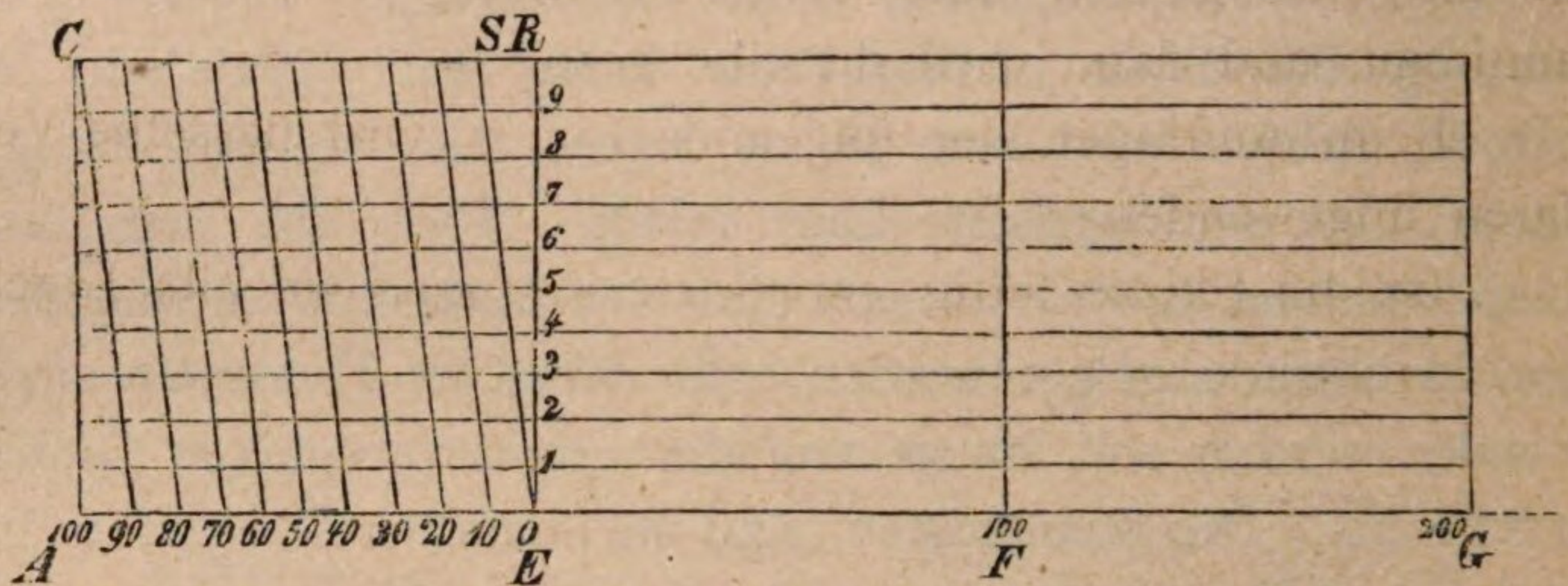


Fig. 45.

beliebigem (am besten rechten) Winkel an $A B$ legt, diese in 10 gleiche Teile teilt, die Linie $C b$ zieht und durch die Teilpunkte von $A C$ Parallele zu $A b$.

Errichtet man nun noch aus den ersten Teilpunkten der gegebenen Länge $A B$, aus den Punkten $E, F G \dots$ Parallele zu $A C$; und aus den zweiten Teilpunkten $c, d, e \dots$ Parallelen zu $b C$; zieht endlich durch C eine Parallele zu $A B$, gleich $A B$; und verlängert die durch die Teilpunkte von $A C$ gezogenen Parallelen durch die ganze Länge des Maassstabes: so ist jede beliebige Länge von 1 bis 1000 Tausendstel auf irgend einer dieser Parallelen zwischen zwei Durchschnittspunkten derselben mit den andern Teilstrichen enthalten.

Gewöhnlich ist aber die zweite Linie schiefwinklig zur ersten und dann ist darauf zu sehen, dass die beiden Linien in der Zeichnung denselben Winkel bilden als die bezüglichen Linien auf dem Felde. Zu diesem Zwecke wird der Skizzirtisch bei dem Schnittpunkt der beiden Linien so aufgestellt, dass seine Platte horizontal ist, und der bestimmte Punkt in der Zeichnung senkrecht über den Punkt auf dem Felde kommt, und die erste Linie die Richtung der ihr entsprechenden Linie auf dem Boden hat. Dann wird der Maassstab auf die

in der Zeichnung vorhandene Linie gelegt, und der Tisch wird so gedret, dass die Linie in der Zeichnung genau in der Richtung mit der Linie auf dem Felde übereinstimmt. Nachdem dies geschehen, wird der Maassstab so um den Schnittpunkt gedret, dass er die Richtung der zweiten Linie annimmt, und dann wird dieselbe gezogen.

Beim Auftragen der folgenden Linien wird dasselbe Verfahren angewendet.

Ist die Skizze fertig entworfen, so muss sie alle Ergeb-

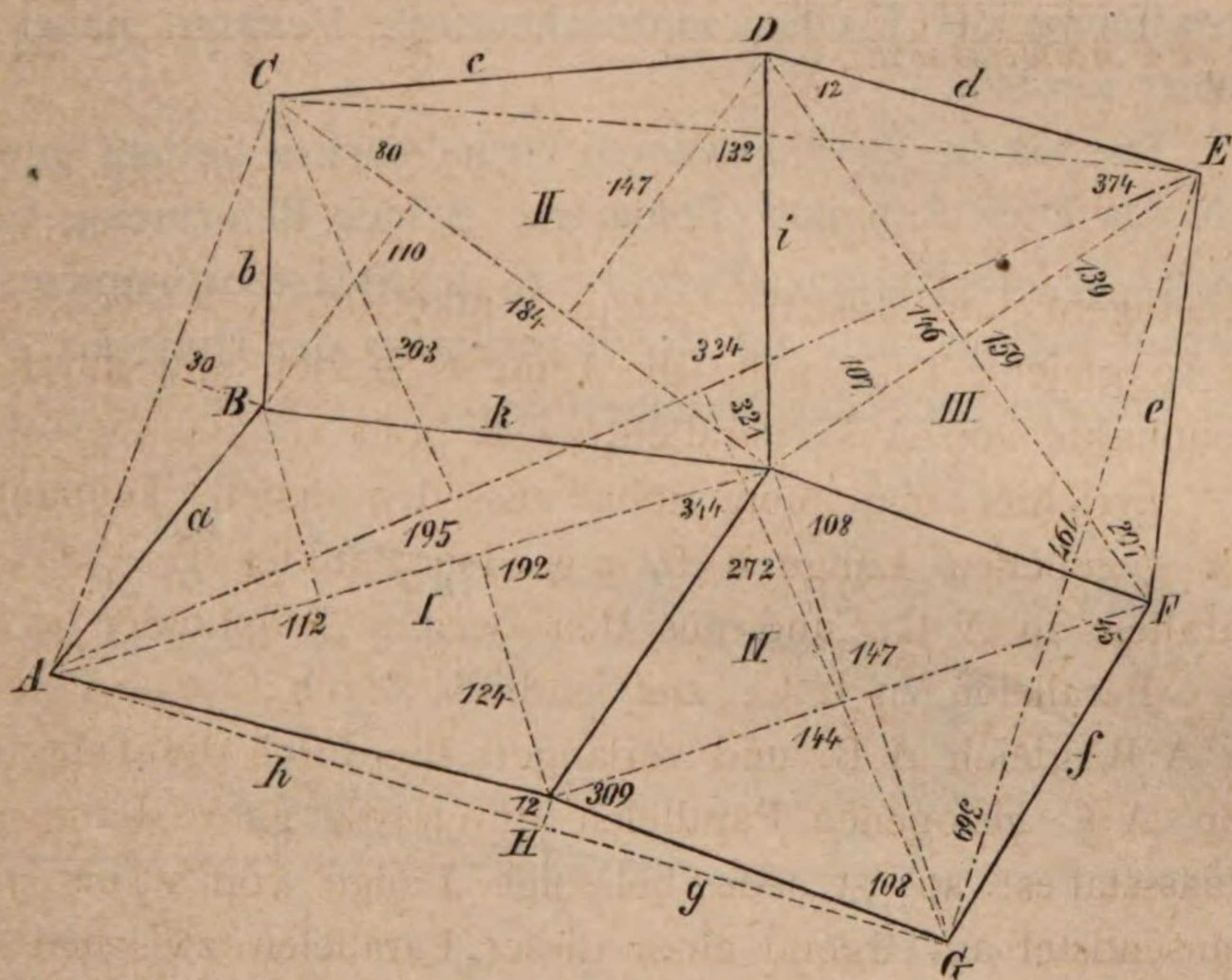


Fig. 46.

nisse, wie sie die Messung ergeben, unverändert enthalten. Ein Handriss enthält, wie Fig. 46 zeigt, viererlei Zalen, die sich, um Verwechselungen zu vermeiden, durch Bezeichnung und Stellung scharf unterscheiden müssen. Die erste Gruppe der Zalen dient zur Bezeichnung der Abteilung der Standlinien, die zweite Gruppe bezeichnet die Länge der Senkrechten; die dritte Gruppe bezeichnet die Länge von Linien, von ihrem Anfangspunkte bis zum Durchschnittspunkte mit anderen Linien. Diese Zalen werden einmal unterstrichen und

in der Richtung der zugehörigen Linie eingetragen; die vierte Gruppe dient zur Bezeichnung der ganzen Länge der Linien; sie werden zweimal unterstrichen.

§. 44. Die Flächenberechnung.

Wie die einzelnen Flächen berechnet werden, ist schon im IV. Abschnitt mitgeteilt worden, hier soll nur das bei der Berechnung der Flächen einzuschlagende Verfahren näher erläutert werden.

Die Fläche eines grösseren Grundstückes besteht gewöhnlich aus Dreiecken und Trapezen. Behufs Berechnung ist es notwendig, die einzelnen Parzellen in der Skizze zu nummeriren. Hierauf beginnt man mit der Berechnung der Dreiecke, dann der Trapeze nach der Nummerfolge.

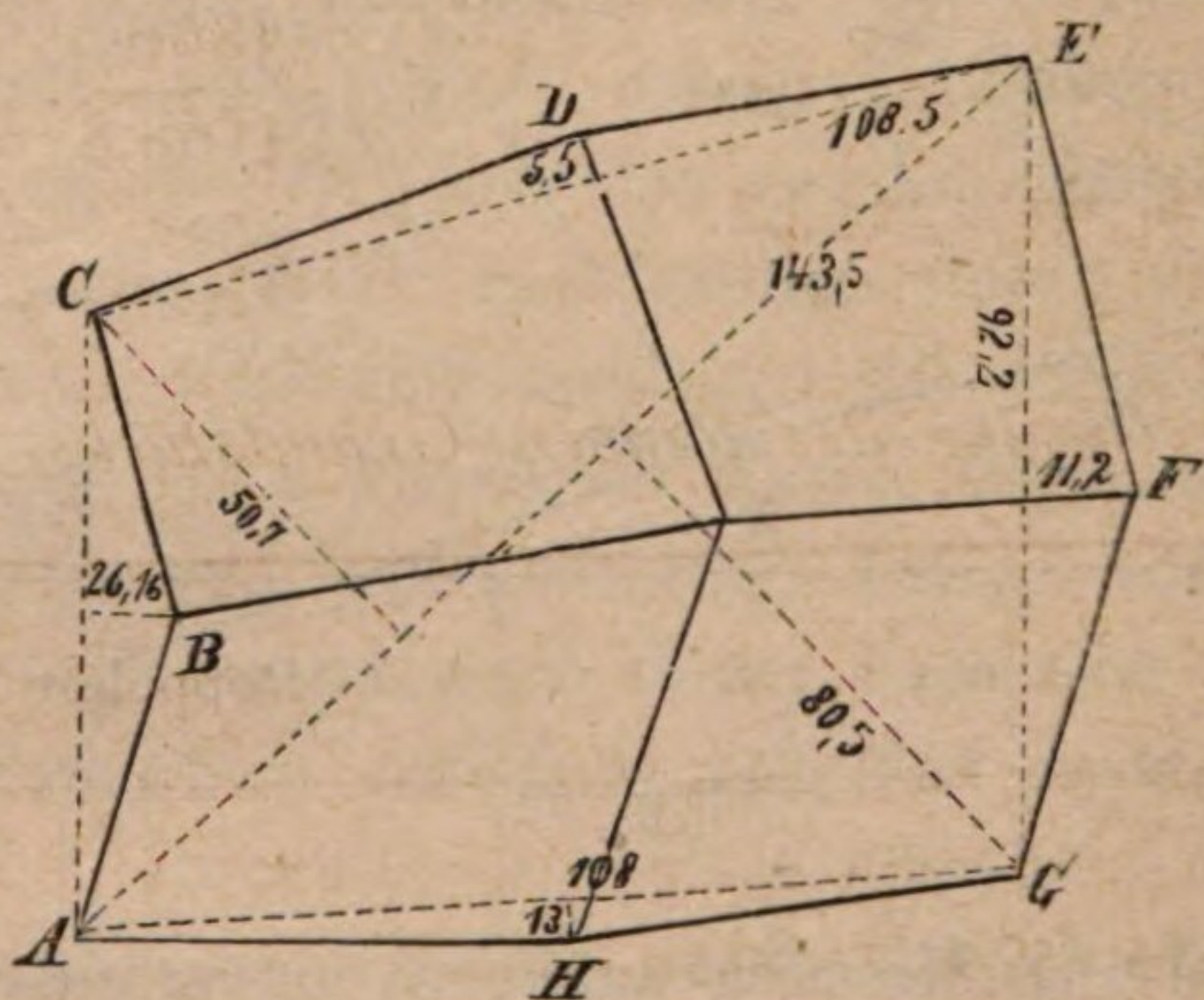


Fig. 47.

Zur übersichtlichen Berechnung benutzt man am besten liniirtes Papier und teilt dasselbe von oben nach unten in vier Rubriken. Die erste enthält Namen und Nummer der Abteilung, die zweite den Ansatz zur Berechnung, die dritte das Ergebniss und die vierte die eigentliche Berechnung.

Folgendes Beispiel diene zur weiteren Erläuterung. Fig. 47.

N ^o .	Ansatz.	Inhalt:	
		doppelt:	einfach:
I.	$86 (24,5 + 41) = 86 \times 65,5$	5573 Qm.	2784,5 Qm.
II.	$75,2 (29,7 + 36,7) = 75,2 \times 66,4$	4993,28 Qm.	2496,64 Qm.
III.	$74,2 (26,7 + 34,7) = 73,2 \times 61,4$	4455,88 Qm.	2227,94 Qm.
IV.	$77,2 (27 + 27) = 77,2 \times 54$	4168,8 Qm.	2084,4 Qm.
Summa:		19190,96 Qm.	9593,48 Qm.

Multiplikation.

1. $86 \times 65,5$

430

430

510

$2 : 5573,0 = 2784,5.$

2. $75,2 \times 66,4$

3008

4512

4512

$2 : 4993,28 = 2496,64.$

3. $74,2 \times 61,4$

2968

742

4352

$2 : 4455,88 = 2227,94.$

4. $77,2 \times 54$

3088

3860

$2 : 4168,8 = 2084,4.$

Berechnung des ganzen Grundstücks.

Abteilung.	Ansatz.	Doppelter Inhalt.	
		+	—
1. A C G E	$143,5 (50,7 + 80,5) =$ $143,5 \times 131,2$	18827,20 Qm.	
2. A B C	$— 60 \times 26,16$		1569,60 Qm.
3. C D E	$108,5 \times 5,5$	596,75 Qm.	
4. E F G	$92,2 \times 11,2$	1032,64 Qm.	
5. G H A	108×3	334 Qm.	
Summa:		20780,59 Qm.	— 1569,60 Qm.

Anmerkung. Das Verfahren zur Berechnung des Flächeninhaltes der Grundstücke lässt sich abkürzen, wenn man eine

allgemein gültige Regel zur Ausführung solcher Berechnungen feststellt Diese Regel findet man folgendermassen:

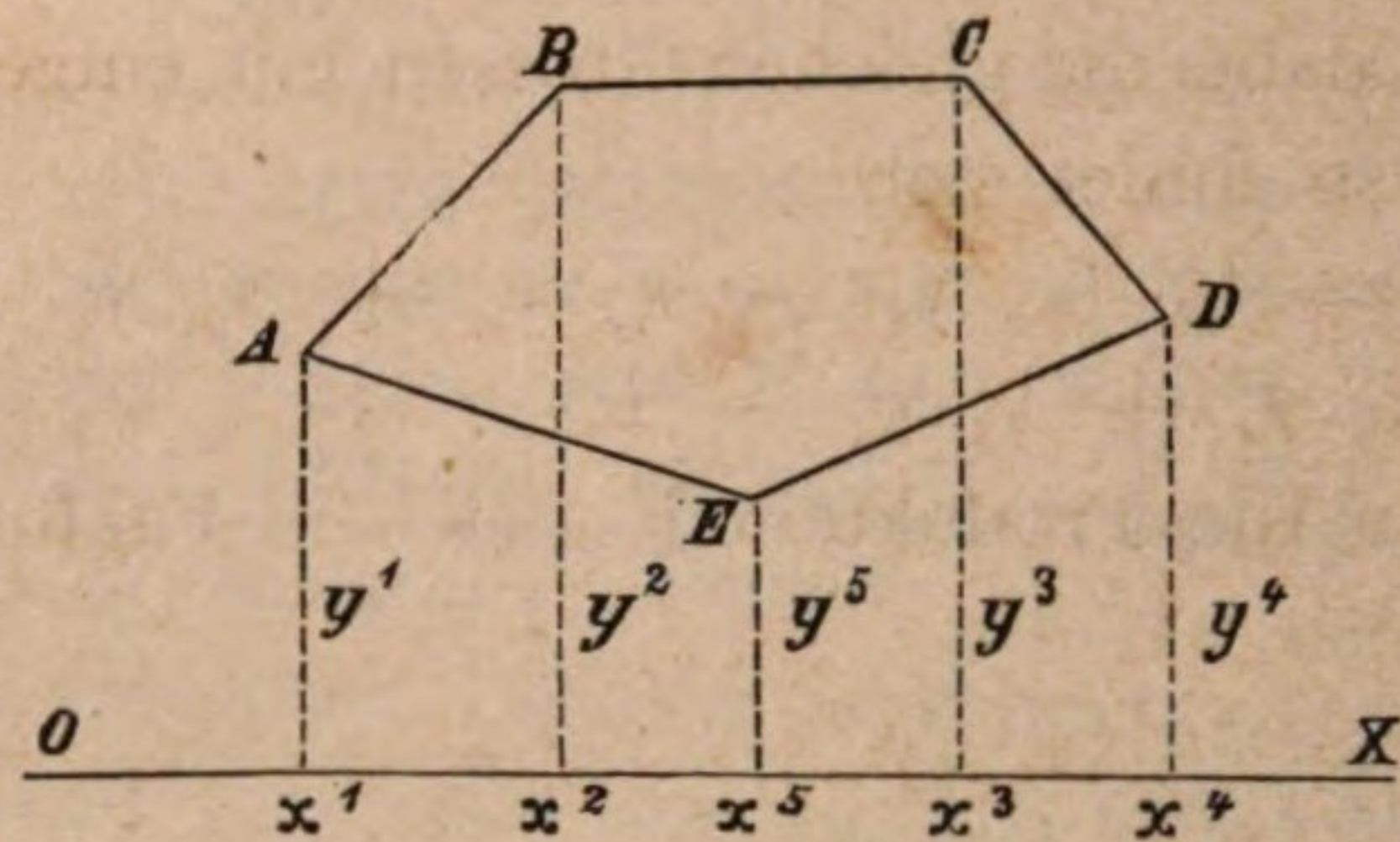


Fig. 48.

Der Flächeninhalt des Vielecks A B C D E Fig. 48 sei, zu berechnen. Gemessen werden die Senkrechten y_1, y_2, y_3, y_4 und y_5 , welche von den Punkten A, B, C, D und E senkrecht auf die Standlinie O x gefällt werden, ferner die Abschnitte der Standlinie vom Anfangspunkt O derselben bis zu den Fusspunkten der Senkrechten, $O x_1 = x_1, O x_2 = x_2, O x_3 = x_3, O x_4 = x_4$ und $O x_5 = x_5$. Nun findet man die Fläche des Vielecks, wenn man die Trapeze A B $x_2 x_1$, B C $x_3 x_2$, C D $x_4 x_3$, D E $x_5 x_4$ und E A $x_1 x_5$ der Reihe nach berechnet und von der Summe der drei ersteren die Summe der beiden letzteren subtrahirt; demnach ist:

$$A B C D E = A B x_2 x_1 + B C x_3 x_2 + C D x_4 x_3 - D E x_5 x_4 - E A x_1 x_5.$$

Denkt man sich für die Perpendikel und die Abschnitte der Standlinie die bezüglichen Maasszahlen eingesetzt, so ergibt sich für die einzelnen Trapeze:

$$\begin{aligned} + A B x_2 x_1 &= \frac{1}{2} (y_1 + y_2) (x_2 - x_1) = \frac{1}{2} (x_2 y_1 + x_2 y_2 - x_1 y_1 - x_1 y_2) \\ + B C x_3 x_2 &= \frac{1}{2} (y_2 + y_3) (x_3 - x_2) = \frac{1}{2} (x_3 y_2 + x_3 y_3 - x_2 y_2 - x_2 y_3) \\ + C D x_4 x_3 &= \frac{1}{2} (y_3 + y_4) (x_4 - x_3) = \frac{1}{2} (x_4 y_3 + x_4 y_4 - x_3 y_3 - x_3 y_4) \\ - D E x_5 x_4 &= \frac{1}{2} (y_4 + y_5) (x_5 - x_4) = \frac{1}{2} (x_5 y_4 + x_5 y_5 - x_4 y_4 - x_4 y_5) \end{aligned}$$

$$- E A x_1 x_5 = \frac{1}{2} (y_5 + y_1) (x_1 - x_5) = \frac{1}{2} (x_1 y_5 + x_1 y_1 - x_5 y_5 - x_5 y_1)$$

Addirt man nun die so berechneten Werte der 5 Trapeze, und lässt man dabei die gleichen Grössen mit entgegengesetzten Zeichen weg, so findet sich:

$$A B C D E = \frac{1}{2} (x_2 y_1 - x_1 y_2 + x_3 y_2 - x_2 y_3 + x_4 y_3 - x_3 y_4 + x_5 y_4 - x_4 y_5 + x_1 y_5 - x_5 y_1)$$

Zieht man die Produkte mit gleichem Faktor zusammen, so findet sich:

$$A B C D E = \frac{1}{2} [x_1 (y_5 - y_2) + x_2 (y_1 - y_3) + x_3 (y_2 - y_4) + x_4 (y_3 - y_5) + x_5 (y_4 - y_1)]$$

oder:

$$A B C D E = \frac{1}{2} [(y_1 (x_2 - x_5) + y_2 (x_3 - x_1) - y_3 (x_4 - x_2) + y_4 (x_5 - x_3) + y_5 (x_1 - x_4))]$$

Demnach findet man den Inhalt, wenn man:

die einzelnen Abschnitte der Standlinie der Reihe nach mit der Differenz der Senkrechten des vorausgehenden und nachfolgenden Punktes multipliziert und von der Summe der Produkte die Hälfte nimmt,

oder:

indem man die einzelnen Senkrechten der Reihe nach mit der Differenz der Abschnitte der Standlinie für den nachfolgenden und vorausgehenden Fusspunkt multipliziert und von der Summe der Produkte die Hälfte nimmt.

Bei dieser Berechnung ist noch zu beachten, ob die Perpendikel alle auf derselben Seite der Standlinie oder auf entgegengesetzten Seiten liegen, da in letzterem Falle die einen als positive, die andern dagegen als negative Grössen in Berechnung zu ziehen sind.

§. 45. Das Theilen und Verwandeln der Grundstücke.

Das Zerstückeln von Grundstücken ist, vom landwirtschaftlich-ökonomischen Standpunkte aus betrachtet, höchst verwerflich. Jedoch wird es durch mancherlei Umstände be-

dingt, und jeder Landman kann in die Lage versetzt werden, teilen zu müssen. Daher wollen wir auch hier nur einige Aufgaben folgen lassen.

1. Von einem Grundstück soll an gegebener Seite ein vorgeschriebenes Stück abgeschnitten werden.

Von dem Sechseck A B C D E F soll an der Seite C D anliegend ein Stück abgeschnitten werden, das 35 Hktr. misst. Zunächst nimmt man einen Punkt G so an, dass, wenn man ihn mit einem gegenüberliegenden Punkte H verbindet, das gewünschte Viereck entsteht. Darauf wird das Dreieck C D G gemessen und berechnet. Die Grundlinie betrage

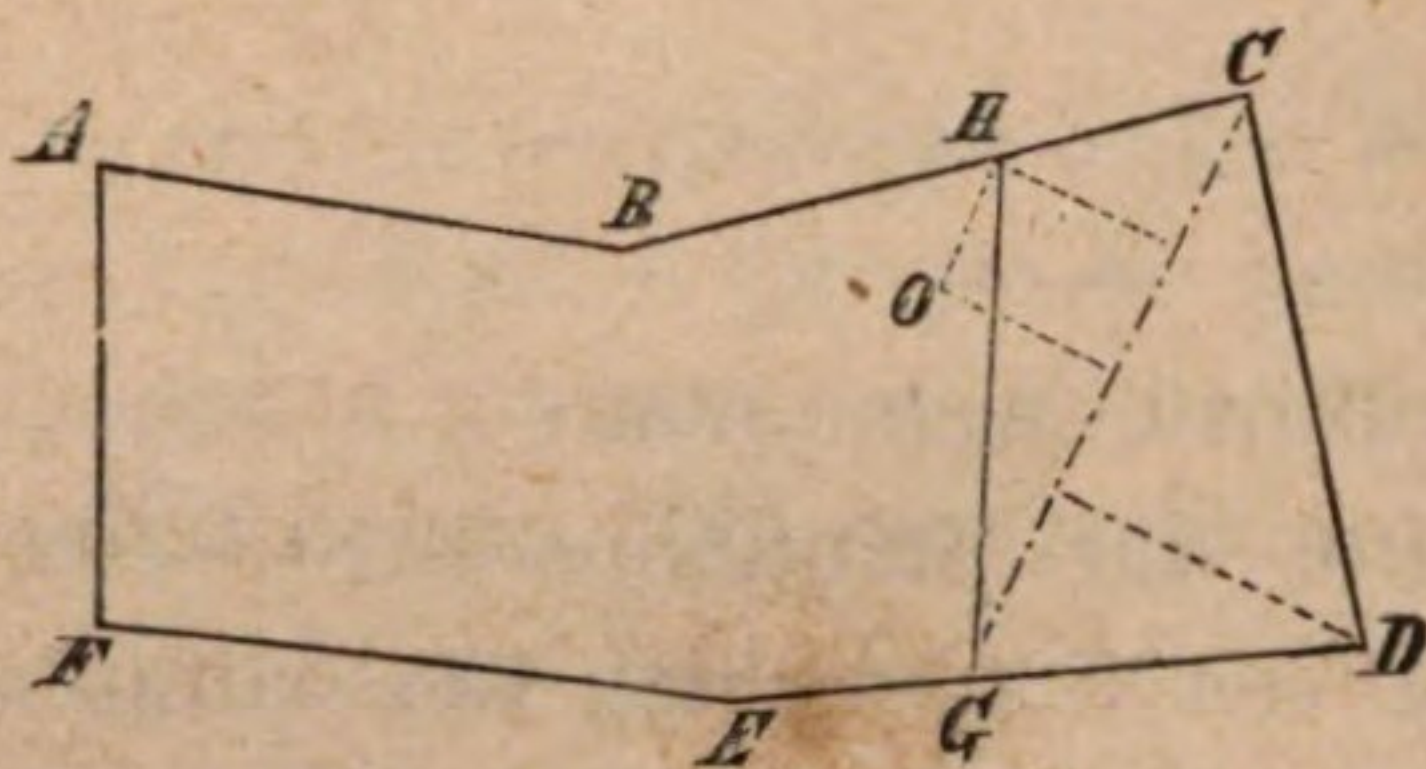


Fig. 49.

50 M., die Höhe 25 M., so hat dasselbe einen Flächeninhalt von 625 Qm. Diesem Dreieck sind noch 2825 Qm. zuzufügen um die verlangte Fläche zu erhalten. Diese nehmen wir nun in Gestalt

eines Dreiecks an, dessen Grundlinie C G = 50 M. ist. Die Höhe dieses Dreiecks ist nun gleich dem doppelten bekannten Flächeninhalt, also gleich

$$\frac{2 \times 2825}{50} = 115 \text{ M.}$$

Diese Länge wird nun mit Hilfe der Kreuzscheibe in einem beliebigen Punkte n abgesteckt. Würde nun der Punkt o mit C und G verbunden, so wäre G o C das verlangte Dreieck. Zweckmässiger gestaltet sich aber die Figur, wenn man durch o eine Parallele zu G C legt und diese bis H verlängert. Diese so gefundene Senkrechte H p ist gleich o n; demnach ist G H C auch das verlangte Dreieck; dasselbe gibt mit C D G die verlangte Fläche von 3500 Qm.

2. Von einem Grundstück soll auf einer Seite ein Stück von bestimmter Grösse so abgeschnitten werden, dass die Teilungslinie parallel jener Seite wird.

Diese Aufgabe wird wie die vorhergehende nach und nach gelöst, indem zu der verlangten Seite durch eine Parallele ein Stück abschneidet. Dieses abgeschnittene Stück wird ge-

messen und berechnet. Ist die Differenz eine grosse, so wird dasselbe Verfahren noch einmal wiederholt. Im entgegengesetzten Falle kann man aber das wegfallende oder hinzukommende gleich als Parallelogramm ansehen, wovon man die Grundlinie kennt, die Höhe nur noch zu suchen ist.

Sollten z. B. von dem Grundstück A B C D durch eine Parallele zu B C 60 Ar abgeschnitten werden, so misst man erst B C und berechnet die Höhe eines Parallelogramms, welches diese Grundlinie und den vorgeschriebenen Inhalt hat. In diesem Falle sei $B C = 150$ M.; der

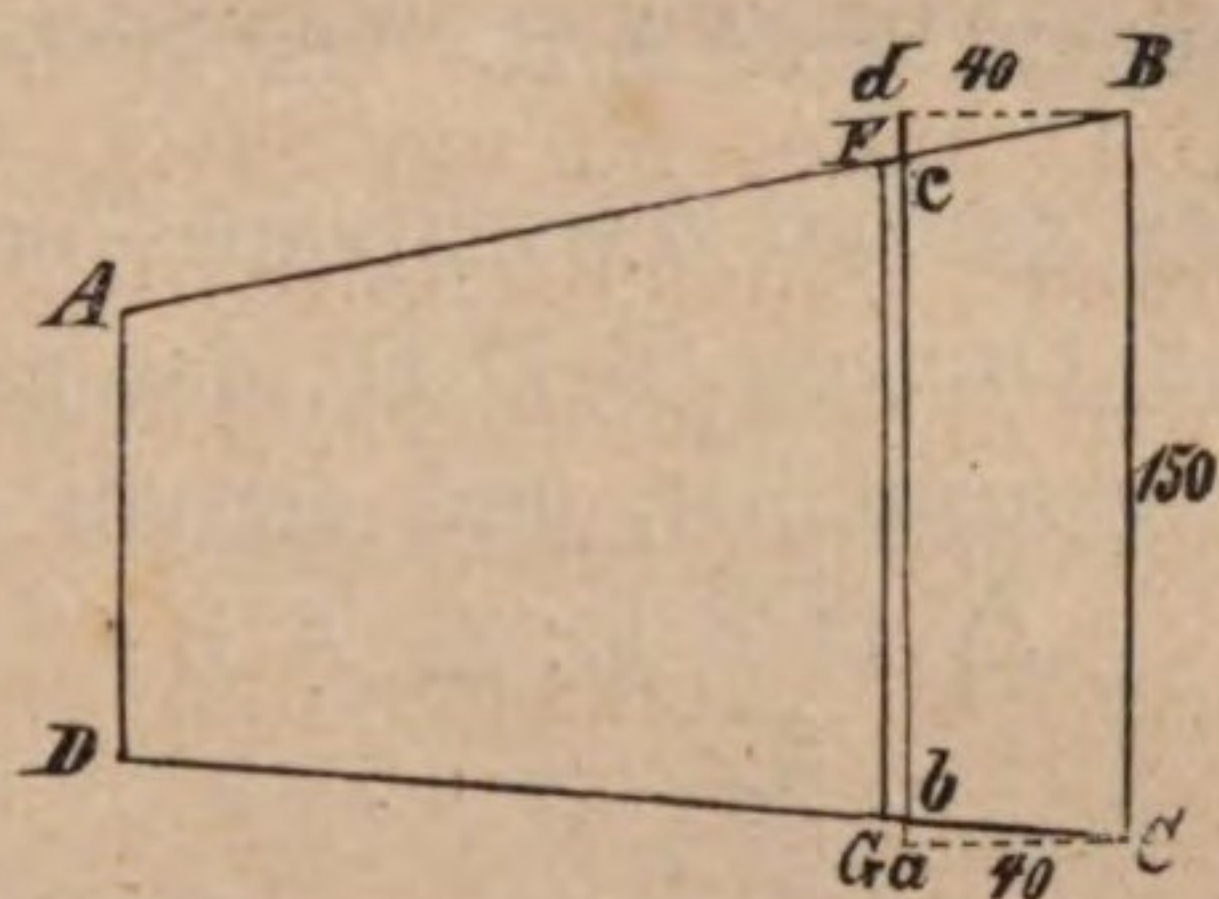


Fig. 50.

Inhalt 60 Ar, demnach die Höhe 40 M. Vorläufig errichten wir in C und B die Senkrechten C a und C d und machen dieselben 40 M. lang. Nachdem a d gemessen, die Schnittpunkte c und b gefunden sind, wird das Trapez b c B c berechnet. Da b c 140 M. beträgt, so ist sein Inhalt $\frac{1}{2} (140 + 150) 40 = 145,5 + 40 = 5820$ Qm. Nun fehlen noch 980 Qm. Nemen wir sie als in einem Rechteck vorhanden an, dessen Grundlinie b c 140 M. beträgt, so ist die Höhe dieses Rechteckes gleich 7 M. Diese wird in b und a senkrecht abgesteckt, worauf die nun gefundenen Punkte G und F mit B und C die verlangte Figur begrenzen.

3. Ein Grundstück soll nach einem bestimmten Verhältniss geteilt werden, und zwar so, dass ein bestimmter Punkt von beiden Teilen benutzt werden kann.

Zwei Personen M und Z kaufen zusammen für 1000 Mk. einen Wiesenplan, der die Form des Dreiecks A B C hat. Es zalt A 600 Mk., Z hingegen nur 400 Mk.

Die Seite A B beträgt 120 M., die Seite A C ist gleich 100 M., die Seite B C = 100 M. Auf der Seite A B befindet sich eine Quelle D, welche 40 M. von dem Punkte entfernt ist.

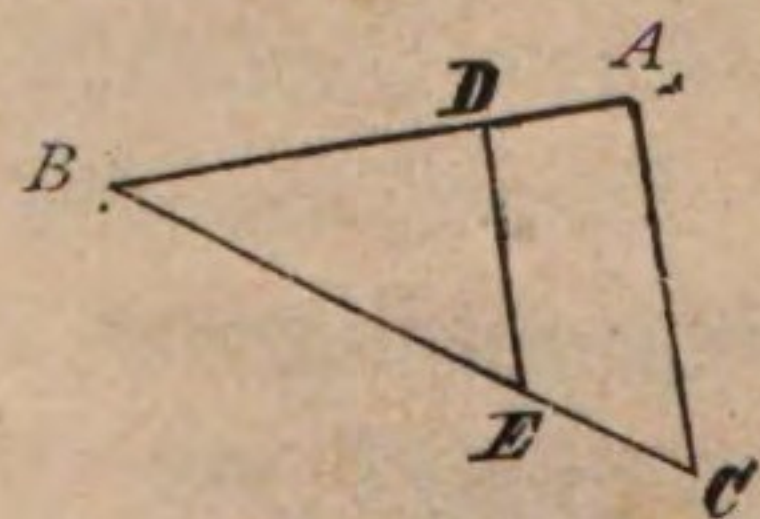


Fig. 52.

Nun soll der Wiesenplan durch eine gerade Linie D E aus dem Punkte D nach der Seite B C unter die

beiden Käufer verteilt werden. In welche Abschnitte muss die 140 M. lange Seite B C durch die Teilungslinie D E zerlegt werden, wenn der Eckpunkt B des Dreiecks A B C dem Anteile des M angehören soll?

Die Strecke B D beträgt 80 M., das ist $\frac{2}{3}$ der 120 M. langen Seite A B. Da M 600 Mk. zahlt, so muss er $\frac{600}{1000} = \frac{3}{5}$ des ganzen Wiesenplanes erhalten. Der Anteil des M ist aber ein Dreieck (B D E), das mit dem Dreieck A B C den Winkel B gemein hat, und verhält sich daher:

$$\begin{array}{rclcl} \triangle D B E : \triangle A B C & = & D B \times B E : A B \times A C \\ \frac{3}{5} & : & 1 & = & 80 \times : 120 \times 140 \\ 3 & : & 5 & = & 8 \times : 1680 \\ 3 & : & 5 & = & x : 210 \\ 3 & : & 1 & = & x : 42. \end{array}$$

Demnach ist $x = 3 \times 42 = 126$ M.,
nämlich B E = 126 M.

Anmerkung. Jede abgeschnittene Dreiecksspitze ist ein Produkt der Seitenabschnitte, nämlich $\triangle D B E = D B \times B E = \frac{2}{3} A B \times x$ faches von B C. Wenn das $\triangle D B E = \frac{3}{5}$ des Dreiecks A B C werden soll, so findet sich $\frac{2 \times x}{3} = \frac{3}{5}$, mithin $\frac{x}{3} = \frac{3}{10}$; folglich $x = \frac{9}{10}$, das ist B E = $\frac{9}{10}$ B C = $\frac{9 \times 140}{10} = 126$ M.

4. Die zwischen zwei Grundstücken gebrochene Grenzlinie

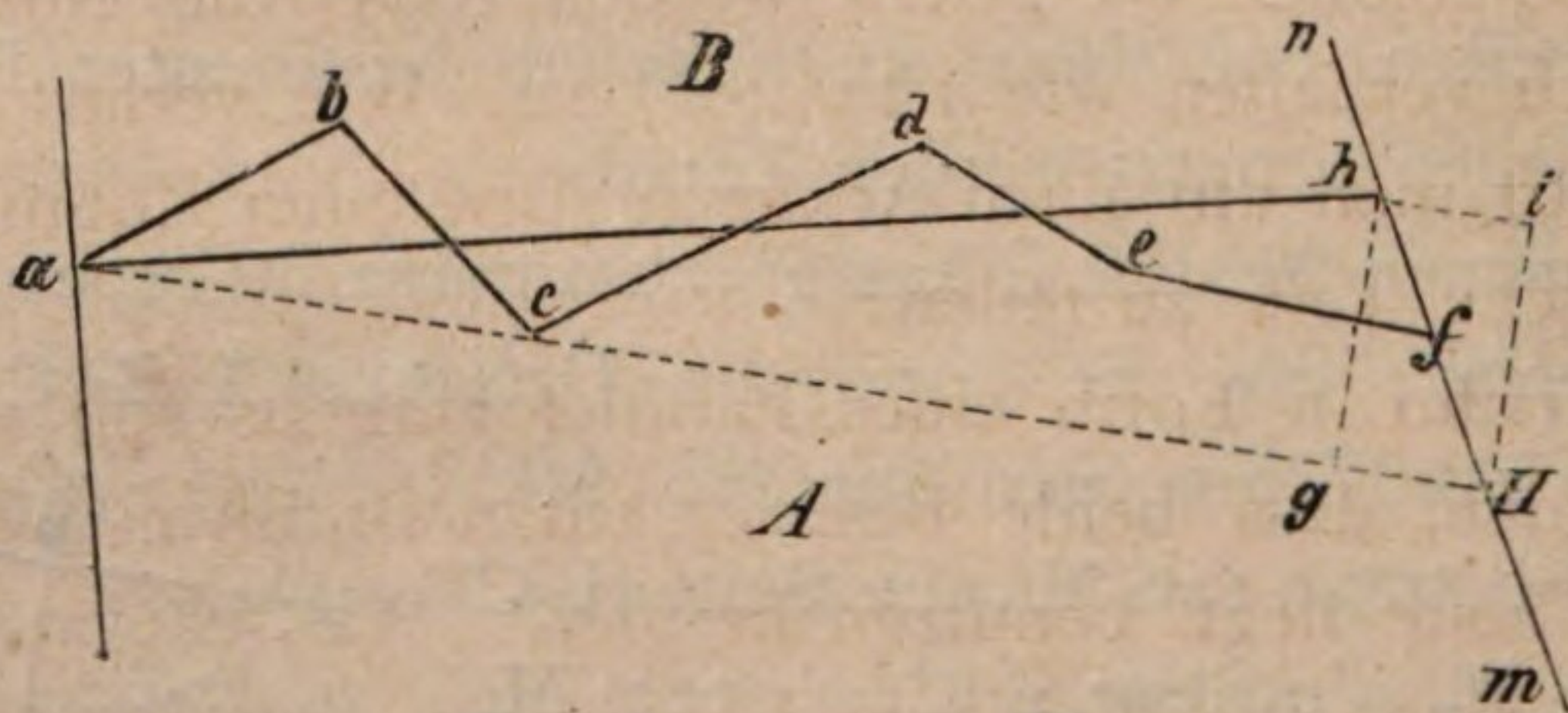


Fig. 52.

soll durch eine gerade ersetzt werden und zwar so, dass die Grundstücke ihre Grösse nicht ändern.

Die beiden Grundstücke A B (siehe Fig. 52), geschieden

durch die Grenzlinie a b c d e f, sollen durch eine gerade Grenze ersetzt werden.

Man stecke zuerst die Linie a H ab und berechne das Stück von der Fläche A, welches zwischen dieser Linie und der Grenze liegt; das Doppelte davon beträgt 111,50 Ar. Dividirt man diese Zal durch die Zal der Grundlinie, so erhält man die Höhe $\frac{111,50}{197} = 56,6$ M. Wird nun in H eine Senkrechte von dieser Länge errichtet und durch ihren Endpunkt i eine Parallele zu H a gelegt und deren Schnittpunkt h mit m n, so ergibt a h die neue Grenzlinie.

§. 46. Aufgaben über die Teilung der Flächen.

1. Eine Wiese in Form eines Dreiecks soll von einem Eckpunkte in 3 gleiche Teile geteilt werden.
2. Eine Ackerfläche in Form eines Dreiecks soll von einem gegebenen Punkte in 4 gleiche Teile geteilt werden.
3. Wie muss unter Nr. 3 dieses §. die Teilungslinie E D gezogen werden, wenn die Quelle D nur 30 M. vom Eckpunkte A entfernt ist?
4. Ein Acker in Form eines Rechteckes von 2 Ht. soll der Länge nach in 5 gleiche Teile geteilt werden.
5. Ein Acker von 2,5 Ht. in Form eines Rechteckes soll unter 4 Personen so geteilt werden, dass die einzelnen Teile sich verhalten wie $1 : \frac{3}{4} : 1\frac{1}{2} : 2$. Wie verfährt man?
6. Wie verfährt man um einen Acker in Form einer Rhomboide in 4 gleiche Teile zu teilen?
7. Ein Hofraum in Form eines Parallelogramms soll so geteilt werden, dass beide Besitzer einen Brunnen, welcher an einer Seite liegt, benutzen können. Wie teilt man?
8. Wie teilt man eine Weide in Form eines unregelmässigen Vielecks unter 4 Besitzer der Art, dass ein Tränkplatz jedem zugänglich bleibt?
9. Es soll ein Vieleck in drei gleiche Teile zerlegt werden, so, dass sich deren Flächen zu einander verhalten wie

$m : n : p$ und dass die Teillinien einer gegebenen Seite parallel laufen?

10. Ein Feld mit Rücksicht auf verschiedene Bonität zu teilen.

Unter Bonität versteht man die Güte eines Bodens, hinsichtlich seines Fruchtbetrages mit Rücksicht auf die darauf verwendeten Kulturkosten. Das Verhältniss der Bonität zweier Felder wird einfach durch ein Zahlenverhältniss ausgedrückt. Bei der Teilung mit Rücksicht auf Bonität nimmt man an, dass die geringere Bonität durch eine verhältnissmässig grössere Fläche ersetzt werden kann. Verhalten sich z. B. die Bonitäten zweier Bodenarten wie $3 : 4$, so nimmt man an, dass 4 Qm. der schlechteren Bodenart gleich sind 3 Qm. der besseren Art.

Es sei z. B. das Feld A B C D E, das durch die Linie m n in zwei Teile von verschiedener Bonität zerfällt, zu teilen.

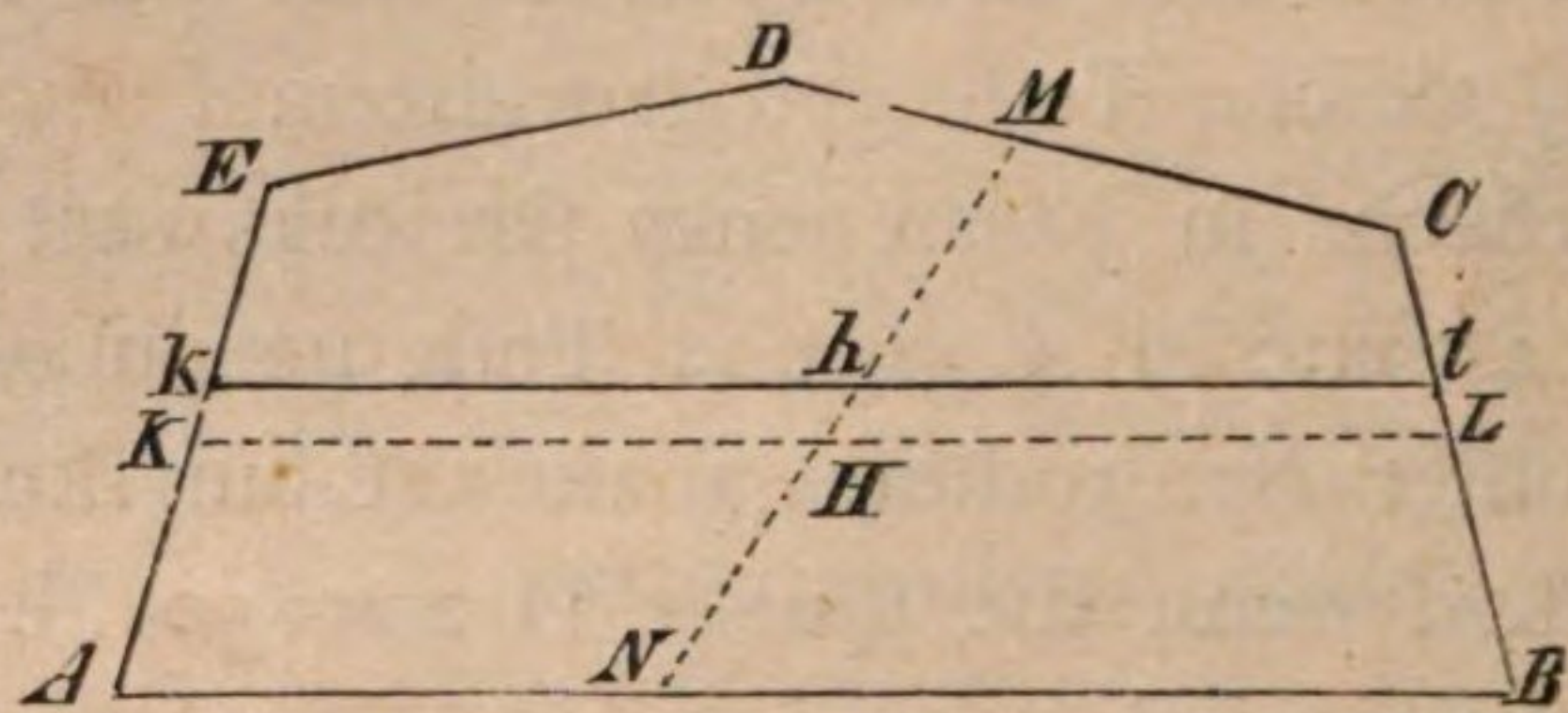


Fig. 53.

Die Bonität beider Flächen verhalten sich wie $2 : 3$. Der Teil A N M D E ist gleich 4831,270 Qm. und der Teil N B C M ist gleich 3886,690 Qm. Am besten lassen sich solche Aufgaben lösen, wenn wir sämtliche gegebene Flächen durch Multiplikation mit ihren zugehörigen Bonitätszahlen auf Fläche 1 zur Bonität 1 bringen.

Hiernach ist in unserm Beispiele auf die Bonität 1 reduziert der Teil A N M D E $= 4831,270 \times 2 = 9662,540$ Qm. Bonität 1.

„ „ N B C M $= 3886,690 \times 3 = 11660,070$ „ „ „

Summa 21322,610 Qm. Bonität 1.

Da nun das Feld in 2 gleiche Teile geteilt werden soll, so kommen auf jeden Teil

$$\frac{21322,610}{2} = 10661,305 \text{ Qm. Bonität 1.}$$

Nun ziehe man eine Linie K L, von der man annemen kann, dass sie das Feld richtig teilt. Darauf berechne man den Flächeninhalt dieser beiden Teile, reduziere jede Fläche auf die Bonität 1 und addire die reduzierten Flächen. Ergeben die Flächen A N H K und B N L N 1305,020 und 2454,005 Qm., so sind dieselben auf die Bonität 1 reduziert gleich

$$1305,020 \cdot 2 = 2610,040 \text{ Qm. Bonität } 1$$

$$2454,005 \cdot 3 = 7362,015 \quad \text{,,} \quad \text{,,} \quad \text{,,}$$

$$\text{Summa } 9972,055 \text{ Qm. Bonität } 1.$$

Es ist demnach das Stück A B K L um $10661,305 - 9972,055 = 689,250$ Qm. Bonität 1 zu klein.

Diese 689,250 Qm. müssen nun durch die Linie k l angesetzt werden, welche mit K L parallel gezogen wird. Das anzusetzende Trapez kann als Parallelogramm angesehen werden. Setzt man $KH = a$, $HL = b$ und die Höhe des Parallelogramms h $KLl = Z$, so ist die ware Fläche des Parallelogramms $KHh k = a \cdot z$, also die auf der Bonität 1 reduzierte Fläche $2 : a \cdot z$; ebenso ist die ware Fläche des Parallelogramms $HLh l = b \cdot z$ und die auf die Bonität 1 reduzierte gleich $3bz$, also die ganze, auf die Bonität 1 reduzierte Fläche $KLlk = 2az + 3bz = (2a + 3b)z$ und dies sind die noch anzusetzenden 689,250 Qm.

Daher ist $(2a + 3b)z = 689,250$ und

$$Z = \frac{689,250}{2 \cdot 31,2594 + 3 \cdot 35,0648} = 4,11 \text{ M.}$$

11. Ein Rechteck A B C D von 336 M. Länge und 129 M. Breite besteht aus zweierlei Boden, deren Güte sich zu einander wie 3 : 2 verhält. Der bessere Boden liegt an A C und ist 108 M. lang und 192 M. breit. Das ganze Rechteck soll durch eine Parallele mit A C in 2 Teile von gleichem Wert zerlegt werden. Wie weit von B D ist die Teilungslinie anzulegen?

12. Eine rechtwinklige vierseitige Fläche ist 720 M. lang und 108 M. breit. Die Bonität des Bodens an dem einen Ende von 288 M. Länge und 108 M. Breite verhält sich zur Bonität des übrigen Bodens wie 4 : 3. Die ganze Fläche soll unter 3 Personen so verteilt werden, dass sich die

Werte der Anteile zu einander wie $2 : 3 : 5$ verhalten. A bekommt seinen Anteil an dem guten Ende, dann folgt B u. s. w. Welche Länge wird Jeder von der Fläche erhalten?

13. Eine Fläche Land von 30 Ht. besteht aus dreierlei Boden, deren Güte sich zu einander wie $5 : 4 : 3$ verhält. Von der ersten Klasse (den besten Boden) sind 4 Ht. und von der zweiten Klasse 10 Ht. vorhanden. Diese Fläche soll unter A B C so verteilt werden, dass sich die Werte ihrer Anteile zu einander wie $1 : 2 : 3$ verhalten. A bekommt von der ersten Klasse 2 A. und das Uebrige von der zweiten Klasse. B bekommt von der ersten Klasse 1,6 A. und den übrigen Wert $\frac{1}{4}$ von der zweiten Klasse und $\frac{3}{4}$ von der dritten Klasse. C erhält den Rest. Wie viel erhält jeder von jeder Klasse?

14. Eine Feldmark besteht aus 6 Fluren von folgender Gestalt und Grösse:

- I. aus einem Rechteck von 336 M. Länge und 225 M. Breite;
- II. aus einem Kamp Ackerland von 16 Stücken à 315 M. Länge und 10,5 M. Breite;
- III. aus einem Trapez von 318 M. und 246 M. Länge und 180 M. Breite;
- IV. aus einem Sechseck, welches durch 3 Diagonalen in folgende 4 Dreiecke zerlegt ist:
 - a. Grundlinie 240 M. Höhe 88,5 M.
 - b. „ 258 „ „ 158,25 „
 - c. „ 258 „ „ 141,75 „
 - d. „ 232,8 „ „ 75 „
- V. aus einem unregelmässigen Viereck, welches durch eine Diagonale in folgende 2 Dreiecke zerlegt ist:
 - a. Grundlinie 240 M. Höhe 142,8 M.
 - b. „ 240 „ „ 130,2 „
- VI. aus einem Dreieck von 432 M. Grundlinie und 262,5 M. Höhe.

Die Bonität des Bodens der einzelnen Fluren I. bis VI verhält sich zu einander wie $8 : 7 : 7 : 6 : 4 : 3$. Die ganze Feldmark soll unter 6 Personen so verteilt werden, dass sich

die Werte ihrer Anteile zu einander wie $8:5:3:3:2:1$ verhalten. A bekommt zu seinem Anteil die 1. Flur ganz und das ihm dann noch Felende von der 2. Flur. B bekommt den Rest der 2. Flur und das ihm noch Felende von der 3. Flur, und so fort. Wie viel A. bekommt jeder von den ihm zugewiesenen Fluren?

§. 47. Das Nivelliren und Höhenmessen.

Unter dem Nivelliren und Höhenmessen versteht man die Bestimmung des Höhenunterschiedes zweier Punkte. Ist der Höhenunterschied im Verhältniss zur horizontalen Entfernung gering, so bedient man sich des Nivellements, ist aber

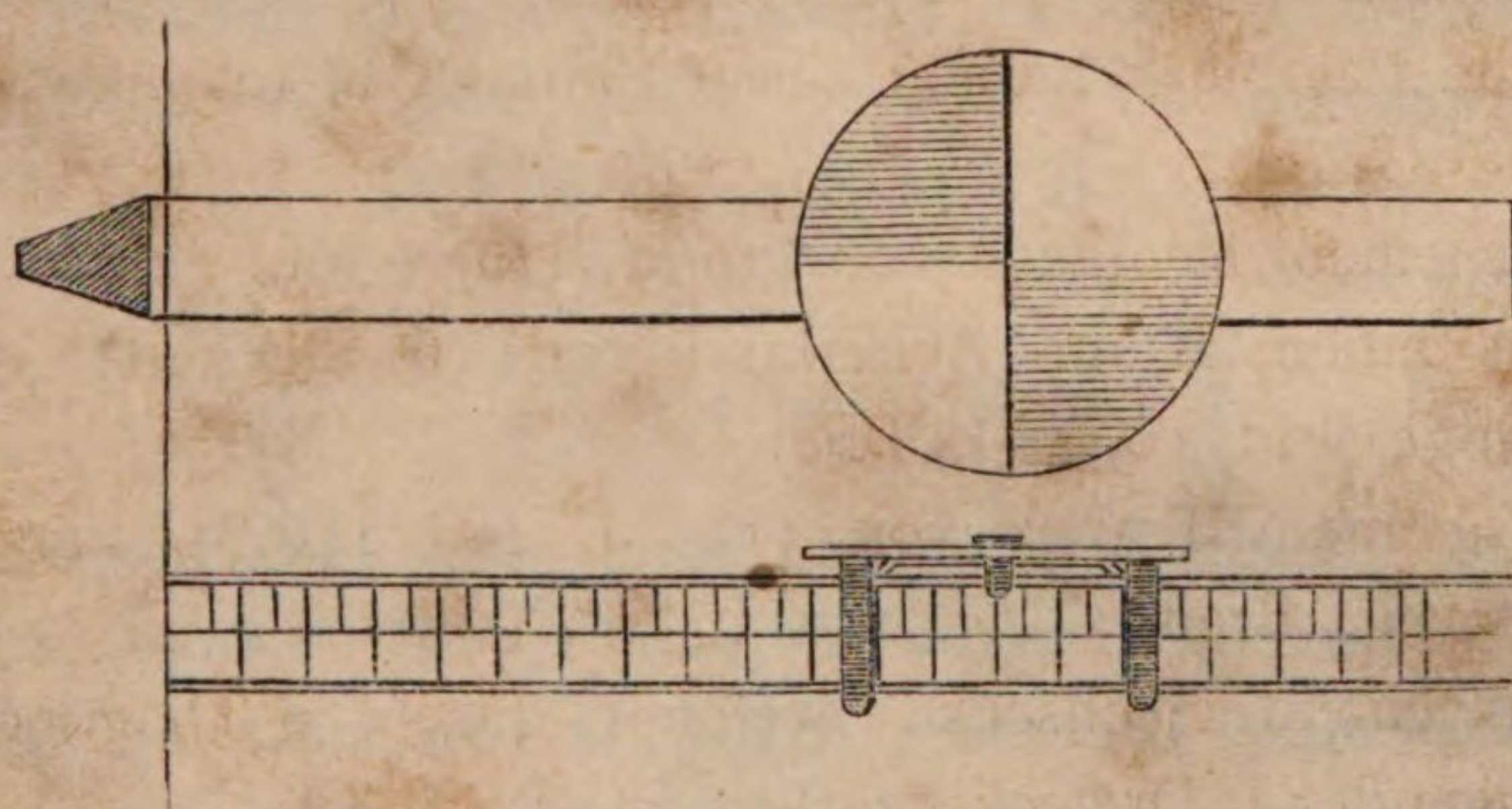


Fig. 54.

ein bedeutender Höhenunterschied vorhanden, so benutzt man das Höhenmessen.

Die dazu verwendeten Instrumente sind erstens zwei Stäbe, die mit eisernen Spitzen versehen sind, zweitens die Nivellirlatten, dies sind hölzerne Messstangen von starkem viereckigen Querschnitt, welche in Zentimeter eingeteilt und mit eisernen Kappen versehen sind. Damit die Einteilung einer solchen Stange auch in grosser Entfernung sichtbar sind, so werden sie abwechselnd weiss und schwarz angestrichen und mit Nummern versehen. Für Nivellements mit der Kanalwage bringt man an den Nivellirlatten gern eine Zielscheibe an. Siehe Fig. 54.

Zum Höhenmessen insbesondere sind verschiedene Instrumente konstruirt worden, die alle gleich gut sind. Wir wollen nur hier den Höhenmesser oder die Quadrattafel näher beschreiben.

Soll z. B. ein Baum Fig. 55 B C gemessen werden, so misst man in horizontaler Richtung die Länge A B. In Punkt A wird nun eine quadratische Fläche so aufgestellt, dass eine Seite derselben L A genau nach der Spitze C des Baumes zeigt. Befestigt man nun im Punkte A ein Lot A F, so bildet diese Schnur mit den Quadratseiten das Dreieck A D F, welches dem Dreieck A B C ähnlich ist.

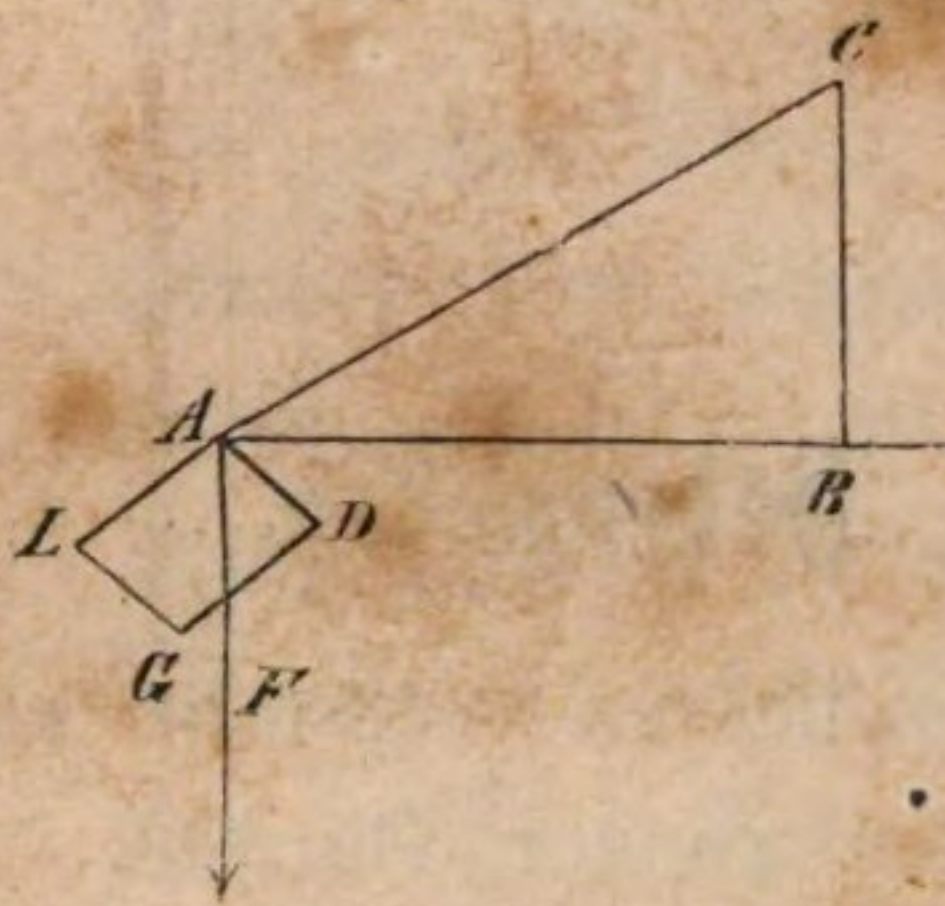


Fig. 55.

Ermittelt man nun die Quadratseiten A D und D F, so gibt die Proportion

$$B C : A B = D F : A D$$

die Antwort

$$B C = A B \frac{D F}{A D}.$$

Auf dieser Berechnung beruht der Höhenmesser. Auf einem senkrechten Stabe T von 1,5 M. Länge, wird ein quadratförmiges Brettchen A B C D von zirka 15 Zm. Seite so vertikal angebracht, dass es sich drehen kann. Dieses Brett wird mit einem Papier überzogen, welches in 100 Quadrate eingeteilt ist. Besser ist es, wenn jedes dieser Quadrate wieder in 100 Quadrate geteilt wird. An den obern Ecken sind b und c Lote befestigt. Ferner sind an dem Brett rechteckige Messingplatten, mit einer Schauritze versehen so angebracht, dass man genau in der Richtung b c genau visiren kann. Fig. 56.

Die Anwendung dieses Höhenmessers ist aus dem früher Gesagten leicht ersichtlich. Soll z. B. eine Höhe gefunden werden, so wird eine Standlinie gemessen, die wo möglich nicht kürzer sein soll als die Höhe. In einem Endpunkte dieser Standlinie stellt man das Instrument auf und richtet seine Oberkante genau nach dem Gegenstande, und stellt

die Tafel so, dass das Lot mit einer Quadratseite genau zusammen fällt. Hierauf wird die Visur $m n$ B genommen und der Punkt B gemerkt, in welchem diese den Gegenstand trifft, jetzt dret man nun die Tafel so, dass die Visur $m' n'$ genau nach C zeigt. Sei z. B. $a b$ 80 M., so nimmt auf $c d$ 80 Einheiten gleich $c e$ an, so geben die 37 Einheiten von $e f$ an, dass $B C$ 37 M. lang ist.

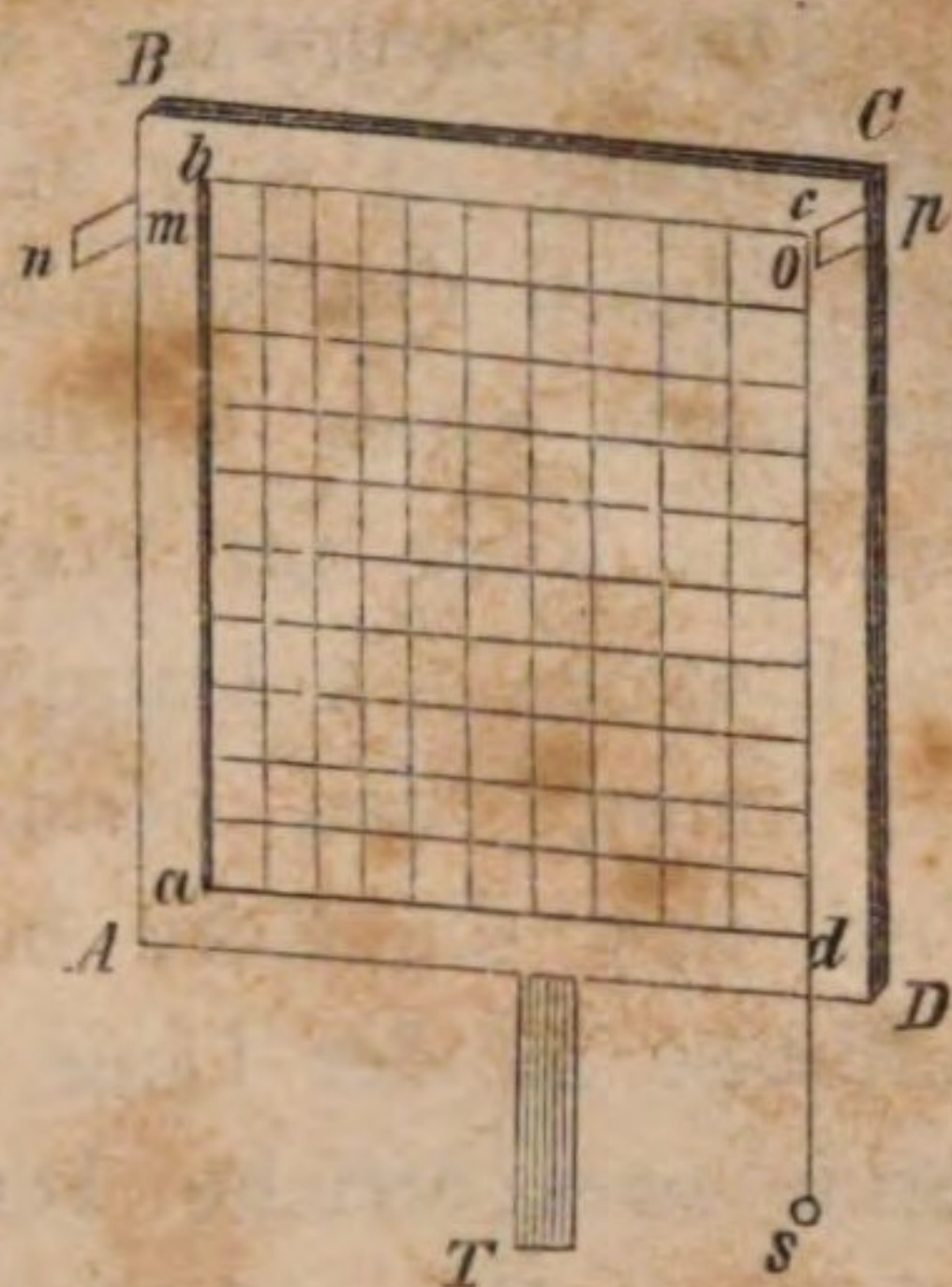


Fig. 56.

Die Instrumente zum Visiren der Horizontalebene sind sehr verschieden; das einfachste ist die Wasserwage oder Kanalwage. Sie besteht aus einer 9 12 Dm. langen Röhre $a b$, Fig. 57, die in der Mitte mit einer Hülse versehen ist, um auf einem

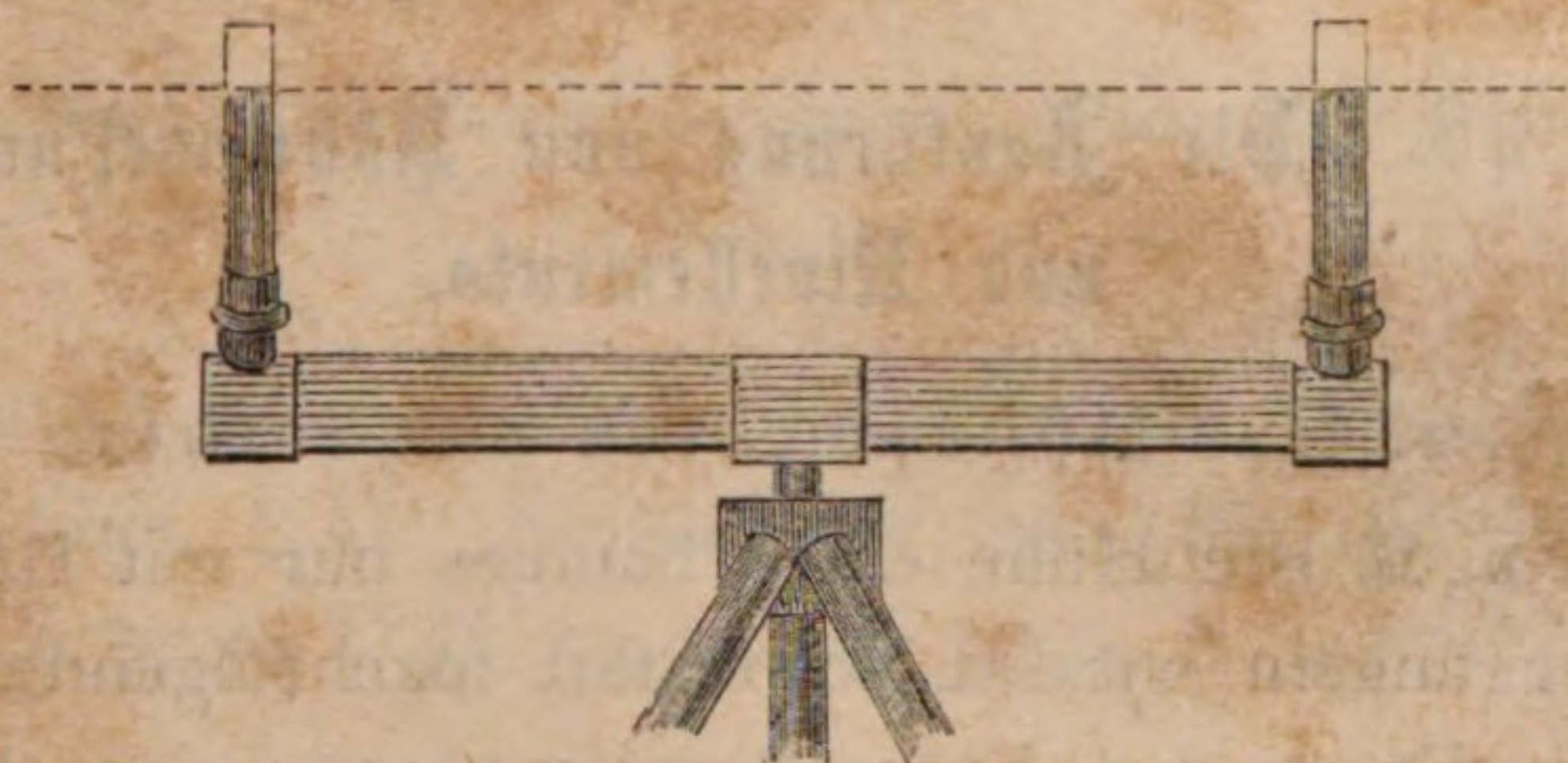


Fig. 57.

Dreifuss horizontal aufgestellt zu werden. An den Rohrenden sind Glaszylinder angebracht 6 Zm. lang, damit der Stand der Flüssigkeit in denselben immer gesehen werden kann. Beim Gebrauch wird das Instrument so aufgestellt, dass die Röhre horizontal und die Glasröhren senkrecht stehen. Zum Füllen dieser Röhre nimmt man gefärbtes Wasser und zwar schüttet man so viel ein, dass es in den Glasröhren 5—7 Zm. hoch steht. Im Winter kann man um das Gefrieren zu verhindern etwas Weingeist zusetzen. Auf Entfernungen bis 75 M. gibt die Wasserwage ein genaues Resultat, auf grössere Entfernungen jedoch ist sie nicht zu

gebrauchen, man bedient sich hierzu des eigentlichen Nivellir-instruments.

Die Wasserwage mit Fernror. Der Hauptteil einer Wasserwage ist eine an beiden Enden zugeschmolzene Glasröre, deren Querschnitt ein Kreis, deren Längenschnitt zwei Abschnitte einer Kreislinie zeigen. Vor dem Zuschmelzen wird die Röre mit Weingeist so gefüllt, das ein kleiner Teil des Raumes mit Dampf angefüllt ist. Diese Luftblase wird nun immer den höchsten Raum in der Röre einnehmen. Wird nun die Röre horizontal gelegt, so befindet sich die Luftblase in der Linie G H. Diese Stelle ist auf der Röre durch zwei Striche kenntlich gemacht. Diese Glasröre ist auf einem Fernror angebracht. Das Fernror wird auf einem Dreifuss so angebracht, dass es sich bequem drehen lässt.

§. 48. Die Ausführung von Höhenmessungen und Nivellements.

1. Das Höhenmessen mit Stäben.

Soll z. B. die Höhe eines Baumes nur mit Hülfe zweier Stangen gefunden werden, so verfärt man folgendermassen.

Vom Fusse des Baumes misst man eine horizontale Länge B L ab. Darauf stellt man einen Stab im Punkt B senkrecht auf, ferner einen zweiten längeren Stab E G im

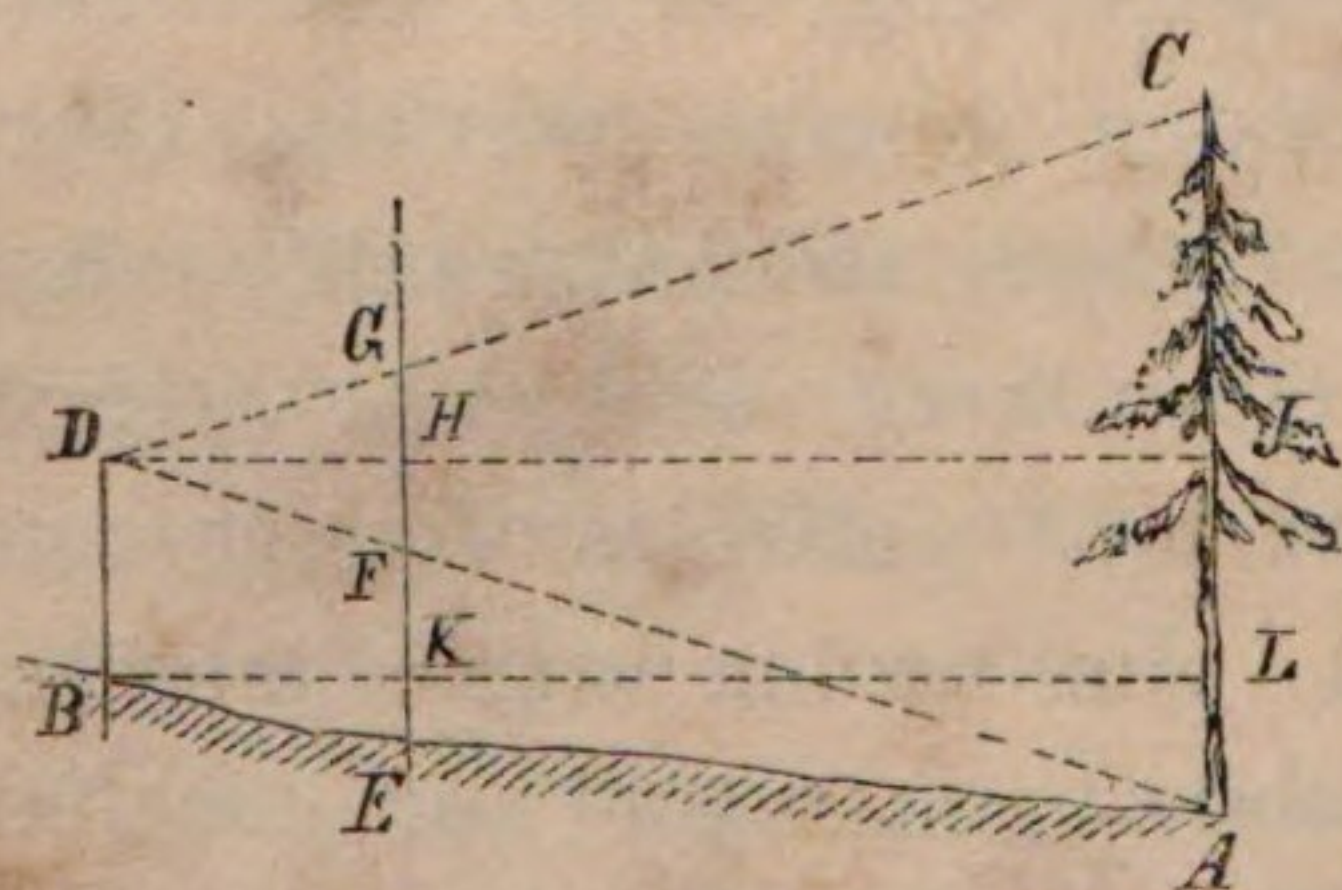


Fig. 58.

Punkt E. Visirt man jetzt von D nach A und C und bemerkt sich die Punkte, in welchen die Visirlinien den zweiten Stab schneiden, nämlich in F und G, so ergeben die Maasse $DH = BK$, $DJ = BL$ und F G die Berechnung von A C. Da die Dreiecke

A D C und F D G änlich sind, so findet man die Proportion:

$$A C : F G = B L : B K$$

$$A C = B L \frac{F G}{B K}.$$

Ist bei einer Höhenmessung die Standlinie bis zu dem Fusse des Baumes nicht direkt zu messen, so wendet man die früher angegebenen Verfahren an. Ist z. B. die Höhe des Baumes $A C$ zu messen, zu dessen Fusspunkt man nicht gelangen kann, so stellt man die Stäbe $B D$ und $E F$ in angemessener Entfernung von dem Baume auf. Hat man

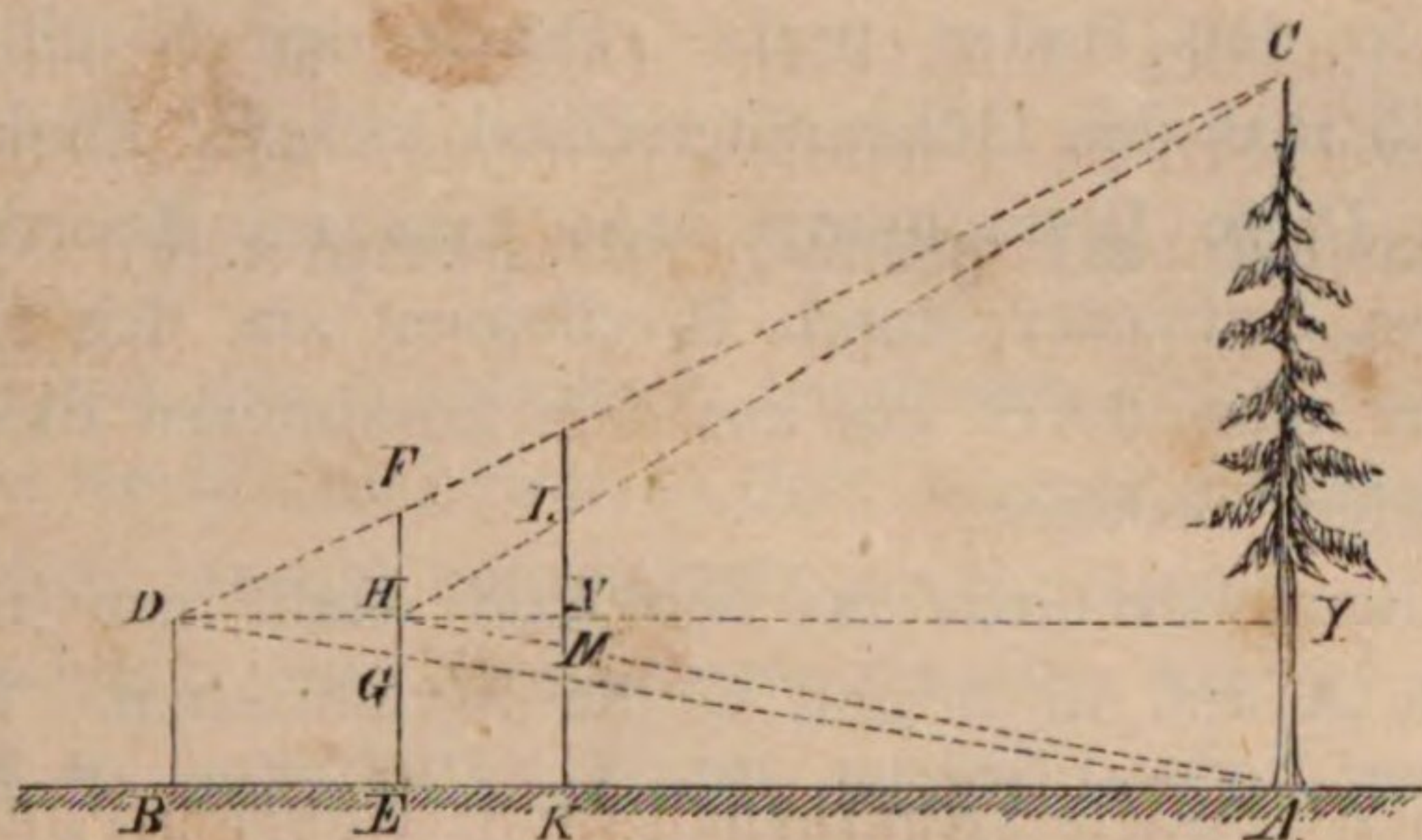


Fig. 59.

deren Abstand gemessen, so visirt man von D nach C und A und berechnet $F G$. Nemen wir nun für die unbekannte Länge $D Y = x$, $D H = a$, $F G = s$, $A C = h$ so ist:

$$A C = h = x \frac{s}{a}$$

Setzt man jetzt die Stange $D B$ in E und die Stange $E F$ in K ein, und wiederholt dasselbe Verfahren, und nimmt man an $N H = b$, $L M = t$, und bedenkt man, dass

$$H Y = D Y - D H = x - a \text{ ist,}$$

so ist:

$$A C = h = (x - a) \frac{t}{b}.$$

Da die beiden gefundenen Werte von h gleich sein müssen, so entsteht die Gleichung:

$$x \frac{s}{a} = (x - a) \frac{t}{b}$$

$$b s x = a t x - a^2 t$$

$$\text{oder } a t x - b s x = (a t - b s) x = a^2 t$$

$$x = \frac{a^2 t}{a t - b s}$$

Bringt man den Wert von x für h in die erste Formel, so ist:

$$h = x \frac{s}{a} = \frac{a^2 t}{a t - b s} \cdot \frac{s}{a} = \frac{a s t}{a t - b s}.$$

2. Das Nivelliren von Linien.

Ehe eine Linie nivellirt werden kann, muss sie ausgesteckt werden. Diese Aussteckung, Bezeichnung, geschieht dadurch, dass man numerirte Pflöcke an den betreffenden Stellen in den Boden treibt. Durch das Nivelliren einer Linie will man den Höhenunterschied mererer Punkte kennen lernen. Diese Bestimmung kann nun auf dreierlei Weisen geschehen, entweder durch Nivellement aus den Enden, aus der Mitte oder durch ein aus dem kombiniren dieser beiden bestehenden Verfahren.

a. Beim Nivelliren aus dem Ende stellt man die Wasserwage in A auf, in B und C die Nivellirlatten. Mit Hülfe der Visirlinie A bestimmt man die Lattenhöhe B D und die

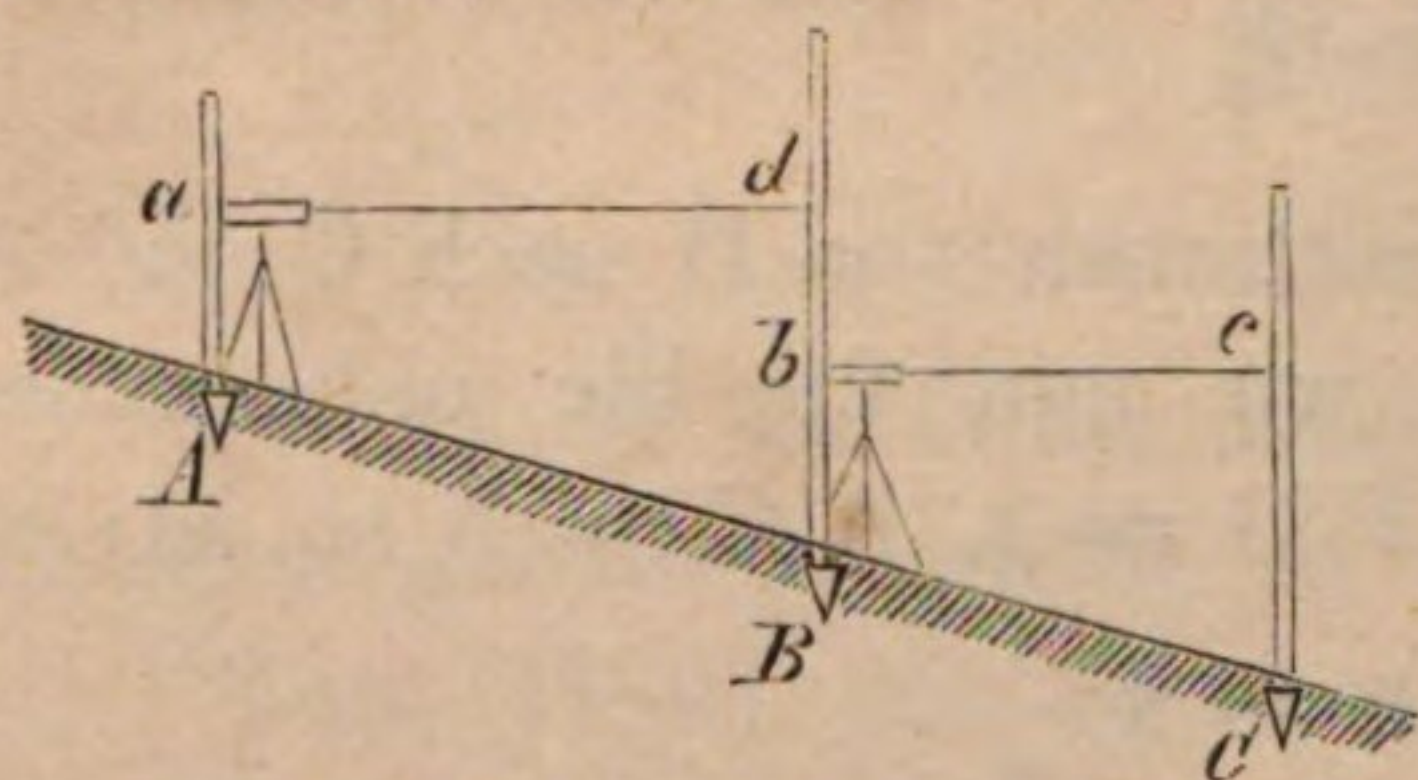


Fig. 60.

Höhe der Wasserwage A a. Darauf stellt man das Instrument in B auf und bestimmt die Lattenhöhe C c und die Instrumentenhöhe B b. Die Höhenunterschiede sind darnach:

für A und B $h_1 = B d - A a$.

für B und C $h_2 = C c - B b$.

b. Soll das Nivellement aus der Mitte ausgeführt werden,

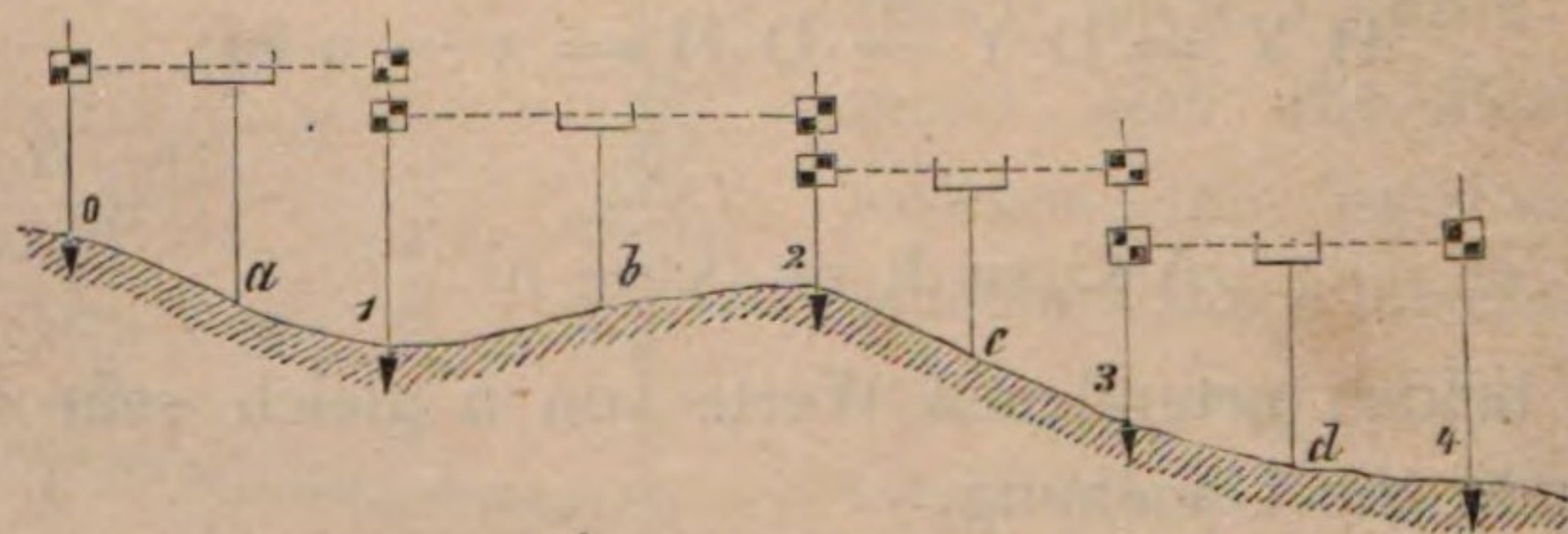


Fig. 61.

so stellt man das Instrument möglichst in die Mitte der zu

nivellirenden Linie. Nachdem man die Linie in Stationen geteilt und die einzelnen Punkte durch Pfäle bezeichnet hat, so wird die erste Latte durch einen Gehülfen bei o aufgestellt. Mit dem Visirinstrument geht man nach a, stellt dasselbe horizontal, lässt die Scheibe an der Latte so lange auf und nieder bewegen, bis deren Mitte genau in die Visirebene fällt. Ist die Scheibe endlich festgemacht, so wird die Höhe an der Latte abgelesen und aufgeschrieben, sie sei z M. Der Gehülfe begibt sich nun mit der Latte nach Pfal 1, stellt sie dort auf und dasselbe Verfahren wird wiederholt.

§. 49. Einrichtung und Führung des Manuals.

Die durch das Nivellement ermittelten Zalen sollen aufgeschrieben werden, und zwar so, dass jederzeit die betreffenden Angaben dem Manual entnommen werden können.

Je nachdem ein Nivellement aus den Enden, aus der Mitte oder in kombinirter Weise ausgeführt wird, muss das Formular anders eingerichtet sein. Anbei folgen drei Formulare.

I. Formular vom Manual zu einem Nivellement aus den Enden.

Name der Station.	Instrumenten Höhe.	Latten-Höhe.	Höhendifferenzen.		Entfernungen.		‰ Gefälle.		Bemerkungen.
			Einzeln.	Zusammen.	Einzeln.	Zusammen.	Einzeln.	Zusammen.	
A	mm. 4,40	m. 6,35	m + 1,95	m + 1,95	m. 6,87	m. 6,87	+ 2,8	+ 2,8	
B	4,27	5,42	+ 1,15	+ 3,10	5,25	12,12	+ 2,1	+ 2,5	
C	3,96	6,71	+ 2,75	+ 5,85	7,68	19,80	+ 3,5	+ 2,9	
D	4,51	4,89	+ 0,38	+ 6,23	4,49	24,29	+ 0,8	+ 2,5	
E	4,63	2,65	— 1,98	+ 4,25	9,06	33,35	— 2,1	+ 1,2	
F	4,36	2,06	— 2,30	+ 1,95	4,25	37,60	— 5,4	+ 0,5	

II. Formular vom Manual zu einem Nivellement aus der Mitte.

Namen der Station.	Lattenhöhen.		Höhendifferenzen.		Entfernungen.		‰ Gefälle.		Bemerkungen.
	Rückwärts.	Vorwärts.	Einzeln.	Zusammen.	Einzeln.	Zusammen.	Einzeln.	Zusammen.	
I	m. 2,45	m. 4,86	m. + 2,41	m. + 2,41	m. 7,45	m. 7,45	+ 3,2	+ 3,2	
2	0,14	1,54	+ 1,40	+ 3,81	6,59	14,04	+ 2,1	+ 2,1	
3	0,96	4,09	+ 3,13	+ 6,94	9,63	23,67	+ 3,2	+ 3,2	
4	3,65	3,27	— 0,38	+ 6,56	8,05	31,72	— 0,4	— 0,4	
5	4,42	6,05	+ 1,63	+ 8,19	10,67	42,39	+ 1,5	+ 1,5	

Bemerkung. + bedeutet, der erste Punkt ist höher als der zweite, — das Gegenteil.

III. Formular vom Manual zu einem Nivellement nach kombinirter Methode.

Name der Station.	Lattenhöhe rückwärts.	Instrumenten- tenhöhe.	Lattenhöhe vorwärts.	Höhendifferenzen.		Entfernungen.		‰ Gefälle.		Bemerkungen.
				Einzeln.	Zusammen.	Einzeln.	Zusammen.	Einzeln.		
A	m. —	m. 4,27	m. 6,31	m. —	m. —	m. —	m. —	—		
B	2,56	4,60	7,89	2,04	2,04	4,56	4,46	4,4		
C	0,69	3,98	8,54	3,29	5,33	5,93	10,49	5,5		
D	0,06	4,62	6,37	4,56	9,89	6,75	17,24	6,7		
E	2,74	4,49	5,96	1,65	11,64	4,27	21,51	4,1		
F	2,95	4,42	7,01	1,47	13,11	5,81	27,32	2,5		

Die beiden angegebenen Methoden zum nivelliren geben aber keine Sicherheit dafür, dass sie genaue Resultate liefern. Um nun sicher zu gehen, kombinirt man beide Wege. Man stellt das Instrument in jedem Punkte A B s auf, ferner

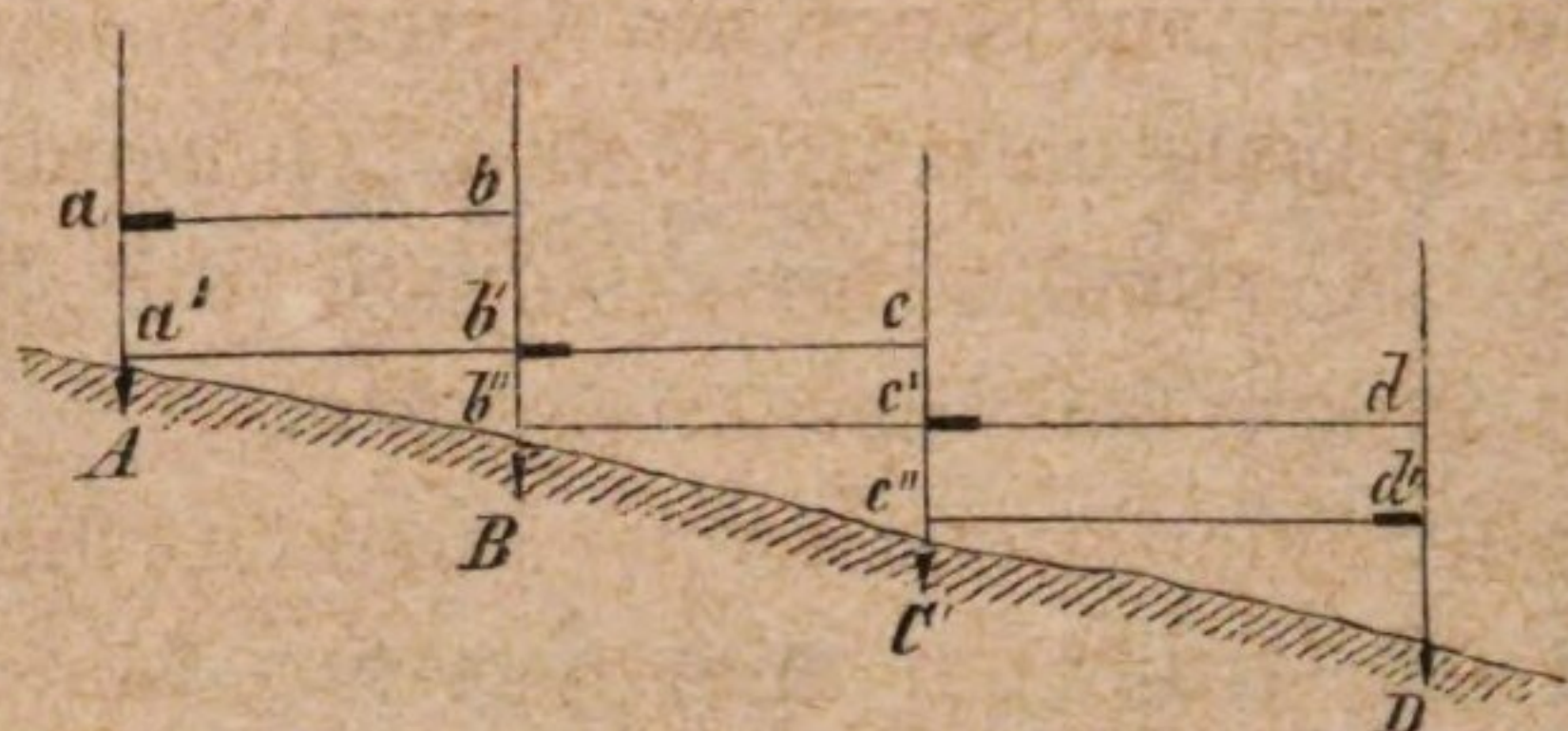


Fig. 62.

wird in jedem Punkte die Instrumentenhöhe genau gemessen A a — ausserdem wird von jedem Punkte aus vor- und rückwärts visirt. Auf diese Art erhält man Zalen, aus welchen der Höhenunterschied doppelt berechnet werden kann und die Richtigkeit dadurch verbürgt wird.

§. 50. Das Auftragen der Profile.

Unter Profil versteht man diejenige Linie, welche uns das Steigen und Fallen auf den einzelnen Strecken und im Ganzen veranschaulicht. Ist das Profil nach der Längenausdehnung eines Terrains entworfen, so heisst es Längenprofil; Querprofil, wenn es auf die Ebene des Längenprofils senkrecht geworfen ist.

Will man eine Nivellements-karte entwerfen, so wird zu-

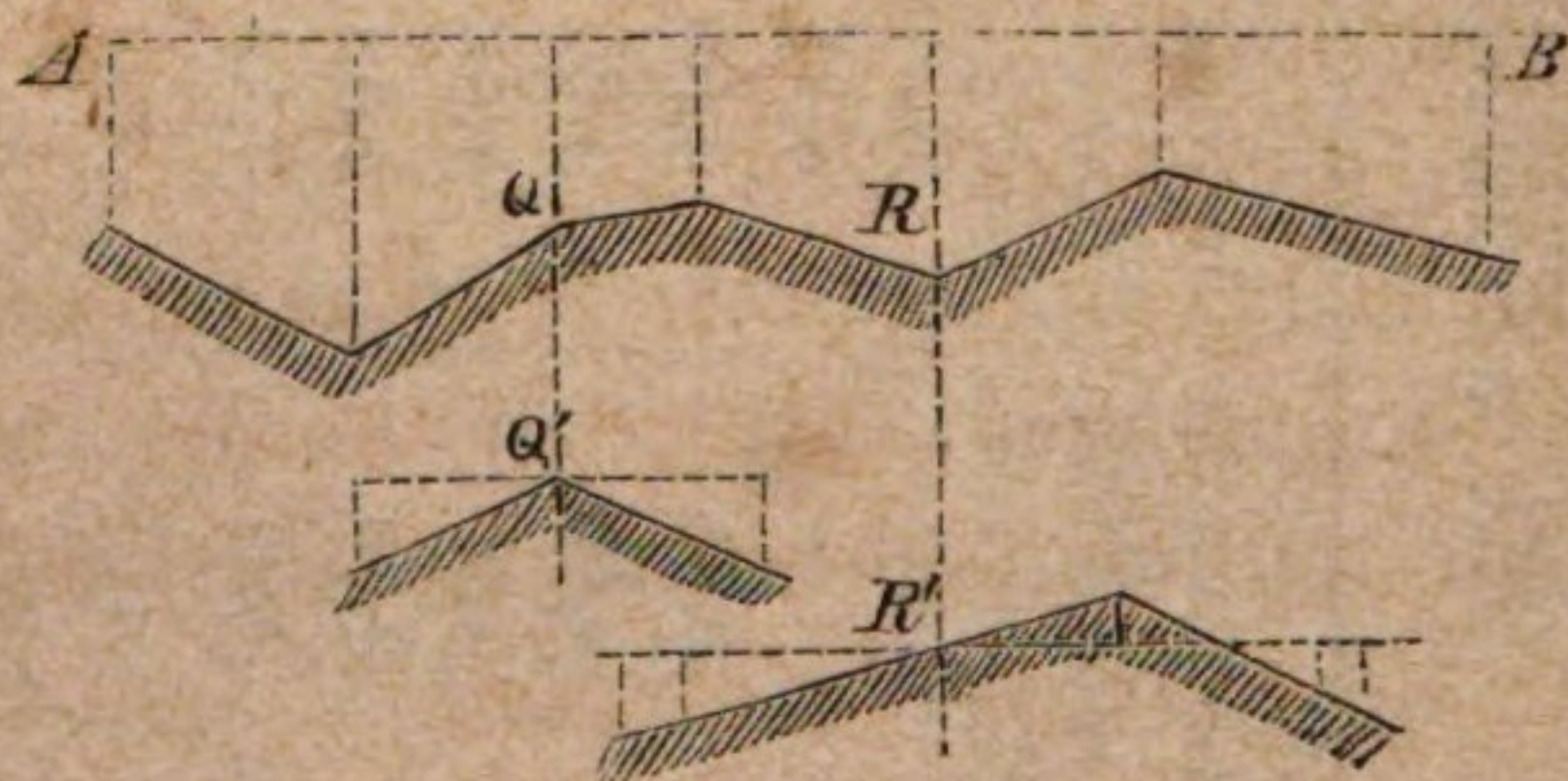


Fig. 63. . .

erst der Zug der Stationen, hinsichtlich ihrer horizontalen Entfernung und der Winkel an den Stationspunkten dargestellt.

Dann zieht man eine Linie A B. Auf dieser bestimmt man einen Punkt als Anfangspunkt A der Abszissen und trägt nach einem verjüngten Maassstabe die Länge der Stationen auf. Auf der Abszissenlinie werden in den Stationspunkten unterhalb Normalen errichtet und auf diese die Ordinaten aufgetragen, welche man in der Tabelle unter der Rubrik „Höhendifferenzen“ verzeichnet findet. Verbindet man endlich die Endpunkte der Ordinaten, so erhält man das Längenprofil.

Um die Höhendifferenzen recht deutlich hervortreten zu lassen, werden die Ordinaten mit einem 10 Mal grösseren Maassstabe aufgetragen als derjenige ist, den man zum Auftragen der Stationslänge verwendet hat.

§. 51. Das Nivellement von Flächen.

Das Nivellement einer Fläche kann aus doppeltem Grunde notwendig sein, einmal um die Gefällsverhältnisse der Fläche nach verschiedenen Richtungen kennen zu lernen und dann um die Grösse der notwendigen Materialbewegung zu berechnen, wenn diesen Flächen eine andere Gestalt gegeben werden soll.

Die Gefällsverhältnisse einer unebenen Fläche werden am besten durch Horizontalkurven angegeben. Horizontalkurven sind Linien, deren

Punkte gleich hoch liegen. Solche Horizontalkurven werden für eine Fläche in gleichen Abständen immer mehrere bestimmt. Hat man auf dem Grundstücke solche Kurven abgesteckt und in die Skizze eingetragen, so geben sie jeden Aufschluss.

Soll z. B. die Horizontale No. 3 der Fläche A B C D angegeben werden, so stellt man das Nivellirinstrument da auf, von wo man nach allen Stellen der Linie aus visiren kann. Nemen

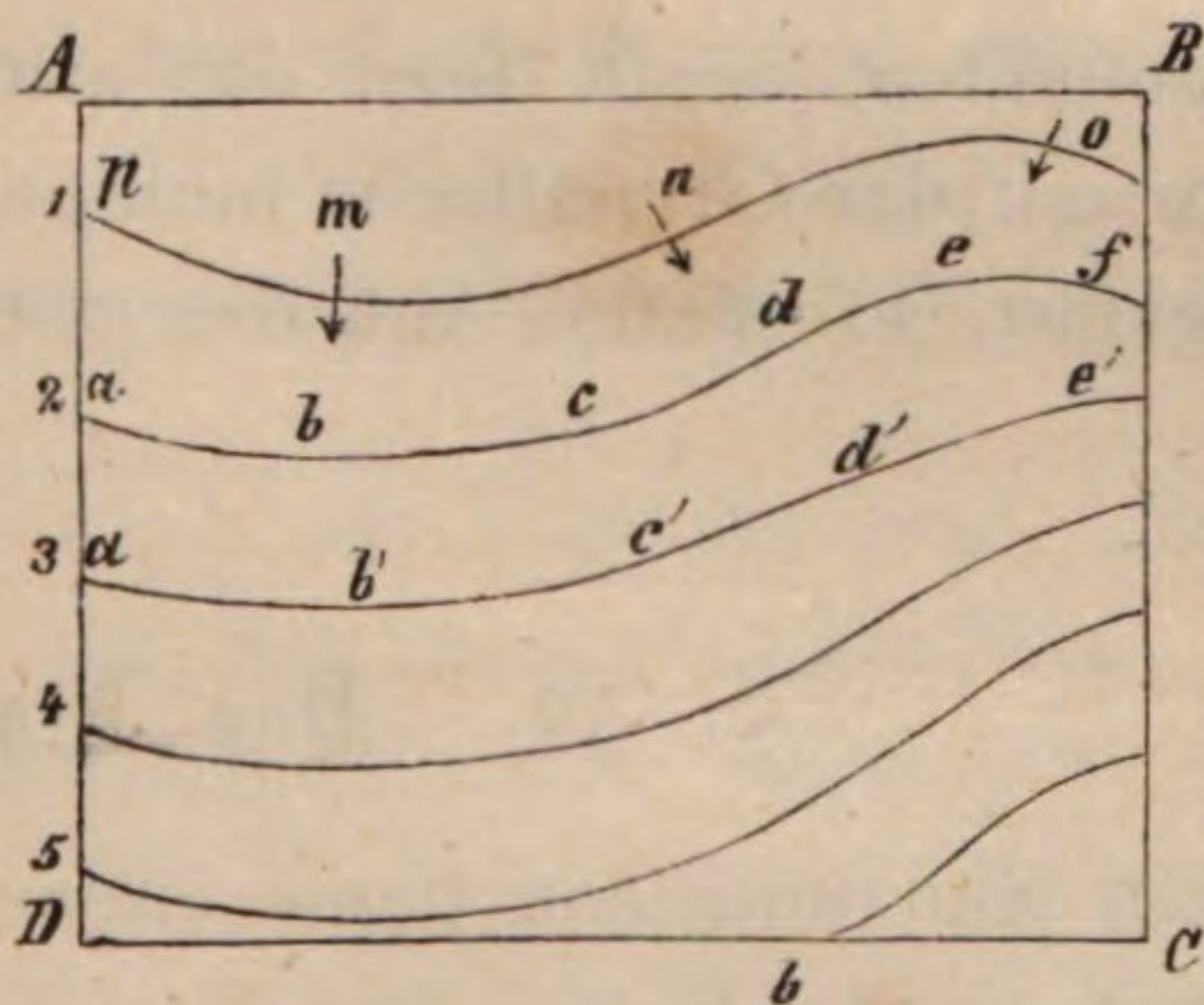


Fig. 64.

wir an, es sei der Punkt a bekannt und a' solle gefunden werden, so stellt der Gehülfe die Nivellirlatte in a auf und der Feldmesser beobachtet mit dem Nivellirinstrument die Lattenhöhe, woraus sich dann ergibt, um wie viel M. Punkt a tiefer liegt als die Visirlinie, und um wie viele M. der Punkt $a' b' c' \dots$ tiefer liegen muss als die Visirlinie.

Was nun das Nivellement einer Fläche zum Zwecke der Berechnung von Auftrag und Abtrag anbelangt, so wird die Fläche so abgesteckt und in Dreiecke geteilt, dass man die Flächen jener Dreiecke als eben annehmen kann. Die betreffenden Punkte werden durch Messpföcke bezeichnet und nummerirt. Hierauf wird diese Einteilung aufgezeichnet, worauf die Aufnahme des Nivellements stattfinden kann. Hat man nivellirt und die Höhen gefunden, so können die einzelnen Punkte in Verbindung mit dem Grundriss zur Berechnung des Volumens dienen. Behufs Berechnung teilt man den Raum in Prismatoide ein, von welchen je die drei Höhen die Kanten und der zugehörige Grundriss eine zu den Kanten senkrecht stehende Grundfläche bilden. Der Inhalt eines solchen Körpers wird gefunden, wenn man das arithmetische Mittel der drei Kanten mit der Grundfläche multipliziert. Ist diese Berechnung durchgeführt, so ist die Aufgabe gelöst.

§. 52. Das Planzeichnen.

Ein Situationsplan kann entweder schwarz oder kolorirt ausgeführt werden.

Bei beiden Fällen müssen zuerst alle Linien, welche zur Darstellung des Umfangs und des Details erforderlich sind, fein aufgezogen werden. Hier hat man dafür zu sorgen, dass alle Linien gleich stark und die Ecken recht genau ausgeführt werden.

Ist der Plan schwarz auszuführen, so werden zur Unterscheidung der verschiedenen Objekte allgemeine Zeichen gewählt.

Bei kolorirten Plänen sollen die Farben nicht zu hell und zu blass aufgetragen werden. Ehe der Plan kolorirt

wird, muss die Aufnahme mit Wasser übergossen werden, damit die Tusche die später aufzutragenden Farben nicht ändert. Nach dem Trocknen wird der Plan kolorirt.

Ackerparzellen werden mit Tabaksaft, welchen man sich durch 12—24 stündiges Einweichen des Rauchtabaks in Wasser bereitet, überstrichen.

Wiesen, Gärten, Weiden werden mit einer Mischung von Grünspan und Gummi gutti kolorirt und zwar wird für die Weide ein grüner Ton, für die Wiese ein saftgrüner und für den Garten ein Gelbgrün verwendet.

Der Wald wird bei allgemeinen Uebersichtskarten mit Tusche und darauf noch mit Wiesengrün angelegt.

Weingärten werden mit einer Mischung von Karmin und gebrannter Sienna kolorirt, jedoch so, dass Karmin vorwaltet.

Für Sandgruben mischt man dieselben Farben; gebrannte Sienna tritt jedoch hervor.

Lemgruben legt man mit Sienna an und Streifen mit Sepia werden aufgetragen.

Wasser wird mit Berlinerblau kolorirt.

Steinerne Häuser sind mit einem Karmin, hölzerne mit Gummi gutti anzulegen.

Wege u. s. w. werden durch Mischung von geb. Sienna und Sepia angedeutet.

Der kolorirte Plan wird am Schlusse mit schwarzer Tusche schattirt und mit der Kartenschrift versehen.

Soll die Beschaffenheit des Terrains angegeben werden, so muss auch der Schichtenplan mit aufgenommen werden. Die Schichtenkurven werden grösstenteils mit roter Farbe voll oder mit schwarz fein dargestellt.

Auf der beigegebenen Tafel ist ein Teil so dargestellt.

Hierbei geht man von der Annahme aus, dass eine über dem Terrain befindliche Lichtquelle ihre Stralen senkrecht zum Horizonte herabsendet. Darnach werden dann jene Flächen, welche mit dem Horizonte kleinere Winkel bilden, heller, solche, welche grössere Winkel einschliessen, dunkler erscheinen. Lehmann hat, wie aus der beigesetzten Skala (S S') hervorgeht, Töne abgestuft von 5 zu 5° (alter Teilung)

geschaffen, und lässt alles, was die Neigung von $0-5^\circ$ besitzt weiss.

Es verhält weiter bei:

weiss zu $5^\circ, 10^\circ, 15^\circ, 20^\circ, 25^\circ, 30^\circ, 35^\circ, 40^\circ, 45^\circ$.

schwarz $1:9, 2:8, 3:7, 4:6, 5:5, 6:4, 7:3, 8:2, 9:1$.

Alles, was über 45° Steigung besitzt, wird schwarz, oder wenn es Fels ist mit einem *F* dargestellt.

ANHANG.

Verhältnisszahlen für die Umrechnung der, in Preussen bisher gültigen, Landesmaasse und Gewichte in die neuen Maasse und Gewichte.

Bisherige Maasse und Gewichte.

A. Längenmaasse.

Ein preussischer Fuss ist gleich 139,13 pariser Linien.

1 Fuss = 12 Zoll; 1 Zoll = 12 Linien.

1 Rute = 12 Fuss; 1 Meile = 2000 Ruten.

1 Elle = $25\frac{1}{2}$ Zoll; 1 Lachter = 80 Zoll.

1 Faden = 6 Fuss.

B. Flächenmaasse.

1 Morgen = 180 Quadrat-Ruten.

C. Körpermaasse.

1 Scheffel = 3072 Kubikzoll.

1 Wispel = 24 Scheffel; 1 Scheffel = 16 Metzen

1 Quadrat = 64 Kubikzoll.

1 Anker = 30 Quart; 1 Eimer = 2 Anker.

1 Ohm = 2 Eimer; 1 Oxhoft = 3 Eimer.

1 Fuder = 4 Oxhoft.

1 Biertonne = 100 Quart.

1 Klafter Holz = 108 Kubikfuss.

1 Tonne Kohlen	=	4	Scheffel.
1 Schachtrute	=	144	Kubikfuss.
1 Kummt Torf	=	138,36	Kubikfuss.

D. Gewichte.

1 Pfund	=	500	Gramm.
1 Pfund	=	30	Lot; 1 Lot = 10 Quentchen.
1 Quentchen	=	10	Zent; 1 Zent = 10 Korn.
1 Zentner	=	100	Pfund; 1 Schiffslast = 40 Zentner.

Verhältnisszahlen.

Altes Maass = Neues Maass. | Neues Maass = Altes Maass.

A. Längenmaasse.

1 Fuss	=	0,31385	Meter.	1 Meter	=	3,1862	Fuss.
1 Zoll	=	2,615	Zentimeter.	1 Zentimeter	=	0,3823	Zoll.
1 Linie	=	2,18	Millimeter.	1 Millimeter	=	0,459	Linien.
1 Rute	=	3,7662	Meter.	1 Meter	=	0,26552	Rute.
1 Meile	=	7,5325	Kilometer.	1 Kilometer	=	0,13276	Meile.
1 Elle	=	0,66614	Meter.	1 Meter	=	1,4994	Ellen.
1 Lachter	=	2,0924	Meter.	1 Meter	=	0,47793	Lachter.
1 Faden	=	1,8831	Meter.	1 Meter	=	0,53103	Faden.

B. Flächenmaasse.

1 Q.-Fuss	=	0,098504	Qm.	1 Qm.	=	10,152	Q.-Fuss.
1 Q.-Zoll.	=	6,8406	Qzm.	1 Qzm.	=	0,14619	Q.-Zoll.
1 Q.-Linie	=	4,7504	Qmm.	1 Qmm.	=	0,21051	Q.-Linie.
1 Q.-Rute	=	14,185	Qm.	1 A.	=	7,0499	Q.-Ruten.
1 Morgen	=	25,532	A.	1 Ha.	=	3,9166	Morgen.
1 Q.-Meile	=	5673,8	Ha.	1 Q.-Meile	=	22031	Morgen.
1 Q.-Lachter	=	0,3780	Qm.	1 A.	=	22,842	Q.-Lachter.

C. Körpermaasse.

1 Kubikfuss	=	0,030916	Kbm.	1 Kbm.	=	32,346	Kubikfuss.
1 Kubikzoll	=	17,891	Kbzm.	1 Kbzm.	=	0,055984	Kubikzoll.
1 Klafter Holz	=	3,3389	Kbm.	1 Kbm.	=	0,29950	Klafter Holz.
1 Schachtrute	=	4,4519	Kbm.	1 Kbm.	=	0,22462	Schachtrute.
1 T. Salz etc.	=	2,1985	Ht.	1 Ht.	=	0,45486	T. Salz etc.
1 Tonne Salz	=	4,3969	S.	1 S.	=	0,22743	Tonne Salz.

1 Kummt Torf = 4,2775	Kbm.	1 Kbm. = 0,23378	Kummt Torf.
1 Wispel = 13,191	Ht.	1 Ht. = 0,075811	Wispel.
1 Wispel = 26,382	S.	1 S. = 0,037905	Wispel.
1 Scheffel = 54,961	L.	1 Ht. = 1,8195	Scheffel.
1 Scheffel = 1,0992	S.	1 S. = 0,90973	Scheffel.
1 Metze = 3,4351	L.	1 L. = 0,29111	Metze.
		1 S. = 14,556	Metzen.
1 T. Leinsaat = 1,2939	Ht.	1 Ht. = 0,77287	T. Leinsaat.
1 „ „ = 2,5868	S.	1 S. = 0,3864	„ „
1 Fuder = 8,2442	Ht.	1 Ht. = 0,42130	Fuder.
1 Oxhoft = 2,0611	Ht.	1 Ht. = 0,48519	Oxhoft.
1 Ohm = 1,3740	Ht.	1 Ht. = 0,72778	Ohm.
1 Eimer = 68,702	L.	1 Ht. = 1,4556	Eimer.
1 Anker = 34,351	L.	1 Ht. = 2,9111	Anker.
1 Quart = 1,1450	L.	1 L. = 0,87334	Quart.
1 Quart = 2,2901	Sp.	1 Sp. = 0,48667	Quart.
1 Biertonne = 1,1450	Ht.	1 Ht. = 0,87334	Biertonne.

D. Gewichte.

1 Pfund = 0,5	K.	1 K. = 2	Pfund.
1 „ = 500	G.	1 Kg. = 0	Lot.
1 Lot = $16\frac{2}{3}$	G.	1 G. = 0,6	Quentchen.
1 Quentchen = $1\frac{2}{3}$	G.	1 G. = 6	Zent.
1 Zent = $1\frac{2}{3}$	Dg.	1 Dg. = 6	Korn.
1 Korn = $1\frac{2}{3}$	Zg.	1 Zg. = 0,6	Korn.
1 Zentner = 50	K.	1 T. = 20	Zentner.
1 Schiffslast = 2000	K.	1 T. = 2000	Pfund.
1 Schiffslast = 2	T.	1 T. = 0,5	Schiffslast.

Provinz Schleswig-Holstein.

Alte Maasse und Gewichte.

A. Längenmaasse.

- 1 Fuss = 12 Zoll; 1 Zoll = 12 Linien.
 1 Rute = 16 Fuss; 1 Meile = 1920 Ruten.
 1 Elle = 2 Fuss; 1 Klafter (Faden) = 6 Fuss.

B. Flächenmaasse.

- 1 Tonne Landes (Steuertonne) = 260 Quadrat-Ruten.
 1 Holsteinische Tonne = 240 Quadrat-Ruten.

C. Körpermaasse.

- 1 Tonne Trockenmaass = $4\frac{1}{2}$ Kubikfuss rheinl.
 1 Tonne = 8 Scheffel, 1 Scheffel = 4 Viertel = 8 Achtel.
 1 Tonne = 4 Himten; 1 Himten = 4 Spint.
 1 Spint = 4 Kannen; 1 Last Korn = 24 Tonnen.
 1 Kanne (Flüssigkeitsmaass) = 133 Kubikzoll schles.-holst.
 1 Oxhoft = 6 Anker; 1 Ahm = 4 Anker = 5 Eimer.
 1 Eimer = 4 Viertel; 1 Viertel = 2 Stübchen.
 1 Stübchen = 2 Kannen.
 1 Kanne = 2 Quartier; 1 Quartier = 2 Oesel.
 1 Tonne Bier = 32 Stübchen; 1 grosse Tonne = 48 Stübchen.
 1 Last Salz = 18 Tonnen.
 1 Klafter (Faden) Brennholz = 90 Kubikfuss.
 1 Klafter (Faden) Nutzholz = 108 Kubikfuss.
 1 Pott Erde = 4 Schachtwerke.
 1 Schachtwerk = 256 Kubikfuss.

D. Gewichte.

- 1 Pfund = 500 Gramm.
 1 Pfund = 100 Quint; 1 Quint = 100 Oertgen.
 1 Zentner = 100 Pfund; 1 Schiffslast = 40 Zentner.

Verhältnisszahlen.

Altes Maass = Neues Maass. | Neues Maass = Altes Maass.

A. Längenmaasse.

1 Fuss	= 0,28657 M.	1 M.	= 3,4895 Fuss.
1 Zoll	= 2,388 Zm.	1 Zm.	= 0,4187 Zoll.
1 Linie	= 1,99 Mm.	1 Mm.	= 0,502 Linie.
1 Rute	= 4,5851 M.	1 M.	= 0,21810 Rute.
1 Meile	= 8,8035 Km.	1 Km.	= 0,11359 Meile.
1 Meile	= 1,1738 Ml.	1 Ml.	= 0,85194 Meile.
1 Elle	= 0,57314 M.	1 M.	= 1,7448 Ellen.
1 Klafter (Faden)	= 1,7194 M.	1 M.	= 0,58159 Klafter (Faden).

B. Flächenmaasse.

1 Q.-Fuss	= 0,082123 Qm.	1 Qm.	= 12,177 Q.-Fuss.
1 Q.-Zoll	= 5,7030 Qzm.	1 Qzm.	= 0,17535 Q.-Zoll.

1 Q.-Linie	= 3,9604	Qmm.
1 Q.-Rute	= 21,024	Qm.
1 T. Landes	= 54,661	A.
1 Holst. T.	= 50,457	A.
1 Q.-Meile	= 7750,1	Ha.
10000 T. Landes	= 0,97175	Q.-Ml.
10000 Holst. Ton.	= 0,89700	Q.-Ml.

1 Qmm.	= 0,25250	Q.-Linien.
1 A.	= 4,7566	Q.-Ruten.
1 Ha.	= 1,8295	T. Landes.
1 Ha.	= 1,9819	Holst. T.
10000 Ha.	= 1,2903	Q.-Meilen.
1 Q.-Ml.	= 0,72580	Q.-Meile.
1 Q.-Ml.	= 10291	T. Landes.
1 Q.-Ml.	= 11148	Holst. T.

C. Körpermaasse.

1 Kubik-Fuss	= 0,023534	Kbm.
1 Kubik-Zoll	= 13,619	Kbzm.
1 Klafter Brennholz	= 2,1181	Kbm.
1 Klaft Nutz.	= 2,5417	Kbm.
1 Schachtwerk Erde	= 6,0247	Kbm.
1 Pott Erde	= 24,099	Kbm.
1 T. Trocken	= 1,3912	Hl.
1 T. Trocken	= 2,7824	S.
1 Himten	= 34,780	L.
1 Scheffel	= 17,390	L.
1 Spint	= 8,6951	L.
1 Viertel	= 4,3475	L.
1 Achtel (Kanne)	= 2,1738	L.
1 Sechszentel	= 1,0869	L.
1 Last Korn	= 33,389	Hl.
1 Last Korn	= 66,778	S.
1 Last Salz	= 25,012	Hl.
1 Last Salz	= 50,084	S.
1 Oxhoft	= 2,1736	Hl.
1 Ahm	= 1,4491	Hl.
1 Anker	= 36,227	L.
1 Eimer	= 28,982	L.
1 Viertel	= 7,2455	L.
1 Stübchen	= 3,6227	L.
1 Kanne	= 1,8114	L.
1 Quartier	= 0,90568	L.
1 Oesel	= 0,45284	L.
1 Tonne Bier	= 1,1593	Hl.
1 grosse T.	= 1,7389	Hl.

1 Kbm.	= 42,491	Kubik-Fuss.
1 Kbzm.	= 0,073425	Kubik-Zoll.
1 Kbm.	= 0,47213	Klafter Brennholz.
1 Kbm.	= 0,39344	Klaft. Nutz.
1 Kbm.	= 0,16598	Schachtw. Erde.
1 Kbm.	= 0,041496	Pott Erde.
1 Hl.	= 0,71880	T. Trocken-
1 S.	= 0,35940	T. [maass.
1 Hl.	= 2,8752	Himten.
1 Hl.	= 5,7504	Scheffel.
1 Hl.	= 11,501	Spint.
1 Hl.	= 23,002	Viertel.
1 Hl.	= 46,003	Achtel (Kanne).
1 L.	= 0,92006	Sechszentel.
1 Hl.	= 0,029950	Last Korn.
1 S.	= 0,014975	Last Korn.
1 Hl.	= 0,039933	Last Salz.
1 S.	= 0,019967	Last Salz.
1 Hl.	= 0,46006	Oxhoft.
1 Hl.	= 0,69009	Ahm.
1 Hl.	= 2,7603	Anker.
1 Hl.	= 3,4504	Eimer.
1 Hl.	= 13,802	Viertel.
1 Hl.	= 27,603	Stübchen.
1 L.	= 0,55207	Kanne.
1 L.	= 1,1041	Quartier.
1 L.	= 2,2083	Oesel.
1 Hl.	= 0,86261	T. Bier.
1 Hl.	= 0,57507	grosse T.

D. Gewichte.

1 Pfund	=	0,5 K.	1 K.	=	2 Pfund.
1 Pfund	=	500 G.			
1 Quint	=	5 G.	1 G.	=	0,2 Quint
1 Oertgen	=	0,5 G.	1 G.	=	2 Oertgen.
1 Zentner	=	50 K.	1 T.	=	20 Zentner.
1 Schiffslast	=	2000 K.	1 T.	=	2000 Pfund.
1 Schiffslast	=	2 T.	1 T.	=	0,5 Schiffslast.

Tabelle 1. Vergleichung der Maasse der Europäischen und Nordamerikanischen Staaten mit dem Metermaass.

Staaten mit ihrer Maasseinheit.	Meter.
Belgien 1 M. à 10 Dm. à 10 Cm. à 10 Mm. =	1,00
Dänemark 1 Rute = 10 Fuss à 12 Zoll à 12 Linien =	0,314
England 1 Fuss à 12 Zoll à 12 Linien . . =	0,305
Frankreich wie Belgien =	1,00
Griechenland 1 Piki à 10 Palmen à 10'' à 10''' =	1,00
Italien wie Belgien =	1,00
Lichtenstein 1 Fuss à 12 Zoll à 12 Linien . =	0,316
Niederlande 1 El à 10 Palmen à 10 Duinen à 10 Streepen =	1,00
Norwegen 1 Fuss à 12 Zoll à 12 Linien . . =	0,314
Oesterreich 1 Fuss à 12 Zoll à 12 Linien . =	0,316
Portugal 1 Metros wie Belgien =	1,00
Russland 1 Fuss à 12 Zoll à 12 Linien . . =	0,305
Schweden 1 Fuss à 10 Zoll à 10 Linien . . =	0,297
Schweiz 1 Fuss à 10 Zoll à 10 Linien. . . =	0,3
Spanien 1 Meter wie Belgien =	3,00
Türkei 1 Fuss à 12 Zoll à 12 Linien . . . =	0,279
Vereinigte Staaten von Nordamerika wie England.	

Tabelle 2. Vergleichung des Metermaasses mit den Längenmaassen der Europäischen und Nordamerikanischen Staaten.

1 M. = 1 M. in Belgien, Frankreich, Griechland, Italien, Niederlande, Portugal und Spanien = 3,1862 Dän.

Fuss = 3,2809 Engl. Fuss = 3,1634 Lichtensteiner
 Fuss = 3,1862 Norweg. Fuss = 3,1634 Oesterr.
 Fuss = 3,2809 Russ. Fuss = 3,3681 Schwed. Fuss =
 3,333 Schweizer Fuss = 3,5894 Türkische Fuss =
 3,2809 Nordamerik. Fuss.

*Tabelle 3. Verwandlung der Preussischen Fusse in Meter
 nebst Preisvergleichung.*

Preussische Fuss.	sind Meter.	Kostet ein Fuss		so kostet ein Meter	
		Mk.	Pfg.	Mk.	Pfg.
1	0,314	—	1	—	3,19
2	0,628	—	2	—	6,37
3	0,942	—	3	—	9,56
4	1,255	—	4	—	12,74
5	1,569	—	5	—	15,93
6	1,883	—	6	—	17,12
7	2,197	—	7	—	21,30
8	2,511	—	8	—	25,49
9	2,825	—	9	—	28,67
10	3,139	—	10	—	31,85
20	6,277	—	11	—	35,05
30	9,416	—	12	—	38,23
40	12,554	—	20	—	64,47
50	15,693	—	30	—	96,70
60	18,831	—	40	1	27,95
70	21,970	—	50	1	61,17
80	25,108	—	60	2	88,40
90	28,247	—	90	4	92,60
100	31,385	—	100	9	94
200	62,771	—	200	19	188

Tabelle 4. Vergleichung der Ellenmaasse der Europäischen und Nordamerikanischen Staaten mit dem Metermaass.

Staaten mit ihrer Maasseinheit.	Meter.
Belgien 1 Meter à 100 Cm. =	1,00
1 Brabanter Elle =	0,695
Dänemark 1 Elle à 2 Fuss =	0,628
England 1 Yard à 3 Foot =	0,914
Frankreich 1 M. à 100 Zm. =	1,00
Griechenland wie Frankreich.	
Italien wie Frankreich.	
Lichtenstein 1 Elle à 2,465 Fuss =	0,779
Niederlande 1 El wie Frankreich.	
Norwegen 1 Elle à 2 Fuss =	0,628
Oesterreich 1 Elle à 2,465 Fuss =	0,779
Portugal wie Frankreich.	
Preussen 1 Elle à 25 ¹ / ₂ Zoll =	0,6667
Russland 1 Arschin à 28 Zoll =	0,711
Schweden 1 Elle à 2 Fuss =	0,594
Schweiz 1 Elle à 2 Fuss =	0,6
Spanien wie Frankreich.	
Türkei 1 Endasch =	0,652
1 Piek =	0,685
Vereinigte Staaten von Nordamerika wie England.	

Tabelle 5. Vergleichung des Metermaasses mit dem Ellenmaass.

1 M. = 1,00 Belgische M. = 1,5931 Dänische Ellen =
 1,0936 Engl. Yard = 1,00 Franz. M. = 1,00
 Griech. M. = 1,00 Ital. M. = 1,2833 Lichtenst.
 Ell. = 1,00 Niederl. Ell. = 1,5931 Norweg. Ell. =
 1,2833 Oesterr. Ell. = 1,00 Portug. Ell. = 1,49935
 Preuss. Ellen = 1,4061 Russ. Arschin = 1,684
 Schwedische Ellen = 1,6667 Schw. Ellen = 1,00
 Span. M. = 1,5826 Türk. Endasch = 1,0936 Amerik.
 Yard.

Tabelle 6. Vergleichung des Entfernungsmaasses der Europäischen Staaten mit dem Metermaass und mit geographischen Meilen.

Staaten mit ihrer Maasseinheit.	Meter.	Geographische Meilen.
Belgien 1 Km. =	1000	0,1348
Dänemark 1 Meile = 26000 Fuss =	7532	1,0151
England 1 Meile = 1760 Yards =	1609	0,2172
1 Seemeile = 2025,25 Yards =	1852	0,25
Frankreich 1 Myriameter . . . =	10000	1,3479
Italien 1 Miglia =	1000	0,1348
Niederlande 1 Myl = 1000 Palmen =	1000	0,1348
Norwegen 1 Meile = 36000 Fuss =	11311	1,5253
Oesterreich 1 Meile = 24000 Fuss =	7587	1,0232
Portugal 1 Milha = 1 Km. . . =	1000	0,1348
Preussen 1 Meile = 24000 Fuss =	7532,49	1,01514
Russland 1 Werst = 3500 Fuss =	1067	0,1437
Schweden 1 Mil = 36000 Fuss =	10688	1,4341
Schweiz 1 Stnd. = 16000 Fuss =	4800	0,6471
Spanien 1 Milla = 1 Km. . . =	1000	0,1348
Türkei 1 Agatsch = 7777,7 Piek =	1668	0,2249
Vereinigte Staaten von Nord- amerika wie England.		

Tabelle 7. Vergleichung der Deutschen Meile mit den Meilen der Europäischen Staaten.

1 Meile von 7500 M. = 0,99568 Preussische Meilen =
 1,0108 geogr. Meilen = 7,5 Belgische, Griechische,
 Italienische, Niederl. Portug. und Spanische Meilen =
 0,99568 Dän. Meilen = 4,6603 Engl. Meilen =
 7,5 Franz. Kilom. = 0,66307 Norweg. Meilen =
 0,9879 Oesterr. Meilen = 7,0304 Russ. Werst =
 0,7017 Schwed. Meilen = 1,35416 Schweiz. Stnd. =
 4,4948 Türkische Agatsch = 4,6603 Amerik. Meilen.

Flächenmaasse.

Tabelle 8. Vergleichung der Quadrat-Fusse der Europäischen Staaten mit dem Quadrat-Meter.

Staaten mit ihrer Maasseinheit.	Qm.
Belgien 1 □M. à 10000 □Cm. =	1,00
Dänemark 1 □Fuss à 144 □Zoll =	0,0985
England 1 □Fuss à 144 □Zoll =	0,0929
Frankreich wie Belgien.	
Griechenland, Italien wie Belgien	
Lichtenstein 1 □Fuss à 144 □Zoll =	0,0999
Niederlande 1 □El wie Frankreich.	
Norwegen 1 □Fuss à 144 □Zoll =	0,0985
Oesterreich 1 □Fuss à 144 □Zoll =	0,0999
Portugal wie Frankreich.	
Preussen 1 □Fuss à 144 □Zoll =	0,0985
Russland 1 □Fuss à 144 □Zoll =	0,0929
Schweden 1 □Fuss à 144 □Zoll =	0,0882
Schweiz 1 □Fuss à 100 □Zoll =	0,09
Spanien wie Belgien.	
Türkei 1 □Fuss à 144 □Zoll =	0,0775
Vereinigte Staaten von Nordamerika wie England.	

Tabelle 9. Vergleichung des Quadrat-Meters mit dem Quadrat-Fussmaass der Europäischen Staaten.

1 □Meter = 10,1519 Preuss. □Fuss = 1,00 Belg. □M. =
 10,1519 Dän. □Fuss = 10,7643 Engl. □Fuss =
 1,00 Franz., Griech., Italien., Portug. u. Spanische
 □Meter = 10,0074 Lichtenst. □Fuss = 100
 Niederl. □Palmen = 10,1519 Norweg. □Fuss =
 10,0074 Oesterr. □Fuss = 10,7643 Russ. □Fuss
 = 11,3443 Schwed. □Fuss = 11,1111 Schweiz.
 □Fuss = 12,8887 Türkische □Fuss = 10,7643
 Amerik. □Fuss.

Tabelle 10. Verwandlung des Preuss. Quadrat-Zoll in Quadrat-Zentimeter.

Preussische □Zoll	sind □Zentimeter.	Preussische □Zoll	sind □Zentimeter.
1	6,840	20	136,806
2	13,681	30	205,209
3	20,521	40	273,612
4	27,361	50	342,015
5	34,201	60	410,418
6	41,042	70	478,821
7	47,882	80	547,224
8	54,722	90	615,627
9	61,563	100	684,030
10	68,403	144	985,003

Tabelle 11. Verwandlung des Preussischen Quadrat-Fuss in Quadrat-Meter.

Preussische □Fuss	sind □Meter.	Preussische □Fuss	sind □Meter.
1	0,0985	20	1,9701
2	0,1970	30	2,9551
3	0,2955	40	3,9402
4	0,3940	50	4,9252
5	0,4925	60	5,9102
6	0,5910	70	6,8953
7	0,6895	80	7,8803
8	0,7880	90	8,8654
9	0,8865	100	9,8504
10	0,9850	200	19,7008

Tabelle 12. Verwandlung des Quadrat-Zentimeter in Quadrat-Zoll.

□Zentimeter	sind □Zoll.	□Zentimeter	sind □Zoll.
1	0,146	20	2,924
2	0,292	30	4,386
3	0,439	40	5,848
4	0,585	50	7,309
5	0,731	60	8,771
6	0,877	70	10,233
7	1,023	80	11,695
8	1,169	90	13,157
9	1,316	100	14,619
10	1,462	200	29,238

Tabelle 13. Verwandlung des Quadrat-Meter in Quadrat-Fuss.

□Meter	sind □Fuss.	□Meter	sind □Fuss.
1	10,152	20	203,037
2	20,304	30	304,556
3	30,456	40	406,075
4	40,608	50	507,594
5	50,760	60	609,112
6	60,911	70	710,631
7	71,063	80	812,150
8	81,215	90	913,668
9	91,367	100	1015,187
10	101,519	200	2030,374

Tabelle 14. Vergleichung der Feldmaasse der Europäischen Staaten mit Aren.

Staaten mit ihrer Maasseinheit.	Are.
Preussen 180 □Ruten = 1 Morgen . . . =	25,532
Belgien wie Frankreich.	
Dänemark 1 geometr. Feldtonne . . . =	55,162
England 160 □Ruten = 1 Aire . . . =	40,467

Staaten mit ihrer Maasseinheit.	Are.
Frankreich 100 Ar = 1 Hektar =	100,00
Griechenland wie Frankreich.	
Lichtenstein wie Oesterreich.	
Italien wie Frankreich.	
Niederlande 1 Bund. = 1 Hektar wie Frankreich	
Norwegen 1 geometrische Feldtonne =	55,1623
Oesterreich 1600 □Klafter = 1 Joch =	57,5575
Portugal wie Frankreich.	
Russland 2400 □Saschehn = 1 Dessätin . . . =	109,25
Schweden 1 geometr. Tonne Landes =	49,364
Schweiz 400 □Ruten = 1 Juchart =	36,00
Spanien wie Frankreich.	
Türkei 36 Klafter = 1 Praschtschine =	1,763
Vereinigte Staaten von Nordamerika wie England.	

Tabelle 15. Verwandlung der Preussischen Quadrat-Ruten in Ar.

Preussische □Ruten	sind Ar.	Preussische □Ruten	sind Ar.
1	0,1418	20	2,8369
2	0,2837	30	4,2554
3	0,4255	40	5,6738
4	0,5674	50	7,0923
5	0,7092	60	8,5108
6	0,8511	70	9,9292
7	0,9929	80	11,3477
8	1,1348	90	12,7661
9	1,2766	100	14,1846
10	1,4185	200	25,5322

Tabelle 16. Verwandlung der Preussischen Morgen in Hektar.

Preussische Morgen	sind Hektar.	Preussische Morgen	sind Hektar.
1	0,2553	20	5,1064
2	0,5106	30	7,6597
3	0,7660	40	10,2129
4	1,0213	50	12,7661
5	1,2766	60	15,3198
6	1,5319	70	17,8726
7	1,7878	80	20,4258
8	2,0426	90	22,9790
9	2,2979	100	25,5322
10	2,5532	200	51,0645

Tabelle 17. Verwandlung der Ar in Preussische Quadrat-Ruten.

Ar	sind Preussische □Ruten.	Ar	sind Preussische □Ruten.
1	7,050	20	140,998
2	14,100	30	211,497
3	21,150	40	281,996
4	28,200	50	352,495
5	35,250	60	422,995
6	42,299	70	493,494
7	49,349	80	563,993
8	56,399	90	634,492
9	63,449	100	704,991
10	70,499		

Tabelle 18. Verwandlung des Hektar in Preussische Morgen.

Hektar	sind Preussische Morgen.	Hektar	sind Preussische Morgen.
1	3,917	40	156,665
2	7,833	50	195,831
3	11,750	60	234,997
4	15,666	70	274,163
5	19,583	80	313,329
6	23,500	90	352,495
7	27,416	100	391,662
8	31,333	200	783,324
9	35,250	300	1174,986
10	39,166	400	1566,648
20	78,332	500	1958,310
30	117,498		

Tabelle 19. Aussaat- und Ertragsvergleichung.

Kommt auf 1 Morgen		so kommt auf 1 Ar	Kommt auf 1 Morgen		so kommt auf 1 Ar	Kommt auf 1 Morgen		so kommt auf 1 Ar
Schffl.	Metz.	Liter.	Schffl.	Metz.	Liter.	Scheffel	Liter.	
	1	0,13		14	1,88	12	25,83	
	2	0,27		15	2,02	13	27,98	
	3	0,40	1	—	2,15	14	30,14	
	4	0,54	2	—	4,31	15	32,29	
	5	0,67	3	—	6,46	16	34,44	
	6	0,81	4	—	8,61	17	36,59	
	7	0,94	5	—	10,76	18	38,75	
	8	1,08	6	—	12,92	19	40,90	
	9	1,21	7	—	15,07	20	43,05	
	10	1,35	8	—	17,22	21	45,21	
	11	1,48	9	—	19,37	22	47,36	
	12	1,61	10	—	21,53	23	49,51	
	13	1,75	11	—	23,68			

Kommt auf 1 Morgen Wispel	so kommt auf 1 Ar Liter.	Kommt auf 1 Morgen Wispel	so kommt auf 1 Ar Liter.	Kommt auf 1 Morgen Wispel	so kommt auf 1 Ar Liter.
1	51,66	8	413,31	50	2583,16
2	103,33	9	464,97	60	3099,79
3	154,99	10	516,63	70	3616,42
4	206,65	20	1033,26	80	4133,05
5	258,32	30	1549,89	90	4649,68
6	309,98	40	2066,53	100	5166,31
7	361,64				

Kommt auf 1 Morgen Pfund	so kommt auf 1 Ar Kilogr.	Kommt auf 1 Morgen Pfund	so kommt auf 1 Ar Kilogr.	Kommt auf 1 Morgen Pfund	so kommt auf 1 Ar Kilogr.
1	0,020	50	0,979	900	17,624
2	0,039	60	1,175	1000	19,583
3	0,059	70	1,371	2000	39,166
4	0,078	80	1,567	3000	58,749
5	0,098	90	1,762	4000	78,332
6	0,118	100	1,958	5000	97,915
7	0,137	200	3,917	6000	117,498
8	0,157	300	5,875	7000	137,082
9	0,176	400	7,833	8000	156,665
10	0,196	500	9,791	9000	176,248
20	0,392	600	11,750	10000	196,831
30	0,587	700	13,708		
40	0,783	800	15,666		

Tabelle 20. Verwandlung des Preussischen Kubikzoll in Kubik-Zentimeter.

Preussische Kubik-Zoll	sind Kubik- Zentimeter.	Preussische Kubik-Zoll	sind Kubik- Zentim ter.
1	17,891	5	89,455
2	35,782	6	107,346
3	53,673	7	125,237
4	71,564	8	143,128

15*

Preussische Kubik-Zoll	sind Kubik- Zentimeter.	Preussische Kubik-Zoll	sind Kubik- Zentimeter.
9	161,019	60	1073,46
10	178,910	70	1252,37
20	357,820	80	1431,28
30	536,730	90	1610,19
40	715,640	100	1789,10
50	894,55	200	3578,20

Tabelle 21. Verwandlung des Preussischen Kubik-Fuss in Kubik-Meter.

Preussische Kubik-Fuss	sind Kubik- Meter.	Preussische Kubik-Fuss	sind Kubik- Meter.
1	0,0309	20	0,6183
2	0,0618	30	0,9275
3	0,0927	40	1,2366
4	0,1237	50	1,5458
5	0,1546	60	1,8549
6	0,1855	70	2,1641
7	0,2164	80	2,4733
8	0,2473	90	2,7824
9	0,2782	100	3,0916
10	0,3092	200	6,1832

Tabelle 22. Verwandlung der Preussischen Kubik-Rute in Kubik-Meter.

Preussische Kubik-Ruten	sind Kubik- Meter.	Preussische Kubik-Ruten	sind Kubik- Meter.
$\frac{1}{12}$	4,452	1	53,423
$\frac{1}{6}$	8,904	2	106,845
$\frac{1}{4}$	13,356	3	160,268
$\frac{2}{3}$	26,711	4	213,690
$\frac{3}{4}$	40,067	5	267,113

Preussische Kubik-Ruten	sind Kubik- Meter.	Preussische Kubik-Ruten	sind Kubik- Meter.
6	320,535	20	1068,451
7	373,958	30	1602,677
8	427,380	40	2136,902
9	480,803	50	2671,128
10	534,226	60	3205,353

Tabelle 23. Verwandlung des Preussischen Quart in Liter.

Quart	sind Liter.	Quart	sind Liter.
1	1,145	20	22,900
2	2,290	30	34,351
3	3,435	40	45,801
4	4,580	50	57,251
5	5,725	60	68,702
6	6,870	70	80,152
7	8,015	80	91,602
8	9,160	90	103,052
9	10,305	100	114,503
10	11,450	200	229,006

*Tabelle 24. Verwandlung des Preussischen Scheffels
in Neuscheffel.*

Preussische Scheffel	sind Neuscheffel Scheffel.	Liter.	Preussische Scheffel	sind Neuscheffel Scheffel.	Liter.
1	1	4,96	9	9	44,65
2	2	9,92	10	10	49,61
3	3	14,88	11	12	4,58
4	4	19,85	12	13	9,54
5	5	24,81	13	14	14,50
6	6	29,77	14	15	19,46
7	7	34,73	15	16	24,42
8	8	39,69	16	17	26,38

Preussische Scheffel	sind Neuscheffel Scheffel.	Liter.	Preussische Scheffel	sind Neuscheffel Scheffel.	Liter.
17	18	34,35	21	23	4,19
18	19	39,31	22	24	9,15
19	20	44,27	23	25	14,11
20	21	49,23			

*Tabelle 25. Verwandlung des Preussischen Wispels
in Hektoliter.*

Preussische Wispel	Hektoliter.	Preussische Wispel	Hektoliter.
1	13,191	20	263,814
2	26,381	30	395,722
3	39,572	40	527,629
4	52,763	50	659,536
5	65,954	60	791,443
6	72,144	70	923,350
7	92,335	80	1055,258
8	105,526	90	1187,165
9	118,716	100	1319,072
10	131,907	200	2638,145

*Tabelle 26. Gewichtsvergleichung zwischen Alt- und
Neuscheffel.*

Gewicht 1 alten Scheffels Pfund.	Gewicht 1 Neuscheffels Pfund.	Gewicht 1 alten Scheffels Pfund.	Gewicht 1 Neuscheffels Pfund.
$\frac{1}{4}$	0,227	51	46,396
$\frac{1}{2}$	0,455	52	47,306
1	0,910	53	48,216
10	9,097	54	49,125
20	18,195	55	50,038
30	27,292	56	50,945
40	36,390	57	51,855
50	45,487	58	52,764

Gewicht I alten Scheffels Pfund.	Gewicht I Neuscheffels Pfund.	Gewicht I alten Scheffels Pfund.	Gewicht I Neuscheffels Pfund.
59	53,674	80	72,778
60	54,584	81	73,688
61	55,494	82	74,598
62	56,403	83	75,508
63	57,313	84	76,417
64	58,223	85	77,327
65	59,132	86	78,237
66	60,042	87	79,147
67	60,952	88	80,056
68	61,862	89	80,966
69	62,771	90	81,876
70	63,681	91	82,785
71	64,591	92	83,695
72	65,501	93	84,605
73	66,410	94	85,515
74	67,320	95	86,424
75	68,230	96	87,334
76	69,139	97	88,244
77	70,049	98	89,154
78	70,959	99	90,063
79	71,869	100	90,973

Die Abkürzungen der Benennungen im neuen Maass-System.

Längenmaasse.

Ml. = Meile; Km. = Kilometer; Dm. = Dekameter;
M. = Meter; Dm. = Dezimeter; Zm. = Zentimeter
Mm. = Millimeter.

Flächenmaasse.

Q.-Ml. = Quadratmeile; Ht. = Hektar; A. = Ar;
Qm. = Quadratmeter u. s. w.

Körpermaasse.

Kbm. = Kubikmeter u. s. w.; Hl. = Hektoliter; S. =
Scheffel; L. = Liter.

Gewichte.

T. = Tonne (1000 K.); Z. = Zentner (50 K.); K. =
Kilogramm; Dg. = Dekagramm; G. = Gramm; Dg. =
Dezigramm.

Mechanische Arbeit.

M.-T. = Meter-Tonne; M.-K. = Meter-Kilogramm;
Zm.-K. = Zentimeter-Kilogramm.

Die Abbildungen der Benennungen im Text

Abbildung 1

Abbildung 2

Abbildung 3

Abbildung 4

Abbildung 5

Abbildung 6

Abbildung 7

Abbildung 8

Abbildung 9

Abbildung 10

Abbildung 11

Abbildung 12

Abbildung 13

Abbildung 14

Abbildung 15

Abbildung 16

Abbildung 17

Abbildung 18

Abbildung 19

Abbildung 20

Abbildung 21

Abbildung 22

Abbildung 23

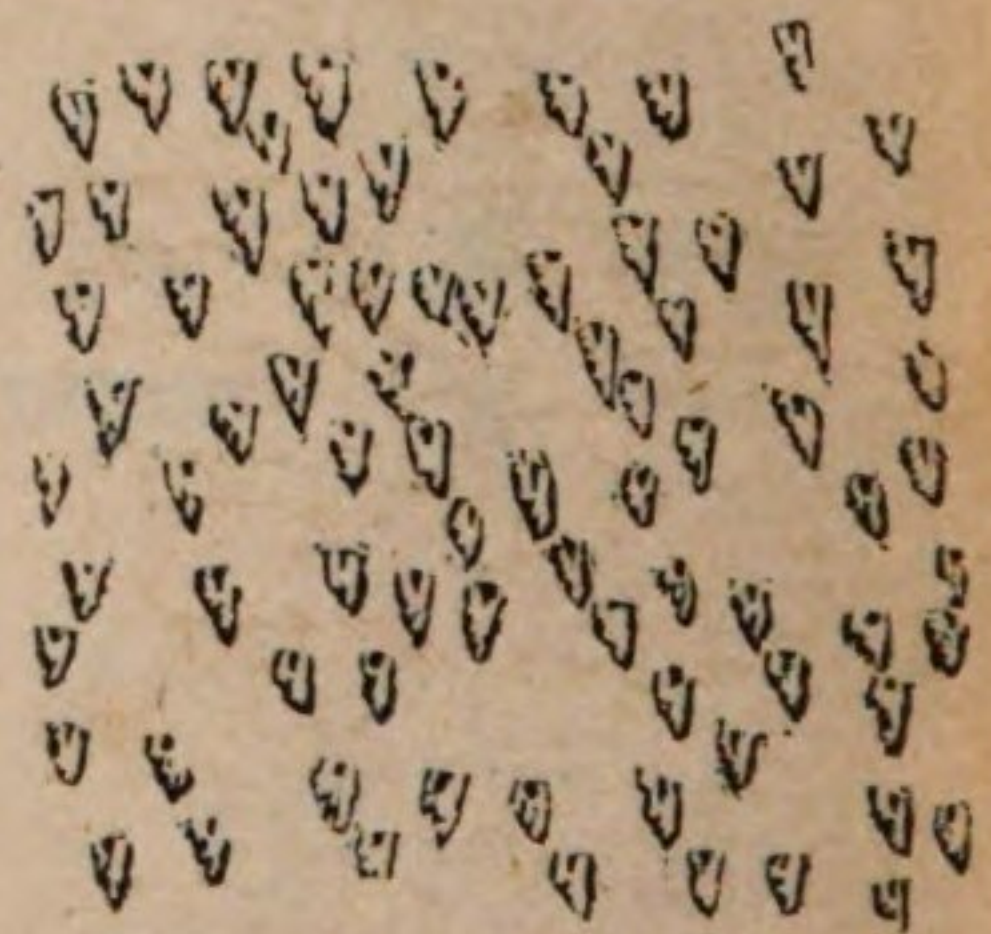
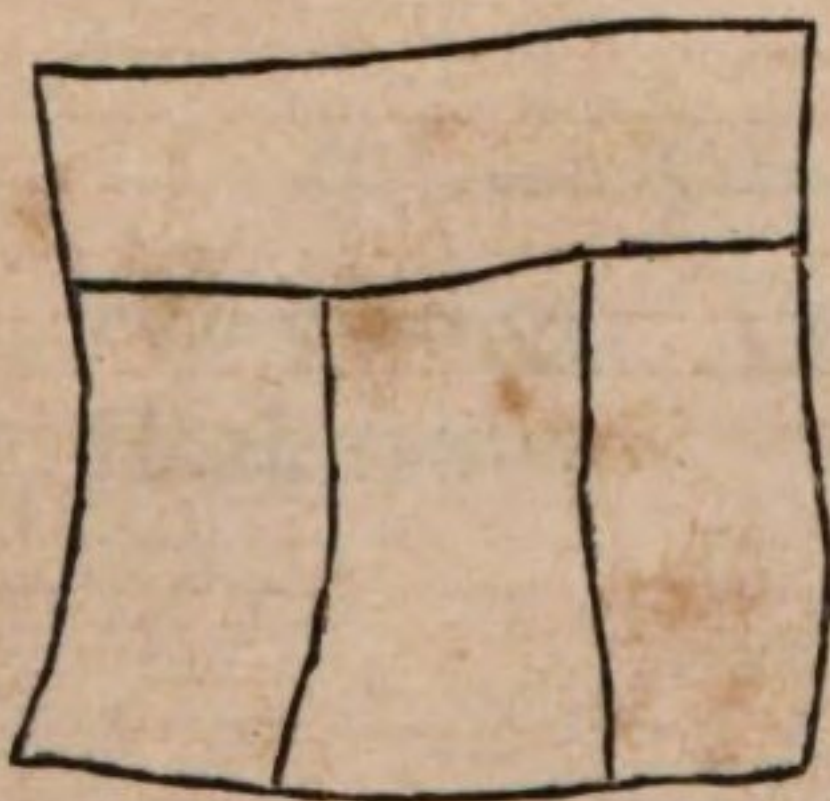
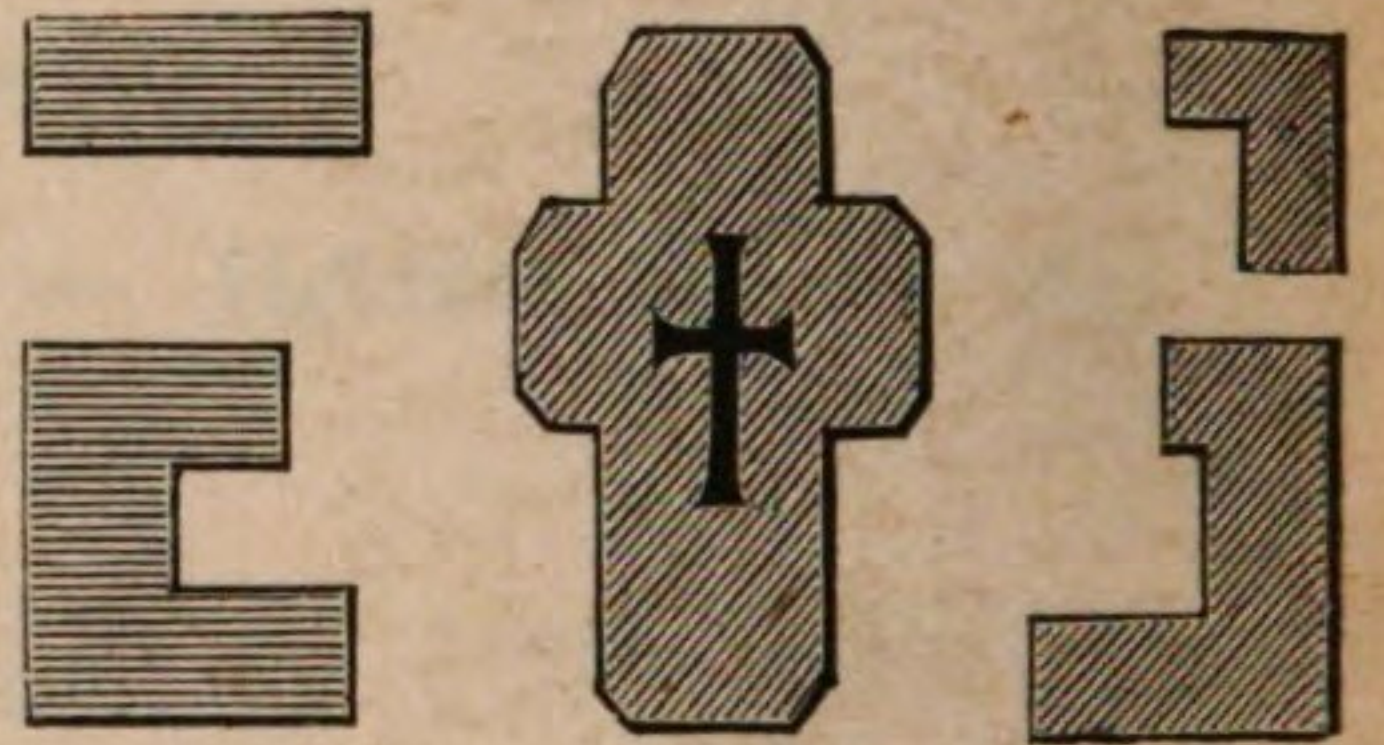
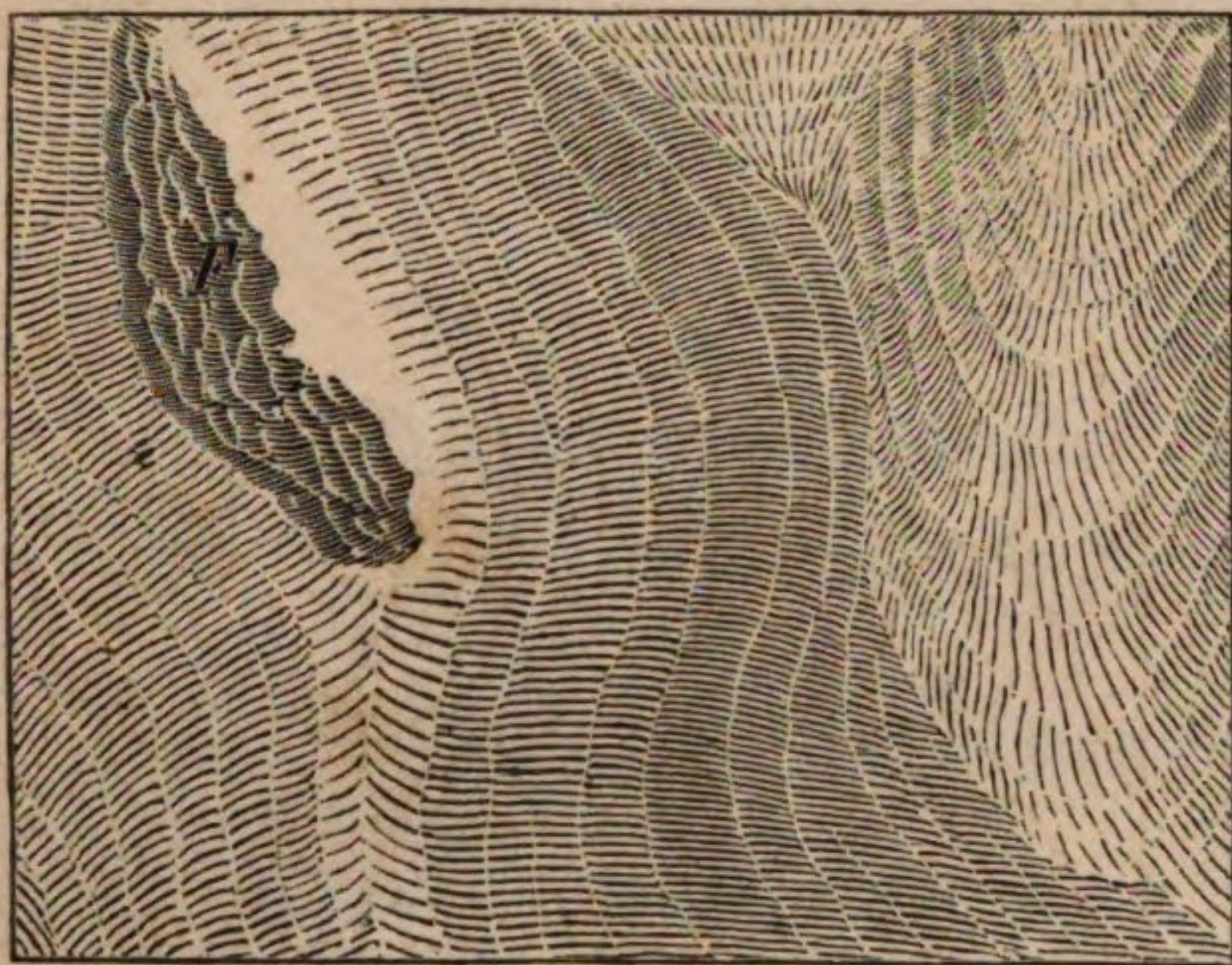
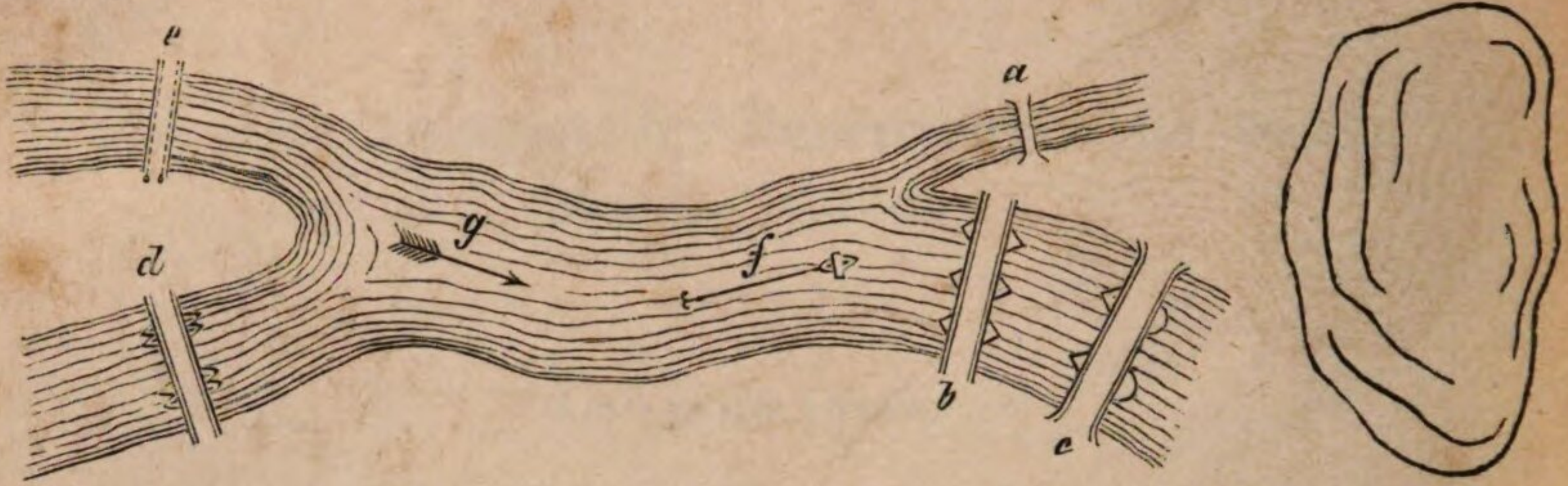
Abbildung 24

Abbildung 25

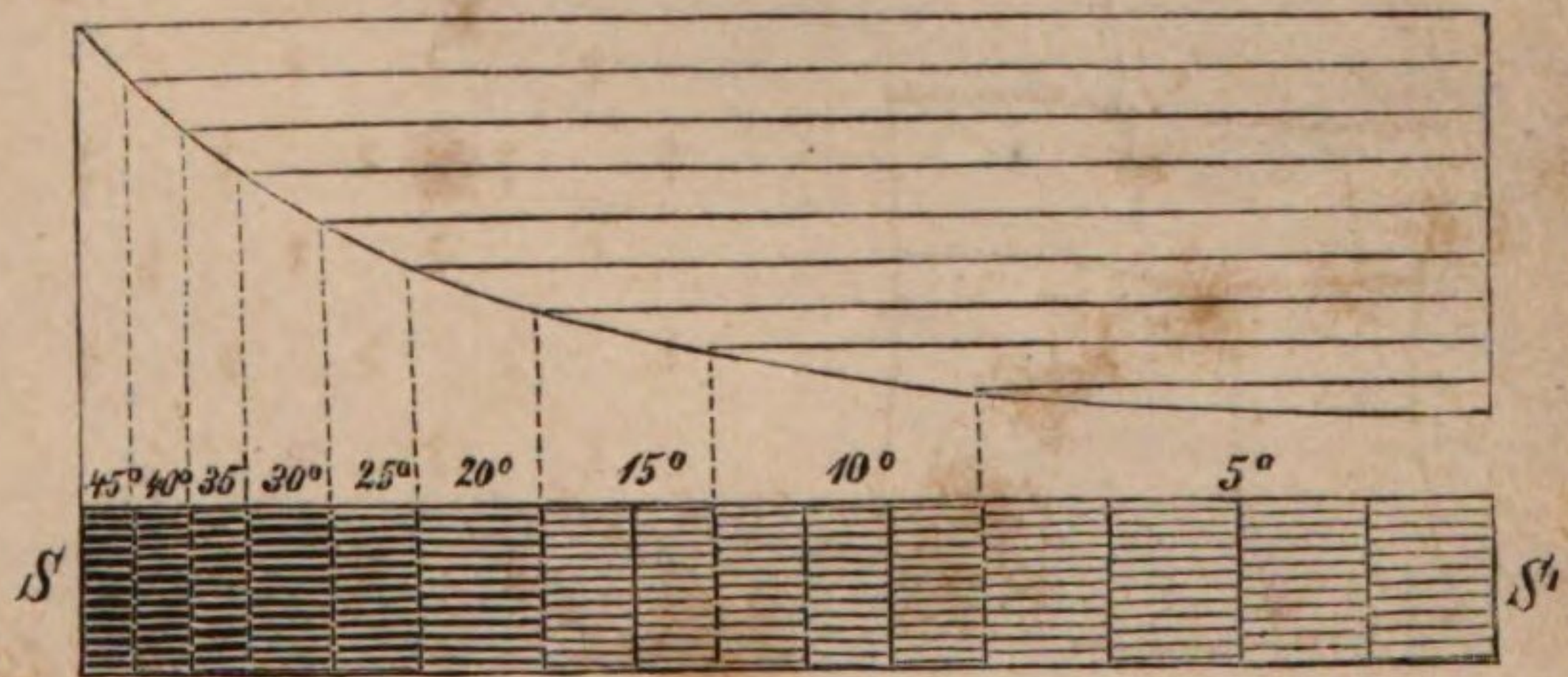
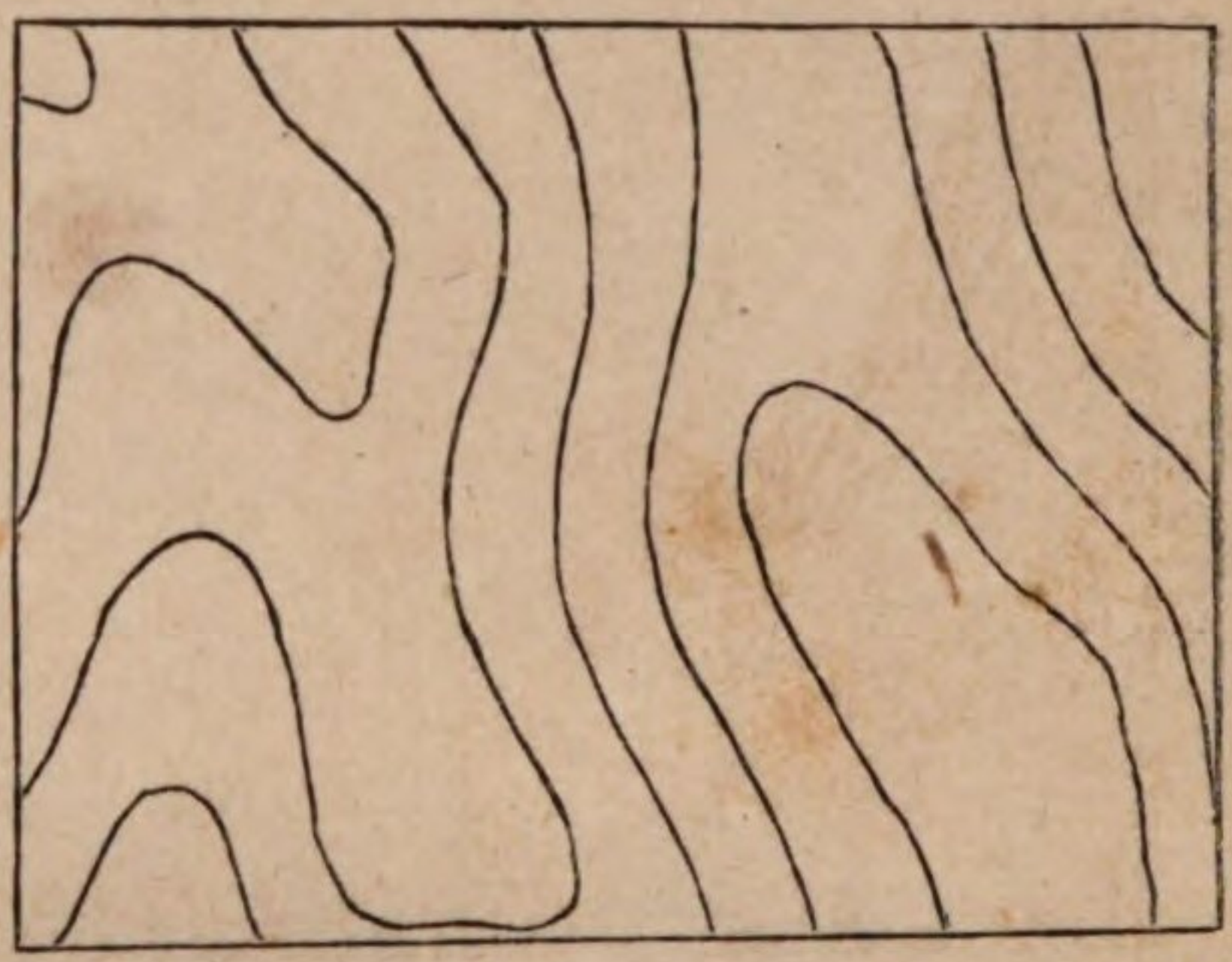
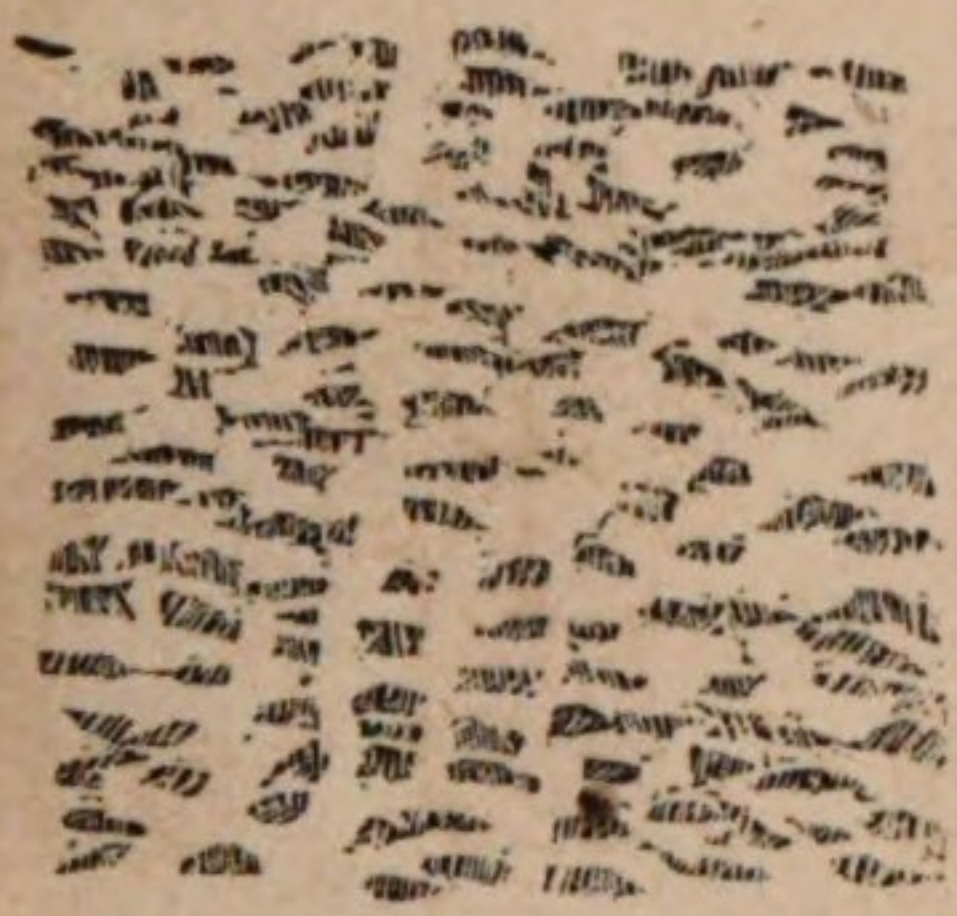
Abbildung 26

Abbildung 27

Abbildung 28



LANZEICHNEN.



3	3	3	3
3	3	3	3
3	3	3	3
3	3	3	3
3	3	3	3

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS

Schulze, Carl

Landwirtschaftliches Rechenwesen für Landwirtschafts- und Fortbildungs-
Schulen wie auch für den Selbstunterricht In drei Teilen

Bd.: 1

Leipzig 1877

Oecon. 2008 x-1

urn:nbn:de:bvb:12-bsb11359201-1